Conclusioni.

Raggruppando i risultati ottenuti col presente lavoro, possiamo concludere:

1° A pressione costante la f. e. m. di polarizzazione aumenta rapidamente nei primi istanti (per circa un secondo), e poi lentamente raggiunge un valore massimo.

2° Oltre a ciò nei primi istanti l'aumento della f. e. m. di polarizzazione può ritenersi proporzionale ai tempi decorsi dalla chiusura del circuito polarizzante. Dopo circa un minuto secondo la curva rappresentativa del fenomeno ha l'aspetto di un ramo di iperbole equilatera.

3° La f. e. m. massima di polarizzazione cresce con la pressione, più rapidamente alle pressioni più basse che alle più elevate.

Istituto fisico della R. Università di Pisa,
Settembre 1898.

SULLA VELOCITÀ DELLE ONDE HERTZIANE NEI MEZZI DIELETTRO-MAGNETICI.

(Verifica sperimentale della relazione $V_1^{-1} \cdot V \cdot \sqrt{\epsilon} \cdot \sqrt{\mu} = 1$),

per i Dottori V. BOCCARA ed A. GANDOLFI ¹⁾).

Introduzione.

La teoria elettro-magnetica della luce oramai avvalorata dalle molte esperienze, che sono state fatte oltre quelle classiche di Hertz, porta a due principali conseguenze: 1° l'uguaglianza della costante dielettrica col quadrato dell'indice di rifrazione elettrico; 2° la verifica della relazione

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} \quad ^2)$$

dove con V_1 e V s'indicano le velocità delle onde elettriche

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Pisa, diretto dal Prof. A. Battelli.

2) Hertz. Untersuchungen über die Ausbreitung der electrischen Kraft, pag. 251.

nell'aria ed in un mezzo di costante dielettrica ϵ e di permeabilità magnetica μ .

Mentre la prima conseguenza ha da molti autori avuto una conferma sperimentale, la seconda, per quanto ci è noto, non la ebbe affatto, ed è perciò che ci accingemmo a fare questo studio.

Bisognava innanzi tutto disporre di mezzi che fossero dielettrici e nello stesso magnetici; prendendo l'idea dal Birke-land ¹⁾ che costruì impasti di paraffina, ferro e quarzo riuscimmo a formare mescolanze omogenee di paraffina e ferro che per le loro proprietà si possono chiamare *dielettro-magnetiche*.

Questi mezzi costruiti eran poi effettivamente dielettrici e magnetici?

Secondo il significato ordinario: erano dielettrici perchè presentavano una resistenza infinita al passaggio di una corrente continua, come lo mostravano gli strumenti più sensibili; erano magnetici perchè sotto l'azione della corrente si magnetizzavano.

Restava dunque da determinare, per i mezzi *dielettro-magnetici* costruiti, la permeabilità magnetica, la costante dielettrica ed il rapporto delle velocità, e paragonare tra loro i valori trovati come indica la formula di Hertz, per vedere se la formula teorica era sperimentalmente confermata.

Descritto il modo per avere i mezzi *dielettro-magnetici* diremo successivamente come e quali metodi abbiamo seguito per le singole determinazioni che dovevamo fare.

Riassumeremo in una tabella finale i vari risultati ottenuti, perchè chiaramente emerga dal confronto dei valori trovati le relazioni fra i risultati della teoria e dell'esperienza.

I mezzi dielettro-magnetici.

Necessitandoci avere dei corpi che presentassero una certa qual differenza apprezzabile tanto nella loro rispettiva costante dielettrica, quanto nella costante di magnetizzazione, facemmo degli impasti di paraffina e ferro mescolando queste due sostanze in varie dosi.

1) Birkeland. Arch. de Geneve, 4, pag. 338, 1894.

Preso la quantità voluta di paraffina ¹⁾ la fondevamo a bagno-maria in una capsula di porcellana; nella paraffina liquida mettevamo il ferro porfirizzato, cioè ridotto in polvere finissima, ed agitavamo per un po' di tempo il miscuglio con una spatola badando che il ferro, più pesante, non affondasse. Tolta la capsula dal bagno-maria seguitavamo a mantenere il miscuglio in agitazione fino a che la paraffina acquistasse una certa solidità da potersi plasmare colle mani. Allora levavamo il miscuglio dalla capsula, lo lavoravamo comprimendolo e ripiegandolo su se stesso a più riprese, indi gli facevamo prendere presso a poco la forma che doveva assumere e, prima che si fosse consolidato totalmente, lo mettevamo negli stampi. Mediante una forte compressione si riusciva da ultimo a far prendere al mezzo *dielettro-magnetico*, così ottenuto, la forma voluta.

Gli stampi erano in legno duro e venivano unti abbondantemente con olio di ricino per facilitare il distacco del pezzo costruito.

Per le determinazioni della costante dielettrica, permeabilità magnetica e velocità delle onde hertziane bisognava avere i mezzi foggianti in un modo speciale per ogni determinazione e cioè in piastrelle, cilindretti ed in blocchi per cui per costruirli abbiamo dovuto servirci di stampi diversi. Mentre le piastrelle ed i blocchi li ottenemmo con facilità, i cilindretti richiesero un po' d'attenzione a causa della loro sottigliezza; riuscimmo però a formarne di abbastanza regolari nella forma facendoli passare, appena tolti dallo stampo, a più riprese entro un pezzo di tubo di vetro del diametro interno uguale al diametro esterno dei cilindri.

Una volta ben consolidati i mezzi costruiti erano assai resistenti.

I cilindretti erano tagliati poi in modo che tutti avessero la stessa lunghezza (circa 50 volte il diametro). Il taglio dei

1) La qualità della paraffina ha influenza grandissima sulla plasticità del miscuglio. Avemmo occasione di servirci di due qualità di paraffina fornitaci da negozianti diversi, e, mentre con una qualità ci fu assolutamente impossibile plasmare i mezzi voluti, coll'altra ci riuscimmo perfettamente. Avendo tenuto tanto nell'uno che nell'altro caso metodo identico per la costruzione dei mezzi, dobbiamo inferire che la non riuscita dipendeva dalla paraffina.

cilindri mostrava come l'omogeneità del miscuglio riuscisse, stante la non lieve lavorazione, pressochè perfetta.

Costruimmo 6 cilindretti lunghi 412 mm. e del diametro di 8 mm., 6 piastrelle quadrate di 100 mm. di lato e dello spessore di 2 mm. ed altrettanti blocchi di cm. $10 \times 6 \times 6$, che contenevano rispettivamente il 5, 10, 15, 20, 30, 40 per cento in peso di ferro.

Determinazione della permeabilità magnetica.

Per la determinazione della permeabilità magnetica adoprammo il metodo magnetometrico unipolare. Come è noto, tale metodo consiste nel misurare la deviazione dell'ago del magnetometro sottoposto all'azione del cilindro in studio.

Cognita tale deviazione, si calcola l'intensità I di magnetizzazione del cilindro colla nota formola

$$(1) \quad I = - \frac{\delta^3 \cdot F \cdot \tan \theta}{\pi r^3 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta'} \right)^3 \right]}$$

dove δ , δ' indicano le distanze dall'ago magnetico del polo più vicino e del polo più lontano del cilindro, F il valore della componente orizzontale del campo magnetico terrestre nel luogo dove si esperimenta ed r il raggio del cilindro adoperato; quindi determinata l'intensità H del campo magnetico avremo la permeabilità magnetica colla formola

$$(2) \quad \mu = \frac{4 \pi I + H}{H} = \frac{B}{H}.$$

L'apparecchio che all'uopo adoperammo è costituito di un magnetometro, di un rocchetto magnetizzante e di un rocchetto compensante.

Il magnetometro. — È un semplice sistema di aghi magnetici sottilissimi, paralleli, coi poli omonimi rivolti dalla stessa parte e masticiati dietro ad uno specchietto che, mediante un filo di bozzolo, è sospeso entro una custodia dove può liberamente oscillare.

Il rocchetto magnetizzante. — È un solenoide avvolto sopra un tubo di vetro, lungo 57 cm. e del diametro esterno di 1 cm., che ha 14 spire per ogni centimetro di lunghezza. Esso è portato da un sostegno che può scorrere lungo un asse verticale.

Il rocchetto compensante. — È costituito da un'elica di 11 spire avvolte sopra un cilindro di cartone avente un raggio di cm. 10,27; esso è retto da un sostegno avente al basso una scanalatura, per mezzo della quale il rocchetto può scorrere lungo una guida, ed in alto un sistema di sospensione per cui il rocchetto può ruotare secondo tre assi ortogonali tra loro.

Per la misura e variazione della intensità della corrente ci siamo serviti di una bussola dei seni accuratamente tarata, avente una sola spira e di un reostato metallico.

La figura schematica 1 mostra chiaramente l'insieme e la collocazione degli strumenti adoperati.

Fig. 1.

A magnetometro, B rocchetto magnetizzante, C rocchetto compensante, D bussola, E reostato, F interruttore, G pila.

Dietro al magnetometro A alla distanza di cm. 8,5 abbiamo posto il rocchetto magnetizzante B in posizione verticale e col suo asse simmetrico rispetto ai poli dei piccoli aghi magnetici. In questo introducevamo il cilindro del quale volevamo determinarne la permeabilità magnetica.

Più indietro ancora collocammo il rocchetto compensante C disposto in modo che l'asse passasse pel centro dello specchio e fosse ad esso normale.

I due rocchetti poi venivano messi in uno stesso circuito colla bussola D, col reostato E, con un interruttore F e colla corrente di una batteria di accumulatori G.

Le deviazioni dell'ago le notavamo sopra una scala, posta a tre metri dal magnetometro, per mezzo di un cannocchiale di forte ingrandimento.

Prima di procedere alle misure, abbiamo usato tutte quelle cautele prescritte per equilibrare sul magnetometro l'effetto del rocchetto magnetizzante e nello stesso tempo per fare sì che il cilindretto avesse la massima azione sul magnetometro; questo ottenemmo spostando convenientemente il rocchetto magnetizzante, pur non trascurando di aver sempre la compensazione tra i due rocchetti.

Calcolo della F e della H.

Il valore della componente orizzontale del campo magnetico terrestre nel luogo dove esperimentammo fu da noi determinato nel seguente modo:

Togliamo il solenoide magnetizzante e dietro il magnetometro, ad una distanza nota dal centro della sezione mediana, ponemmo il rocchetto compensante. In questo facemmo passare una corrente i ed osservammo la deviazione θ del magnetometro.

Detto n il numero delle spire del rocchetto, la forza deviante che è prodotta in o (fig. 2) dalla corrente nel rocchetto è data da

$$F = \frac{2 \pi i \cdot n \cdot A \bar{B}^2}{O \bar{B}^3 \cdot \tan \theta}$$

Nel nostro caso essendo $n = 11$ sarà

$$F = \frac{2 \pi \cdot i \times 11 \times A \bar{B}^2}{O \bar{B}^3 \cdot \tan \theta}.$$

L'intensità H del campo magnetico nel solenoide è data da

$$H = 4 \pi \cdot 14 \cdot i.$$

Il valore di H nella formula (2) è lo stesso di quello del campo magnetico, prodotto dal rocchetto attraversato dalla

Fig. 2.

corrente di intensità i , se la lunghezza del filo supera di 500 volte il diametro. Nel nostro caso questa lunghezza essendo minore, al posto di H è più esatto mettere l'altro valore dato da

$$H' = H - N \cdot I$$

dove N è il coefficiente di smagnetizzazione che dipende dal rapporto fra la lunghezza e la grossezza del mezzo magnetico che per certi valori è già stato calcolato ¹⁾.

Abbiamo tenuto conto anche di questa correzione, ed avendo usato dei cilindri lunghi 50 volte il diametro abbiamo preso per N il valore 0,01817.

Il valore di F che si porta nella formula (1) per calcolare la I , è quello dedotto dalla media di altri quattro valori della stessa F determinati in condizioni diverse dell'apparecchio: cioè, collocando successivamente il rocchetto compensante alla distanza di cm. 46 e 53,2 dal magnetometro e mandando, in ciascuna posizione del rocchetto, due diverse intensità di corrente.

Nella tabella I, infatti, sono indicate, nella 1^a colonna, le distanze del rocchetto sul magnetometro e nella 2^a le intensità della corrente.

1) Ewing. Magnetic induction in iron and other metals, pag. 32.

Così pure esperimentammo, per ogni cilindretto del mezzo in istudio, con tre diverse intensità di corrente, ne determinammo rispettivamente la permeabilità magnetica, o dei valori ottenuti facemmo la media che è scritta in calce di ogni tabella.

È il valore di essa permeabilità che noi sostituiamo nella formula di Hertz. Le diverse intensità della corrente e le forze magnetizzanti sono indicate nella 2^a e 3^a colonna delle tabelle II ecc.; nelle altre colonne sono indicati i vari elementi pel calcolo della μ .

Nelle stesse tabelle sono riassunti i risultati ottenuti:

**Intensità della componente orizzontale F
del campo magnetico terrestre.**

TAB. I.

Distanza del rocchetto compens. dal magnetometro	Intensità della corrente nel rocchetto	Deviazioni del magnetometro in mm.	F	Valore medio
cm. 46	0,27875	558	0,210495	0,20487
»	0,40636	844	0,205050	
53,2	0,27762	388	0,197691	
»	0,40394	513	0,206234	

Valore medio di F = 0,20487.

Valori della μ .

TAB. II.

Mezzo in esame	Corrente magnetizzant.	Forza magnetizzant. H	Deviazioni del magnetom.	I	Induzione magnetica. B	μ
5 % di ferro	0	0	0	0	0	—
	0,099935	17,18137	10	0,04909	17,79811	1,03609
	0,159395	28,04614	20	0,09818	29,28014	1,04400
	0,191450	33,68152	22	0,10799	35,03854	1,04039

Valore medio di μ = 1,040016.

TAB. III.

Mezzo in cui	Corrente magnetizzant.	Forza magnetizzant. H	D devia zioni del magnetom.	I	Induzione magnetica. B	μ
10 % di ferro	0 0,09620 0,15120 0,20503	0 16,5391 26,6000 36,0650	0 27 44 57	0 0,13263 0,21597 0,27981	0 18,20571 29,31409 39,58100	— 1,10077 1,10229 1,09750

Valore medio di $\mu = 1,10018$.

TAB. IV.

15 % di ferro	0 0,094744 0,14882 0,19746	0 16,6678 26,9181 34,7470	0 42 66 87	0 0,206164 0,32398 0,42706	0 19,25846 30,25232 40,11317	— 1,15543 1,15814 1,15466
---------------------	-------------------------------------	------------------------------------	---------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

Valore medio di $\mu = 1,15607$.

TAB. V.

20 % di ferro	0 0,09523 0,14173 0,19130	0 16,7533 24,9587 33,6543	0 60 84 125	0 0,294527 0,461424 0,564510	0 20,45432 30,75696 40,74693	— 1,22080 1,23265 1,21075
---------------------	------------------------------------	------------------------------------	----------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

Valore medio di $\mu = 1,22143$.

TAB. VI.

30 % di ferro	0 0,11558 0,18354 0,21993	0 20,32202 32,27183 38,66892	0 129 207 254	0 0,632800 1,000235 1,243320	0 28,27377 44,84080 54,30862	— 1,39180 1,39270 1,40445
---------------------	------------------------------------	---------------------------------------	------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

Valore medio di $\mu = 1,39631$.

TAB. VII.

40 % di ferro	0 0,12362 0,10226 0,21690	0 21,73004 28,52009 38,12018	0 209 283 392	0 1,07360 1,38398 1,91610	0 35,22082 45,91124 62,19660	— 1,62458 1,61979 1,63157
---------------------	------------------------------------	---------------------------------------	------------------------	------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

Valore medio di $\mu = 1,62228$.

Come facilmente si poteva prevedere i valori trovati per la permeabilità magnetica vanno aumentando a misura che nel mezzo *dielettro-magnetico* aumenta la quantità di ferro; la curva I, (V. tavola 2) rappresentativa di tali valori, ottenuta riportando, sopra un sistema di assi coordinati, come ascisse le μ e come ordinate le percentuali del ferro contenuto, mostra ad evidenza come tale aumento avvenga in modo regolare.

Determinazione della costante dielettrica.

Sopra una base di legno, era fissata verticalmente, con un sostegno isolante, una lastra quadrata di zinco di cm. 10 di lato. Di fronte a questa un'altra lastra di zinco, eguale alla precedente, poteva muoversi micrometricamente lungo un asse orizzontale mantenendosi sempre parallela a quella fissa.

Facendo funzionare le due lastre di zinco come armature di un condensatore, poniamo tra queste una piastrina, di quelle già costruite, del mezzo *dielettro-magnetico* e determiniamo la capacità C del nostro condensatore. Avremo che

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{4\pi d},$$

indicando con ϵ la costante dielettrica del mezzo interposto tra le due lastre, con S la superficie di un'armatura e con d la distanza tra le due lastre.

Se allo strato del *dielettro-magnetico* sostituiamo uno strato di aria e misuriamo di nuovo la capacità C_1 del condensatore, quando le due lastre siano nuovamente distanti di d , avremo

$$C_1 = \frac{S}{4\pi d}$$

e quindi

$$\epsilon = \frac{C}{C_1}.$$

Pel confronto delle capacità abbiamo usato il metodo del galvanometro balistico. Per tal metodo è noto che

$$\frac{C}{C_1} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha'}{2}}$$

dove α , α' indicano le rispettive medie delle deviazioni impulsive del galvanometro avute per la carica e scarica del condensatore, quando lo strato isolante interposto sia il mezzo in esame o l'aria.

Per le misure ci servimmo di una chiave di scarica, di un galvanometro balistico di Du Bois e Rubens e di un condensatore formato, come già dicemmo, da due lastre affacciate di zinco sostenute verticalmente da sostegni isolanti. La distanza, variabile, tra le due lastre, dopo l'introduzione fra queste delle piastrelle del mezzo in esame, rimaneva sempre la stessa, come verificavamo leggendo, sulla testa graduata della vite micrometrica, la posizione dell'indice.

Usammo tutte quelle cautele necessarie ad avere un buon isolamento degli apparecchi di misura e dei fili di comunicazione, per cui potemmo ottenere che le deviazioni dovute alle correnti di carica e scarica fossero pressochè uguali.

La distanza della scala dallo specchio del galvanometro era di cm. 163. Riassumiamo i risultati delle misure fatte nelle seguenti tabelle:

TAB. VIII.

Strato isolante	Deviazioni per la carica (a destra)	Deviazioni per la scarica (a sinistra)	Media delle due deviazioni	Valore medio di α'	Valore di $2 \operatorname{sen} \frac{\alpha'}{2}$
Aria	4	4	4	4,2	0,0012
	5	4	4,5		
	4	4	4		
	4	4	4		
	5	4	4,5		

TAB. IX.

Strato isolante	Deviazioni per la carica (a destra)	Deviazioni per la scarica (a sinistra)	Media delle due deviazioni	Valore medio di α	Valore di $2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$	Valore di $\frac{\alpha}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}$
Conten. il 5% di ferro	8	8	8	7,3	0,0022	1,83333
	7,5	7	7,25			
	8	7	7,5			
	7	6,5	6,75			
	7	7	7			

TAB. X.

Strato isolante	Deviazioni per la carica (a destra)	Deviazioni per la scarica (a sinistra)	Media delle due deviazioni	Valore medio di α	Valore di $2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$	Valore di $\epsilon = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{\lambda}{2}}$
Conten. il 10 % di ferro	12,5	12	12,25	12,1	0,0037	3,08333
	12,5	13	12,75			
	11,5	12	11,75			
	11,5	12	11,75			
	11,5	12,5	12			

TAB. XI.

Conten. il 15 % di ferro	15	14	14,5	14,3	0,0043	3,58333
	14	14	14			
	16	14	15			
	14	14	14			
	14	14	14			

TAB. XII.

Conten. il 20 % di ferro	18	20	19,	18,4	0,0058	4,83333
	19	18	18,5			
	19	20	19,5			
	16	16	16			
	19	19	19			

TAB. XIII.

Conten. il 30 % di ferro	26	24	25	24,6	0,0075	6,25000
	26	25	25,5			
	27	25	26			
	24	22	23			
	24	23	23,5			

TAB. XIV.

Conten. il 40 % di ferro	36	38	37	35,8	0,0100	8,33333
	37	35	36			
	32	32	32			
	38	36	37			
	38	36	37			

Dai valori trovati si deduce che la costante dielettrica ϵ , come la μ , va aumentando colla quantità di ferro contenuta nel mezzo dielettro-magnetico; la curva II (V. tav. 2), che è una retta, ottenuta unendo i punti, i quali hanno per ascisse le ϵ e per ordinate i numeri indicanti la percentuale di ferro, mostra come tali aumenti siano pressochè proporzionali alla quantità di ferro contenuta nel mezzo in esame.

Tale risultato non era facilmente prevedibile, perchè a priori parrebbe che, coll' aumentare del ferro, dovesse diminuire il potere induttore specifico del mezzo. Per evitare del tutto questa obbiezione ripetemmo più volte le esperienze e trovammo gli stessi risultati, i quali, perciò, ritenemmo come esatti.

Determinazione del rapporto delle velocità.

Il rapporto fra le velocità V_1 e V di propagazione delle onde elettriche nell' aria ed in una data sostanza dà, come è noto, l' indice di rifrazione di quella sostanza medesima: per cui invece di calcolare il rapporto $\frac{V}{V_1}$ calcoleremo l' altro $\frac{V_1}{V}$ o ciò che è lo stesso l' indice di rifrazione elettrico del mezzo *dielettro-magnetico* in esame.

Per la determinazione dei rapporti delle velocità, dopo varie prove di altre disposizioni, ci fermammo alla seguente, che, oltre possedere il pregio di avere piccole dimensioni, ha pur quello di una grande semplicità.

Essa è basata, come quella dei Sigg. Arons e Rubens ¹⁾, sul principio del noto rettangolo di Hertz ²⁾.

E coll' Hertz, per brevità di linguaggio, chiameremo *punto nullo* quel tal punto di contatto per cui non avvengono scariche nell' interruzione del rettangolo. Descriviamo le singole parti, che collocate come mostra la figura schematica 3, ci danno una idea dell' insieme dell' apparecchio di misura.

1) Arons e Rubens. Wied. Ann. 42, pag. 581.

2) Hertz. Arch. de Genève, 21, n. 4, pag. 285, 1889.

Il generatore di onde. — Le molteplici esperienze fatte fin qui hanno dimostrato che la concordanza dei fenomeni lu-

Fig. 3.

A macchina Wimshurst, B oscillatore, C condensatore, D schermo, E, E' rettangoli hertziani, F, F' analizzatori, G contatto scorrevole.

minosi con quelli elettrici è dipendente moltissimo dalla lunghezza delle onde elettro-magnetiche adoperate, e quanto più piccole erano le onde elettriche impiegate tanto più i risultati ottenuti si avvicinavano a quelli richiesti dalla teoria ¹⁾.

È per questo che noi abbiamo costruito quale generatore di onde un oscillatore del sistema Righi, che produceva ondulazioni elettriche di piccola lunghezza d'onda.

Due fili di ottone, attraversanti due tubi di vetro a grosse pareti, essendo in comunicazione cogli elettrodi di una Wimshurst, privata dei suoi condensatori e capace di una scintilla di circa 5 cm., portavano le due sferette estreme *a*, *d* (diametro 10 mm.) ad un potenziale tale che, essendo fra queste interposte altre due sferette *c*, *b* (diam. 8 mm.), avvenivano continuamente tre scintilline fra le quattro sferette.

Tanto la scintilla media che le due laterali si potevano regolare: quella media spostando per mezzo della vite *v* le due branche d'ebanite che portavano le sferette *c*, *b*; quelle laterali servendosi di un rocchetto *r* che avvitandosi sulle asticine *g*, *h* faceva variare la distanza dell'estremità *g*, *h* e quindi delle sferette *a*, *b* essendo i tubi di vetro stretti fra le branche *m*, *n*.

1) Righi. L'ottica delle oscillazioni elettriche. Bologna, ed. Zanichelli, 1897.

La figura 4 dà un' idea dell' insieme dell' oscillatore, e mostra anche come le quattro sferette, abbassando od alzando la

Fig. 4.

squadra T, possano essere immerse o no nel recipiente sottostante V pieno di olio di ricino.

Nelle esperienze preliminari constatammo che col variare le distanze esplosivo delle tre scariche si aveva maggiore o minore sensibilità nell' analizzatore, da qui la ragione della costruzione sopra descritta.

Noi tenemmo immerse le sferette nell' olio di ricino, perchè trovammo che con esso si ottengono migliori risultati che immergendole nell' olio di vasellina.

Le sferette intermedie *c*, *b* portavano due piccoli serrafili che oltre a tenerle fisse alle branche di ebanite servivano a metterle in comunicazione colle lamine primarie di un condensatore.

Il condensatore era semplicissimo: due lastrine quadrate di zinco (lamine primarie) di 8 cm. di lato erano fissate con ceralacca sopra una lastra di vetro dello spessore di 4 mm. A queste erano affacciate, sopra l' altra parte della lastra, due lastrine quadrate di zinco (lamine secondarie) di 4 cm. di lato.

Questo condensatore, oltre che aumentare gli effetti delle scariche, regolarizzava il movimento elettrico.

Il rettangolo hertziano. — Come i signori Rubens e Arons adottammo due rettangoli sovrapposti e distanti verticalmente l' uno dall' altro di circa 5 cm. Per tenerli ben tesi e fissati procedemmo così: sopra una solida base di legno (40 × 90 cm.) e precisamente agli angoli ponemmo quattro colonnine in ferro (diam. 5 mm. alte 12 cm.) tenute ben fisse mediante una solida avvitatura e contro avvitatura. Queste colonnine erano ricoperte da tubi di vetro a pareti grosse, che verniciammo con

gomma lacca, per modo che i rettangoli di filo (spessore 1 mm.), che sopra essi posavano, erano ben isolati.

Quattro regoletti m , n e p , q , di legno ben secco e parafinato, erano disposti come mostra la figura 5 e, mentre mediante i morsetti a , b , c , d , a' , b' , c' , d' con dado a vite, favorivano il tiraggio dei fili di rame rettangolari, facilitavano e rendevano semplice tanto il cambiamento degli analizzatori, quanto la sostituzione di un lato del rettangolo con fili di varie lunghezze ed attraversanti i vari mezzi contenuti o no in un'apposita cassetta di zinco.

Fig. 5.

Così, se tra i morsetti c , c' e d , d' poniamo un filo rettilineo ben teso, il lato BC del rettangolo non è più interrotto e siamo condotti ad avere un semplice rettangolo come nelle esperienze di Hertz, rettangolo che offre la facilità di avere un lato che può facilmente allungarsi od attraversare mezzi diversi.

Per le nostre ricerche i fili dovevano attraversare corpi solidi che per la loro natura si potevano benissimo plasmare sopra i fili, ma dovendoci assicurare che il metodo dava buoni risultati abbiamo voluto fare delle prove preliminari o di controllo, ed allora abbiamo inserito fra il tratto interrotto m una cassetta di zinco lunga 20 cm. ed alta e larga 10, la quale poteva essere attraversata, per la sua lunghezza, da fili che si mantenevano isolati dalla cassetta mediante turacciolini di gomma.

La cassetta potendo essere tolta con facilità potevamo sostituire i fili rettilinei attraversanti la cassetta con altri a zig-zag, e quindi fare le determinazioni come in appresso diremo.

Il contatto scorrevole. — Per avere tra i fili adduttori ed i fili rettangolari dei contatti buoni, spostabili ed uniti invariabilmente adottammo la disposizione seguente:

Due pezzetti di ebanite, foggianti come la parte (a) della figura 6, erano fissati alla distanza di 5 cm. ad un'asticina di legno che portava alla sua estremità un indice, il quale posava sopra una scala graduata in millimetri. La scala aveva lo zero in un punto all'incirca egualmente distante dagli estremi *a*, *a'* dell'interruzione nel rettangolo.

I contatti si facevano a mezzo di un filo grosso di rame che da una parte portava un'avvitatura con una riparella e dall'altra era a lamina ed uncinato, come indica la parte (b) della figura 6.

Fig. 6.

La molla racchiusa tra il vuoto cilindrico fatto nell'ebanite e la riparella, mentre assicurava il contatto, permetteva che questo si spostasse facilmente. La figura qui contro rappresenta l'insieme dei contatti e le singole parti.

Lo schermo. — Affinchè le scariche oscillatorie del generatore di onde non influissero sugli analizzatori e sui fili tesi, ponemmo tra il condensatore ed i rettangoli uno schermo verticale formato con una lastra di ottone fissata sopra un telaio di legno.

Al disopra di questo schermopassavano i fili adduttori, flessibili e ben isolati, che dalle lamine secondarie del condensatore andavano ai contatti scorrevoli.

Gli analizzatori. — I signori Rubens e Arons nel loro metodo determinavano la differenza di potenziale agli estremi a, a' del lato interrotto del rettangolo mediante misure bolometriche; noi invece, tenendo sempre presente l'esperienza preliminare del Hertz, facemmo avvenire la scarica tra gli estremi a, a', δ, δ' in tubi vuotati invece che nell'aria.

I tubi dovemmo prepararli per tentativi: noi riuscimmo a costruirne due i quali corrispondevano pienamente allo scopo. Essi avevano il diametro interno di 8 mm. ed erano lunghi circa 80, aventi elettrodi di platino i quali internamente distavano circa 60 mm. ed esternamente erano saldati a due cappellotti di foglia d'ottone che ricoprivano per circa 2 cm. il tubo.

Con siffatti tubi determinavamo discretamente un tratto o zona d'indifferenza (di circa 6 cm.), entro la quale, rimanendo il contatto scorrevole, non si avevano più scariche nei tubi; per cui potevamo, con una certa approssimazione, determinare il punto nullo, prendendo il punto di mezzo di questo tratto. Ottenevamo così col nostro metodo migliori risultati di quelli che il Grimaldi, adottando delle lampadine elettriche, otteneva, avendo questi trovato, per zona indifferente, un tratto che variava dai 24 a 10,5 cm. ¹⁾.

Migliori risultati li ottenemmo dipoi costruendo dei piccoli *analizzatori* così fatti: sopra una lastrina di vetro lunga circa 4 cm. e larga 1 cm. fissavamo due fili di rame (diam. 1 mm.) che stavano per diritto e con le estremità affacciate. Uno di questi fili poteva scorrere entro la guaina formata col mastice stesso che lo teneva, per modo che le estremità affacciate dei fili potevano avvicinarsi od allontanarsi a piacere. La distanza esplosiva variava da 1 a 2 mm. Bagnavamo con una soluzione di gomma la lastrina e sopra a questa, con uno staccio finissimo, gettavamo della limatura di ferro che, a causa della gomma, rimaneva aderente alla lastrina di vetro.

Sostituendo ai tubi questi piccoli analizzatori riuscimmo a determinare il punto nullo con una precisione assai grande.

Bastava spostare dal presunto *punto nullo* appena di un centimetro il contatto scorrevole che apparivano all'analizza-

1) Grimaldi. Ricerche sull'oscillazioni elettriche hertziane, R. Acc. dei Lincei, p. 125, vol. 4, 1891.

tore delle scintilline che divenivano più luminose e numerose mano a mano che ce ne allontanavamo.

Ricerca del punto nullo. — Per trovare definitivamente il punto nullo procedevamo così: facevamo, girando la macchina elettrica, funzionare l'oscillatore e spostavamo il contatto da destra verso sinistra tanto che le scintilline all'analizzatore da brillanti che erano andavano perdendo la loro luminosità fino ad estinguersi completamente. Si notava la posizione del contatto sulla scala, e ripetevamo la stessa operazione procedendo da sinistra verso destra.

Le due posizioni determinate se non coincidevano tutt'al più differivano di pochi millimetri, come appare chiaro dalle tabelle che seguono.

Deduzione della formula che ci dà l'indice di rifrazione. — La propagazione delle vibrazioni si effettua, colla nostra disposizione, nello spazio che separa i rettangoli superiore ed inferiore. Se si sostituisce all'aria, in una parte limitata di questo spazio, un altro mezzo, la lunghezza d'onda si può dedurre dallo spostamento del punto neutro; il rapporto delle lunghezze d'onda ci dà l'indice di rifrazione. Questo nell'ipotesi che la velocità di propagazione delle vibrazioni elettriche tra i fili sia la stessa che nello spazio infinito e che le vibrazioni, che si producono dapprima nell'aria, si producano intieramente nel mezzo in esame.

La seconda condizione si è realizzata col sostituire al lato del rettangolo fili di varie lunghezze che attraversavano la cassa di zinco. All'esterno della cassa, fino al punto di raccordo con gli altri lati del rettangolo, i fili erano sempre rettilinei. La parte situata all'interno della cassa era o rettilinea o a zig-zag, come già dicemmo.

Per non trascurare l'influenza delle pareti della cassa sulle estremità esterne del filo seguimmo lo stesso procedimento dei signori Rubens e Arons ¹⁾ e adoprammo senz'altro la formula

$$n = \frac{V_1}{V} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_1},$$

1) Arons e Rubens. Wied. Ann. 45, p. 391, 1892.

essendo p_2 e p_1 i numeri che indicano le posizioni del *punto nullo*, quando il filo interno alla cassa era a zig-zag, e questa era piena o del mezzo in esame o di aria, mentre p_3 e p_4 sono i valori corrispondenti quando il filo interno era rettilineo.

Così, per determinare un indice di rifrazione bisognava conoscere quattro posizioni di punti nulli, corrispondenti a due fili di lunghezza differente, successivamente nell'aria e nel mezzo in esame.

Prima di determinare gl'indici di rifrazione dei mezzi *dielettro-magnetici* facemmo delle misure preliminari o di controllo che riassumiamo nella tabella XV.

TAB. XV.

Dielettrico riempiente la cassa	Posizione del punto nullo in millimetri			Valore di $n = \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_4}$ secondo le esperienze		Filo adoprato
	da sinistra a destra	da destra a sinistra	Media	nostre	degli autori	
Aria	15	22	18,5			rettilineo $p_4 = 17,5$
	16	19	17,5			
	15	18	16,5			
	174	175	174,5			a zig-zag $p_2 = 174,5$
	172	176	174			
	173	177	175			
Olio di oliva	35	40	37,5	1,738	1,71 Arons e Rubens	rettilineo $p_3 = 38$
	36	37	36,5			
	38	42	40			
	264	272	268		1,758 Mazzotto	a zig-zag $p_1 = 273$
	273	279	276			
	270	280	275			
Olio di ricino	29	38	33,5	2,082	2,05 Rubens e Arons	rettilineo $p_3 = 35$
	35	39	37			
	32	37	34,5			
	356	367	361,5			a zig-zag $p_1 = 362$
	357	362	359,5			
	364	366	365			

Continua TAB. XV.

Dielettrico riempiente la cassa	Posizione del punto nullo in millimetri			Valore di $n = \frac{p_2 - p_1}{p_2 - p_1}$ secondo le esperienze		Filo adoprato
	da sinistra a destra	da destra a sinistra	Media	nostre	degli autori	
Paraf- fina ¹⁾	19	29	24	1,516	1,35	rettilineo $p_s = 27$
	27	31	29		Thomson J.	
	23	33	28		1,43	
	266	268	267		Arons e Rubens	a zig-zag $p_s = 265$
	259	261	260		1,43	
	264	272	268		Righi	
					1,529	
					Mazzotto	

I risultati da noi trovati concordano in modo veramente soddisfacente con i valori che altri autori hanno dato per l'indice di rifrazione elettrico. Soltanto per la paraffina parrebbe che il nostro valore, concordante con quello trovato dal Mazzotto, non fosse d'accordo con quelli trovati dal Thomson, dal Righi e dai signori Arons e Rubens; ma quando si ricordi che il valore dell'indice di rifrazione ottico per la paraffina è dato da 1,53, anche quest'ultima misura da noi fatta concorda assai bene col valore teorico.

Per la paraffina ripetemmo la misura sopra un blocco di cm. $6 \times 10 \times 10$ facendo astrazione dalla cassa di zinco ed ottenemmo un risultato che concordava con quello precedentemente trovato.

Avuta così sperimentalmente una prova del buon funzionamento dell'apparecchio, passammo alla determinazione degli indici di rifrazione dei mezzi *dielettro-magnetici* costruiti.

Al posto della cassa di zinco mettemmo il mezzo in esame foggato, come già dicemmo, in blocchi di cm. $6 \times 10 \times 10$.

Per fare attraversare tali blocchi dai due fili del rettangolo hertziano, tagliavamo opportunamente i blocchi stessi in tre parti che riunivamo, tenendoli bene aderenti fra loro, me-

1) Nella cassa fu versata la paraffina liquida che poi lasciammo solidificare.

dianite morsetti di legno, dopo aver inserito, tra le parti tagliate, i fili.

Lasciammo invariate tutte le altre parti dell'apparecchio e per le misure seguimmo lo stesso procedimento già descritto.

Riportiamo nella tabella XVI i risultati delle misure.

TAB. XVI.

Mezzo in esame	Posizione del punto nullo in millimetri			Filo adoprato	Valore di $n = \frac{V_1}{V} = \frac{p_4 - p_3}{p_4 - p_1}$
	da sinistra a destra	da destra a sinistra	Media		
Aria	14	17	15,5	rettilineo $p_1 = 16$	
	16	20	18		
	13	16	14,5		
	168	173	170,5	a zig-zag $p_2 = 172$	
	170	176	173		
	169	174	172,5		
Contenente il 5 % di ferro	29	37	33	rettilineo $p_3 = 31$	1,615
	28	37	32,5		
	25	34	29,5		
	276	282	279	a zig-zag $p_4 = 283$	
	279	287	283		
	286	288	287		
Contenente il 10 % di ferro	24	29	26,5	rettilineo $p_5 = 28$	1,993
	26	31	28,5		
	28	30	29		
	315	323	319	a zig-zag $p_6 = 325$	
	322	332	327		
	326	332	329		
Contenente il 15 % di ferro	24	26	25	rettilineo $p_7 = 26$	2,096
	25	29	27		
	23	29	26		
	348	354	351	a zig-zag $p_8 = 353$	
	347	349	348		
	358	362	360		

Continua TAB. XVI.

Mezzo in esame	Posizione del punto nullo in millimetri			Filo adoprato	Valore di $n = \frac{V_1}{V} = \frac{p_4 - p_3}{p_2 - p_1}$
	da sinistra a destra	da destra a sinistra	Media		
Contenente il 20 % di ferro	19	26	22,5	rettilineo $p_3 = 24,5$	2,294
	21	27	24		
	23	29	26		
	368	373	370,5	a zig-zag $p_4 = 372,5$	
	367	371	369		
	375	379	377		
Contenente il 30 % di ferro	17	21	19	rettilineo $p_3 = 22$	2,749
	21	25	23		
	20	28	24		
	453	461	457	a zig-zag $p_4 = 458$	
	449	455	452		
	463	467	465		
Contenente il 40 % di ferro	18	21	19,5	rettilineo $p_3 = 20,5$	3,564
	19	22	20,5		
	20	23	21,5		
	564	570	567	a zig-zag $p_4 = 566,5$	
	561	564	562,5		
	567	573	570		

Aumentando il valore della permeabilità magnetica e della costante dielettrica, secondo la teoria, doveva aumentare l'indice di rifrazione elettrico; infatti i valori trovati mostrano come, coll'aumentare della percentuale del ferro, aumenti l'indice di rifrazione dei mezzi in istudio.

Riassunto delle determinazioni.

Noi ci eravamo proposti di studiare sperimentalmente se sia esatta la relazione $\frac{V}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$, o in altre parole se

l'indice di rifrazione di una sostanza, di costante dielettrica ϵ e di permeabilità magnetica μ , sia uguale alla radice quadrata del prodotto $\epsilon \cdot \mu$.

Poniamo nella tabella che segue a confronto i valori trovati per la ϵ , per la μ , per la $\sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ e per l'indice n di rifrazione elettrico.

TAB. XVII.

Mezzo dielettro-magnetico in esame	Valore della μ	Valore della ϵ	$\sqrt{\epsilon \cdot \mu}$	Indice di rifrazione
Conten. il 5 % di ferro	1,040016	1,83333	1,584	1,615
» 10 % »	1,10018	3,08333	1,857	1,903
» 15 % »	1,15607	3,58333	2,035	2,096
» 20 % »	1,22143	4,66666	2,387	2,294
» 30 % »	1,39631	6,25000	2,954	2,794
» 40 % »	1,62228	8,33333	3,678	3,564

Riportando sopra l'asse delle ascisse i valori di $\sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ e di n e sull'asse delle ordinate, come al solito, i numeri indicanti la percentuale del ferro contenuta nel mezzo in esame, costruiamo la curva III (V. tavola 2) che rappresenterà graficamente il risultato delle esperienze.

Si vede allora che i valori trovati per l'indice di rifrazione concordano abbastanza bene con i valori di $\sqrt{\epsilon \cdot \mu}$; per cui la formula di Hertz si può ritenere come sperimentalmente verificata.

Conclusioni.

Dalle esperienze riferite risulta che :

1° La permeabilità magnetica, la costante dielettrica e l'indice di rifrazione elettrico vanno aumentando coll' aumentare della quantità di ferro nel mezzo *dielettro-magnetico* in esame.

2° I valori dell' indice di rifrazione elettrico n sono assai concordanti coi valori della radice del prodotto della permeabilità magnetica μ per la costante dielettrica ϵ , per modo che la relazione $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ si può ritenere sperimentalmente verificata.

**DELLA INFLUENZA DELLE DEFORMAZIONI ELASTICHE
SULLA DURATA DI OSCILLAZIONE DI UN PENDOLO, SECONDO HELMERT,
per PAOLO PIZZETTI.**

Le misurazioni delle gravità col mezzo del pendolo hanno, come ognuno sa, una capitale importanza per lo studio della figura del geoide terrestre; importanza la quale è vieppiù cresciuta in questi ultimi tempi, dacchè la aumentata precisione e la estensione dei lavori geodetici propriamente detti hanno poste in evidenza delle deviazioni, maggiori di quelle prima supposte, fra il geoide e l'ellissoide di riferimento ¹⁾.

Quelle operazioni gravimetriche, così dette *relative*, le quali servono soltanto a paragonare i valori delle gravità fra luoghi diversi, e che ora in grande numero si eseguono coll' apparato pendolare di Sterneek, o con quello di Defforges, non richiedono nè lungo lavoro sperimentale, nè grande contributo di ricerche teoriche. Giacchè la maggior parte di quegli errori, che sono a temersi nella applicazione della formula del pendolo composto, scompaiono nel paragone fra i risultati delle misure fatte, con uno stesso apparato pendolare, in due luoghi diversi.

Non è così nel caso delle determinazioni *assolute* della gravità; per le quali ogni piccola causa di errore va accuratamente studiata e un gran numero di termini di correzione debbono, o dovrebbero, essere calcolati. Che la teoria delle

1) Se si vuol studiare la superficie di livello terrestre, senza partire da ipotesi più o meno arbitrarie, le operazioni astronomiche e geodetiche p. d. non bastano più; occorrono anche le misure di gravità. Veggasi, per esempio, in proposito la mia Nota: "Intorno alla effettiva determinazione della superficie di livello terrestre", Rendiconti Acc. Lincei, 1895.