VI. *Zum Grundgesetz der Complementärfarben; von Paul Glan.*

Im 92. Bande der Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien habe ich Untersuchungen veröffentlicht, welche eine genaue Bestimmung der Stärke der Complementärfarben, wie für mein Auge, und der Schwächung gestatten, welche sie im Auge bis zur lichtempfindenden Schicht erleiden. Es hatte sich mir dabei, nach meinen Bestimmungen, das einfache Gesetz ergeben, dass die Mengen complementärer Farben, in Energiemaass gerechnet, gleich gross in der wahrnehmenden Schicht der Netzhaut sein müssen um Weiss zu geben und dass für dieselbe Menge Weiss bei sämmtlichen Paaren solcher Farben dieselbe Lichtmenge in Energiemaass erforderlich ist.

Zu den Bestimmungen hatte ich mich des von mir im 24. Bande von Pflüger's Archiv beschriebenen Spectrocolorimeters bedient. Dasselbe gestattete einmal irgend zwei spectrale Farben neben einander zu vergleichen und ihr Helligkeitsverhältnis in beliebiger messbarer Weise zu ändern, wie es zur Untersuchung Farbenblinder wünschenswerth ist, zweitens gestattet es den Vergleich von messbar veränderlichem Weiss mit einer beliebigen in ihrer Stärke messbar zu variirenden Spectralfarbe. Drittens kann man mit ihm zwei Spectralfarben in bestimmbarer Menge mischen und mit messbar veränderlichem Weiss vergleichen. Das Spectrocolorimeter lässt sich aber auch so vervollkommenen, dass man mit ihm die Mischung zweier Spectralfarben mit einer beliebigen anderen Spectralfarbe oder auch mit einer Mischung einer solchen mit Weiss vergleichen kann, wobei die Menge des Weiss oder der Spectralfarbe, welche bei einer Einstellung des Spectrocolorimeters zur Wirkung kommt, durch dasselbe messbar ist. Zu dem Zweck kann man ein zweites kleines, um die Axe des Tisches des Apparates drehbares und zugleich gegen dieselbe zu neigendes Rohr, ähnlich dem, durch welches das weisse Licht

geht, anbringen, in dem ein kleines Spectroskop mit gerader Durchsicht ohne Ocular — etwa ein Browning'sches — steckt, dessen Spaltende der Milte des Spectrocolorimeters abgekehrt ist. Am einen Ende desselben kann man zwei polarisirende Prismen, ein feststehendes und ein messbar drehbares, um die Helligkeit des von diesem kleinen Spectroskop erzeugten Spectrums messbar zu ändern, anbringen. Das Licht, welches durch dies zweite kleine seitliche Rohr geht, wird entweder an der Hinterfläche des Flintglasprismas des Spectrocolorimeters unmittelbar gespiegelt, oder an einer keilförmig an sie gesetzten schwarzen Glasplatte, und gelangt in das Betrachtungsfernrohr, auf dessen Ocularspalt es bei passender Einstellung des kleinen seitlichen Spectroskops ein Spectrum entwirft. Durch Neigung des kleinen Spectroskops mit gerader Durchsicht entwirft man dessen Spectrum im dunklen Zwischenraum neben den Mischfarben der Spectren des Doppelspaltes des Spectrocolorimeters, zwischen diesen und einem der Einzelspectren desselben. Auf dieses Spectrum dicht neben den Mischfarben kann man dann noch eine messbare Menge Weiss durch das andere seitliche Rohr des Spectrocolorimeters für unzerlegtes weisses Licht entwerfen und so entweder eine Mischung zweier Spectralfarben mit einer beliebigen einzelnen Spectralfarbe allein vergleichen oder mit einer Mischung der letzteren und Weiss.

Zu der Beschreibung des Spectrocolorimeters, welche ich im 24. Bande von Pflüger's Archiv gegeben habe, ist noch hinzuzufügen, dass der Doppelspalt, dessen beide Hälften gegen einander verschiebbar sind, zwei horizontale Messingstreifen hat, den einen breiteren und kürzeren aussen vor seiner Mitte, wie es in der soeben erwähnten Beschreibung angegeben ist, und dann noch einen zweiten schmäleren innen vor seiner Mitte, der sich vor den ganzen Schnitt legt, in dem die obere und untere Hälfte des Doppelspaltes zusammenstossen. Er ist bei der Anfertigung des Apparates angebracht worden um einmal das Durchdringen von Licht durch diese Schnittfuge zu verhindern, durch welches ein weisslicher Streif zwischen den beiden Spectren des Doppelspaltes entsanden sein würde und dann, um eine Deckung des durch das Rochon'sche Prisma des Spectrocolorimeters abgelenkten Bildes des einen

Spaltes mit dem nicht abgelenkten des anderen des Doppelspaltes zu erreichen.

Ist der breitere Messingstreif aussen vor der Mitte des Doppelspaltes, so grenzt das abgelenkte Bild der einen Spalthälfte an das nicht abgelenkte der anderen, und bei passender durch die Schieber an ihnen geregelter Länge der Spalthälften sieht man dann zwei mittlere, sich berührende Spectren, an die sich beiderseits schwarze Streifen schliessen, die wieder durch je ein Spectrum begrenzt sind. Man kann auf diese Weise durch Benutzung der mittleren Spectren die Empfindlichkeit eines Auges gegen Farben- oder Helligkeitsunterschiede prüfen, durch Entwerfen eines weissen Streif auf den dunklen Streif oder auf ein Spectrum Weiss mit den Spectralfarben vergleichen oder mischen, auch die verweisslichten Spectralfarben mit den reinen vergleichen.

Ist nur der schmalere Messingstreif hinten vor der Mitte des Doppelspaltes vorhanden, und das Beobachtungsfernrohr auf ihn eingestellt, so deckt sich bei passender Länge der Spalthälften ein abgelenktes Bild der einen mit einem nicht-abgelenkten der anderen und man sieht dann im Ocularspalt eine Mischfarbe beiderseits begrenzt durch einen dunklen Raum, an den sich je eine Spectralfarbe anschliesst. Auf einen dunklen Raum kann dann Weiss oder eine Spectralfarbe vom Spectrum des kleinen seitlichen Spectroskops mit gerader Durchsicht oder eine Mischung beider entworfen und mit der Mischfarbe aus zwei Spectralfarben verglichen werden.

Man könnte das Spectrocolorimeter auch in der Weise verwenden, dass man nach Entfernung des Oculars, nach dem Vorgange von Maxwell, das Auge unmittelbar hinter den Ocularspalt hielte; man sähe dann die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs durch die nächstliegende Kante des Flintglasprismas in zwei Theile getheilt, welche mit den zu vergleichenden Farben erfüllt wären. Um auf diese Weise alle die zuvor angegebenen Farbenvergleichen vornehmen zu können, könnte das Rohr für weisses Licht auf derselben Seite des Flintglasprismas angebracht werden, wie das kleine Spectroskop mit grader Durchsicht. An die Basis des Flintglasprismas müsste dann unter einem Winkel mit keilförmig zugeschragter Kante zunächst der Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs

eine planparallele durchsichtige Glasplatte angesetzt werden. Von dieser würde dann weisses Licht in die eine Hälfte der Objectivlinse gespiegelt. Durch die Platte, von der Basis des Flintglasprismas reflectirt, ginge das spectral zerlegte Licht des kleinen seitlichen Spectroskops mit gerader Durchsicht zur selben Hälfte der Objectivlinse, wie das weisse Licht. Durch diese Hälfte hindurch könnte man dann entweder weisses Licht allein, oder eine Spectralfarbe allein, oder beide gemischt auf den Ocularspalt im Beobachtungsröhr fallen lassen und sähe dann diese Hälfte entsprechend gefärbt. Durch die andere Hälfte der Objectivlinse gelangte dann entweder eine einzelne Spectralfarbe zu jenem Ocularspalt, wenn die Hälften des Doppelspalt des Spectrocolorimeters über einander liegen, oder ein Gemisch zweier, wenn das nicht der Fall ist.

Man könnte auf diese Weise mit dem Spectrocolorimeter, indem man das Auge dicht vor den Ocularspalt seines Beobachtungsfernrohres hält, in den Hälften der Objectivlinse des letzteren, entweder zwei Spectralfarben in veränderlichem Helligkeitsverhältniss vergleichen, oder ein Gemisch zweier Spectralfarben entweder mit einer einzelnen Spectralfarbe oder mit einer solchen und Weiss in durchweg veränderlichem Mengenverhältniss.

In der Eingangs erwähnten Arbeit habe ich nur die Schwächungsindices für die Medien des Auges bis zum gelben Fleck im ganzen für die einzelnen Spectralbezirke angegeben. Es ist aber von allgemeinem Interesse, sie für die einzelnen Theile des Auges zu kennen. Sie sind nach den Bestimmungen von R. Franz berechnet worden, welcher durch Messung der Intensität im sichtbaren und überrothen Theil eines Flintglas-spectrums vor und nach Einschaltung der Theile des Auges Einsicht über die Durchlassfähigkeit derselben für die verschiedenen Spectralbezirke zu gewinnen suchte. Er maass die Intensität im hellen und überrothen Theil eines Sonnenspectrums, das durch ein Flintglasprisma entworfen war und dessen Strahlen durch eine leere kubische Glasflasche gingen, ehe sie die Thermosäule trafen. Dieselbe diente zur Aufnahme von Flüssigkeiten, deren Diathermasie untersucht werden sollte. Er theilt dabei das helle Spectrum in sechs gleichbreite Zonen, welche den Hauptfarben des Spectrums

entsprachen, und setzte diese Zonen in gleicher Breite in den überrothen dunklen Theil des Spectrums fort. Langley hat für ein Flintglaspectrum die Winkelabstände der einzelnen Theile desselben angegeben und nach Messungen mit seinem Bolometer die zugehörigen Wellenlängen. Danach liess sich die Wellenlänge der Mitte der einzelnen Zonen in dem Flintglasspectrum von Franz bestimmen. Als Ausgangspunkt wurde, das mit Sicherheit in beiden Spectren als gleich anzusehende helle Spectrum genommen. Dies wurde auf der von Langley angegebenen Theilung in sechs gleiche Theile getheilt und diese dann in gleicher Breite in den überrothen Theil hinein fortgesetzt. Aus den der Langley'schen Theilung beigegebenen Werthen der ihren einzelnen Punkten zugehörigen Wellenlängen liessen sich dann die Wellenlängen der Mitte der Zonen von Franz bestimmen. Danach ergab sich:

Mitte der fünften dunklen Zone,	$\lambda = 3118,6''$
„ „ vierten „ „	$\lambda = 2739,3''$
„ „ dritten „ „	$\lambda = 1797,3''$
„ „ zweiten „ „	$\lambda = 1290,3''$
„ „ ersten „ „	$\lambda = 850,7''$
„ des Roth „ „	$\lambda = 669,6''$
„ „ Gelb „ „	$\lambda = 567,4''$
„ „ Grün „ „	$\lambda = 499,5''$
„ „ Blau „ „	$\lambda = 454,9''$
„ „ Indigo „ „	$\lambda = 419,8''$
„ „ Violett „ „	$\lambda = 392,9''$

Die Mitte der fünften dunklen Zone von Franz lag etwas jenseits der Grenze des Ueberroth von Langley und ist durch interpolirende Fortsetzung des Langley'schen Spectrums gefunden. Da Franz einen verhältnismässig breiten Spalt und keine absorbirenden Glaslinsen anwandte, so scheint sein überrother Teil etwas länger gewesen zu sein, als der von Langley.

Bei der Untersuchung der Theile eines Auges wurden der hum. aq., die Krystalllinse, der hum. vitr. zwischen Glasplatten oder Glaswänden an die Stelle der kubischen Glasflasche bei der zuvor erwähnten Anordnung gebracht und die Intensität an den einzelnen Stellen, das heisst für die eben angegebenen Zonen mit der Thermosäule bestimmt. Die Hornhaut wurde über das kugelförmige, mit Spaltausschnitt versehene Ende eines Cylinderrohres gespannt, dessen anderes Ende mit eine

Glasplatte bedeckt war. Bei Einschaltung der Augenmedien ging das Licht also gleichfalls durch Glasplatten und veränderte Intensitätsvertheilung im Spectrum konnte dann nur fast ausschliesslich von den Augenmedien herrühren. Franz giebt diese Intensitätsvertheilung in der Weise an, dass er stets die Stärke im Roth 10 setzt und die der übrigen Zonen dann im Vergleich zu jener angiebt. Er findet danach die Absorptionskraft der Augenmedien ähnlich der des Wassers, nur die Hornhaut und die Krystalllinse schwächen das rothe Licht stärker.

Aus seiner Angabe der Vertheilung der Intensität im Flintglasspectrum des Sonnenlichtes ohne Einschaltung schwächender Flüssigkeiten und nach Durchgang desselben durch die Augenmedien lässt sich danach die Lichtschwächung für die letzteren in den einzelnen Theilen des Spectrums in folgender Weise bestimmen. Für den blauen und violetten Theil des Spectrums hat er bei einem Theile der von ihm untersuchten Theile des Auges keine Angaben über Messungen gemacht, wir können aber aus seinen Daten für den mittleren und rothen Theil des Spectrums für den ersteren die Uebereinstimmung der durchsichtigen Augenmedien mit Wasser in Bezug auf Lichtschwächung annehmen. Wir können also von der Lichtschwächung derselben für die mittleren Spectralfarben absehen. Ist für eine solche, zum Beispiel für die gelbe Zone, die Lichtstärke a , für eine andere Zone, deren Schwächungsindex x beim eingeschalteten Theil des Auges ist, die Lichtstärke b gefunden worden und sind a' und b' die entsprechenden Lichtstärken für dieselben Zonen, wenn der betreffende Theil des Auges nicht zwischengeschaltet war, so müssen wir haben:

$$\frac{x^{-1} b}{a} = \frac{b'}{a'},$$

und können danach x bestimmen. Wir erhalten so den Schwächungsindex für die untersuchte Dicke des betreffenden Theiles des Ochsenauges, dessen Medien R. Franz der Untersuchung unterwarf und können ihn daraus vermittels des bekannten Absorptionsgesetzes für die Dicke des entsprechenden Theils des menschlichen Auges berechnen, denn die verschiedenen dem menschlichen gleich zusammengesetzten Augen

sind in Bezug auf die Durchlassfähigkeit nach den Messungen von Janssen nicht wesentlich verschieden.

Hornhaut. Die in den Versuchen von R. Franz durchstrahlte Hornhaut eines Ochsenauges hatte nach meinen Messungen einer solchen eine Dicke von 1,7 mm. Die Dicke der menschlichen Hornhaut habe ich nach Krause in der Mitte zu 0,445 par. Linien angenommen. Es ergaben sich folgende Werthe des Schwächungsindex:

λ	Schwächungs- index	λ	Schwächungs- index
3118,6 "	—	567,4 "	1
2379,3 „	—	499,5 „	0,8823
1797,3 „	0,4093	454,9 „	0,8280
1290,3 „	0,6646	419,8 „	0,9540
850,7 „	0,6482	392,9 „	0,9533
669,6 „	0,5973		

Als vollkommen durchsichtig ist hierbei die Hornhaut für die gelbe Zone angenommen, mit deren Helligkeit die reducirten Lichtstärken der anderen Zone nach der zuvor angegebenen Weise verglichen sind. Für die vierte und fünfte dunkle überrothe Zone fehlen Angaben bei Franz.

Wässrige Feuchtigkeit. Sie hat nach Franz für die hellen Strahlen dieselbe Durchlassfähigkeit wie Wasser. Der Schwächungsindex für dieselbe ist danach vom Roth bis zum Violett gleich 1 zu setzen. R. Franz untersuchte eine Schicht von 8 mm Dicke und macht directe Zahlenangaben für Roth, dessen Lichtstärke 10 gesetzt ist, und die drei ersten dunklen Zonen im Ueberroth. Indem ich das ungeschwächte Roth als Vergleichszone für die anderen nahm, fand ich unter Annahme einer Dicke der wässrigen Feuchtigkeit von 2,79 mm im menschlichen Auge die folgenden Werthe für die Schwächungsindices.

λ	Schwächungs- index	λ	Schwächungs- index
3118,6 "	—	567,4 "	1
2379,3 „	—	499,5 „	1
1797,3 „	0,6547	454,9 „	1
1290,3 „	0,9081	419,8 „	1
850,7 „	1	392,9 „	1
669,6 „	1		

Für die beiden äussersten Zonen im Ueberroth hat Franz Angaben nicht gemacht. Der Schwächungsindex der ersten

dunklen überrothen Zone für die von ihm untersuchte Dicke der wässerigen Feuchtigkeit von 8 mm ergab sich in der vorher angegebenen Weise berechnet gleich 1,164. Da er nicht grösser als 1 sein darf, so stellt der Ueberschuss über die Einheit den Beobachtungsfehler dar. Franz selber gibt ein Beispiel für die starke Veränderlichkeit der Durchlassfähigkeit der Luft an und sie kann zu solchen fehlerhaften Werthen der Schwächungsindices führen. In diesem Fall habe ich den Ueberschuss über 1 als Fehler betrachtet und den Schwächungsindex gleich 1 gesetzt.

Krystalllinse. Es wurde hier Gelb zur Bestimmung der Schwächungsindices nach der zuvor angegebenen Berechnung desselben gewählt, mit dem das Licht der übrigen Zonen des Spectrums von Franz verglichen wurde. Die Dicke der menschlichen Krystalllinse des lebenden Auges ist nach v. Helmholtz zu 3,6 mm angenommen. Sie entspricht der Accommodation des Auges für die Ferne, wie sie für ein Auge wohl anzunehmen ist, welches zwanglos durch ein Fernrohr beobachtet, und das war bei den im folgenden besprochenen Beobachtungen wie bei meinen eigenen früheren wohl der Fall. Es ergab sich nach R. Franz, für die Schwächungsindices der Krystalllinse des lebenden menschlichen Auges im ruhenden Zustande:

λ	Schwächungsindex	λ	Schwächungsindex
3118,6 "	—	567,4 "	1
2379,8 „	—	499,5 „	0,7775
1797,3 „	0,3649	454,9 „	(0,6313)
1290,3 „	0,8382	419,8 „	(0,5166)
850,7 „	0,7012	392,9 „	(0,4281)
669,6 „	0,5553		

Für die vierte und fünfte dunkle überrothe Zone, wie für Blau, Indigo und Violett fehlen Angaben bei Franz.

Glaskörper. Die Dicke des Glaskörpers im menschlichen Auge habe ich zu 15,87 mm angenommen. Sie ist aus den Angaben von Brücke über die Grösse der Augenaxe des Menschen, denen von Krause über die Dicke der Hornhaut und der Sehnenhaut in der Augenaxe und ferner mit Hülfe der vorigen Angaben über die Dicke der Krystalllinse und der wässerigen Feuchtigkeit bestimmt. Auch hier wurden wie bei der Krystalllinse, die anderen Zonen zur Berechnung

der Schwächungsindices stets mit der gelben verglichen. Ich fand:

λ	Schwächungs- index	λ	Schwächungs- index
3118,6 "	—	567,4 "	1
2379,3 „	0,0568	499,5 „	0,8700
1797,3 „	0,3408	454,9 „	—
1290,3 „	1	419,8 „	—
850,7 „	1	392,9 „	—
669,6 „	0,8818		

Für die fünfte überrothe dunkle Zone und für Blau, Indigo und Violett hat Franz keine Zahlen gegeben. Für die erste dunkle überrothe Zone ergibt sich der Schwächungsindex für die von Franz untersuchte Schicht der wässerigen Feuchtigkeit eines Ochsenauges von 8 mm Dicke nach der angegebenen Art der Berechnung gleich 1,105 und für die zweite dunkle Zone im Ueberroth gleich 1,084. Beide Schwächungsindices habe ich der Einheit gleich gesetzt, wie im entsprechenden Falle bei der wässerigen Feuchtigkeit und aus denselben Gründen.

Aus den angegebenen Werthen der Schwächungsindices der Augenmedien der von Franz untersuchten Dicke derselben, welche grösser als 1 waren, kann man die Grösse der möglichen Beobachtungsfehler seiner Methode entnehmen. Die hauptsächlichste Fehlerquelle für dieselbe liegt, nach seinen eigenen Angaben, in der grossen Veränderlichkeit der Durchlassfähigkeit der Luft, welche sich auch während einer Versuchsreihe ändert und dadurch die nach der zuvor angegebenen Methode berechneten Schwächungsindices bald zu gross, bald etwas zu klein erscheinen lässt, weil die Art ihrer Bestimmung eine während der ganzen Versuchsdauer unveränderliche Leuchtkraft des Sonnenlichtes voraussetzt. Aus diesem Grunde habe ich die sich wenig von der Einheit unterscheidenden Schwächungsindices der Hornhaut für den sichtbaren Theil des Spectrums mit Ausnahme des Roth gleich 1 angenommen bei der späteren Berücksichtigung der Absorption der Hornhaut, denn diese Abweichungen von der Einheit waren etwa vom Betrage der möglichen Beobachtungsfehler. Dasselbe habe ich auch aus dem gleichen Grunde beim Glaskörper gethan; für die Krystalllinse scheint die Abweichung im Grün für den Schwächungs-

index von der Einheit doch grösser, als der durchschnittliche Beobachtungsfehler. Es hätte danach die Krystalllinse des Ochsenauges absorbirende Wirkung für grünes Licht. Beim Menschen nimmt sie erst im hohen Alter eine Färbung an, welche durch eine vom Violett bis zum Grün sich erstreckende Absorption hervorgerufen wird. Da meine eigenen, wie die hier später zu besprechenden Beobachtungen der Complementärfarben in diesem Lebensalter nicht angestellt sind, habe ich für die Krystalllinse den Schwächungsindex im Grün gleich 1 gesetzt in den folgenden Berechnungen. Dagegen hat das menschliche Auge stets vermittels seiner Krystalllinse lichtschwächende Einwirkung auf den brechbarsten Theil des Spectrums. Diese Lichtschwächung ist, wie ein Vergleich der Aenderung der absoluten Intensität im Spectrum und seiner scheinbaren Helligkeit ergibt, allmählich zunehmend nach dem Violett anzunehmen. Ich habe deshalb, in Ermangelung anderer Angaben, die Lichtschwächung der Krystalllinse für den brechbarsten Theil des Spectrums im Verhältniss der Abnahme der Wellenlänge wachsend angenommen, wie sie ja auch thatsächlich für die Linse des Menschen nach dem Violett hin wächst. Aus der Abnahme des Schwächungsindex vom Gelb zum Grün, welche Franz fand, habe ich danach die Schwächungsindices für Blau, Indigo und Violett berechnet. Sie sind zwischen Klammern den von Franz unmittelbar beobachteten Schwächungsindices hinzugefügt worden.

Ausser der Schwächung, welche das Licht im Auge bis zur Netzhaut erfährt, kommt noch diejenige in Betracht, welche es in dieser selbst erfährt, ehe es zu den wahrnehmenden Elementen derselben gelangt. Da meine eigenen, wie die im folgenden hier besprochenen Beobachtungen im directen Sehen angestellt sind, so kommt nur das Pigment im *gelben Fleck* vor seiner lichtempfindenden Schicht in Betracht. Um die lichtschwächende Kraft desselben für die verschiedenen Farben zu bestimmen verfuhr ich in folgender Weise. Ich beobachtete entweder zwei gleich helle Kerzen mit einem Auge durch gefärbte dünne Platten, die eine direct, die andere seitlich und zwar so, dass ihr Bild am Rande des gelben Flecks lag. Das seitlich gesehene Kerzenbild lag hierbei sowohl nach der Nasenseite, wie nach der Schläfenseite vom gelben Fleck. In

diesem Falle sind die bei gleichem Eindruck von beiden Kerzen ins Auge gesandten Lichtmengen i/r^2 und $i \cos \alpha / r_1^2$, wenn die seitliche Kerze unter dem Winkel α und aus der Entfernung r_1 das Auge bestrahlt. Die Bedeutung der anderen Buchstaben ist einleuchtend. Von der Schwächung durch die färbende Platte kann man absehen, denn sie wurde zu beiden Strahlen schräg vor's Auge gehalten und die durchgehende, von ihr wenig geschwächte Farbe änderte bei geringen Neigungen der Platte ihre Helligkeit nicht merklich. Ebenso kann man auch die Schwächung der Augenmedien vor dem gelben Fleck ausser Acht lassen, da sie für die von beiden Kerzen zur Netzhaut gesandten Lichtmengen merklich gleich ist. Bezeichnet nun x den Schwächungsindex der betreffenden Farbe für das Pigment des gelben Fleckes vor seiner lichtempfindenden Schicht, so bestimmt er sich, da es nur auf das Licht der direct gesehenen Kerze wirkt durch die Gleichung:

$$\frac{x i}{r^2} = \frac{i \cos \alpha}{r_1^2}.$$

Ich habe auch in einigen Fällen spectrales Licht angewandt, und zwar ein Gelb, zwei Farben aus dem reinen Grün und das Blau der Linie F . Von dem mit Ocularspalt versehenen Fernrohre des Spectroskops war zu diesem Zwecke das Ocular entfernt und vor den Ocularspalt, aus dem die gewünschte Spectralfarbe austrat, wurde schräg eine weisse, durchsichtige Glasplatte gehalten, welche das Licht einer seitlichen Kerzenflamme spiegelte. Vor diese Kerze wurde eine farbige Platte oder eine Flasche voll farbiger Flüssigkeit gestellt, um ihrem Lichte gleiche Färbung mit der Spectralfarbe zu geben. Dann wurde einmal die Spectralfarbe direct das entsprechend gefärbte, gespiegelte Bild der Kerzenflamme seitlich betrachtet, und die Kerze solange verschoben, bis beide gleich hell schienen. Man hat dann:

$$x i = \frac{i_1 \cos \alpha}{r^2},$$

wenn i die Lichtstärke der Spectralfarbe, i_1 diejenige der Kerzenflamme nach der Spiegelung an der Glasplatte und nach ihrer Färbung in der absorbirenden Schicht, bedeutet, durch welche ihr Licht geht, ferner α der Winkel ist, unter dem ihr Licht seitlich ins Auge fällt, und r der Abstand des ge-

spiegelten Flammenbildes vom Auge, endlich x den Schwächungsindex des Pigments des gelben Fleckes für die Spectralfarbe bedeutet. Darauf wurde das gespiegelte Flammenbild direct, die Spectralfarbe seitlich betrachtet, und die Kerze von neuem verschoben, bis sie wieder mit der Spectralfarbe gleich hell erschien. Man hat dann:

$$i \cos \alpha = \frac{x_1 i_1}{r_1^2},$$

wenn x_1 den Schwächungsindex des Pigments des gelben Fleckes für die Farbe bedeutet, welche von der färbenden Schicht vor der Kerzenflamme hindurchgelassen wird. Der letztere wurde zuvor nach der zuerst angegebenen Methode vermittle der directen und seitlichen Betrachtung zweier gleich hellen Kerzen bestimmt. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben in der letzten Gleichung ist klar. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$x = \frac{\cos^2 \alpha x_1 r_1^2}{r^2}$$

und aus ihr lässt sich also der Schwächungsindex der Spectralfarbe für das Pigment des gelben Fleckes bestimmen. Für jede der untersuchten Farben habe ich zwanzig bis dreissig Messungen angestellt. Die Wellenlängen derselben wurden mit einem Gitter nach bekannter Methode bestimmt. Es ist im folgenden die mittlere Wellenlänge des Spectraltheils angegeben, den die einzelnen benutzten färbenden Schichten hindurchliessen, oder der dem Spectrum selbst entnommen war. Es wurde auch das unveränderte Licht zweier Kerzenflammen untersucht und so die Lichtschwächung des Pigments des gelben Fleckes für Weiss erhalten. Es ergaben sich so folgende Resultate.

Schwächungsindex = 0,424 für weisses Kerzenlicht

„	= 1	„	$\lambda = 700,7$ „
„	= 1	„	$\lambda = 649,5$ „
„	= 0,889	„	$\lambda = 582,8$ „
„	= 0,348	„	$\lambda = 553,6$ „
„	= 0,171	„	$\lambda = 522,2$ „
„	= 0,124	„	$\lambda = 504,5$ „
„	= 0,269	„	$\lambda = 485,6$ „
„	= 0,695	„	$\lambda = 457,4$ „

Mit diesen Werthen habe ich die Lichtschwächung im menschlichen Auge bis zur lichtempfindenden Schicht der Netz-

haut bestimmt und gefunden, dass in ihr die Lichtmengen complementärer Farbe gleich sein müssen, um Weiss zu geben, und dass für Weiss von gleicher Stärke von allen dieselbe Menge erforderlich ist. Ausser meinen eigenen liegen auch andere Mittheilungen vor, welche quantitative Angaben über die Lichtmengen complementärer Farben und des aus ihnen gebildeten Weiss enthalten. So haben v. Frey und v. Kries Weiss aus Complementärfarben zusammengesetzt, indem sie drei Spalten mit demselben Wolkenlicht beleuchteten, von denen zwei zur Spectrenerzeugung benutzt wurden und der dritte das Vergleichsweiss lieferte, mit dem das aus zwei Farben jener Spectren hergestellte Weiss verglichen wurde. Eine genaue Darstellung ihrer Versuchsmethode im einzelnen findet sich in Du Bois' Archiv für Physiologie, Jahrg. 1881, p. 336. Sie veränderten einerseits die zusammensetzenden Farben, andererseits die Spaltbreiten so lange, bis das unzerlegte weisse Wolkenlicht dem aus zwei Spectralfarben gebildeten gleich schien. Die Spaltenbreiten bestimmten sie mit Hülfe einer Scala, die in Fünftel Millimeter getheilt war und an der Zehntel Millimeter oder kleinere Strecken durch Schätzung abgelesen wurden.

Um mit Hülfe ihrer Angaben die Stärke der von ihnen zu Weiss zusammengesetzten Farben in absolutem Maasse zu finden, ist diejenige im Spectrum des Wolkenlichts in jenem Maasse zu bestimmen. Das habe ich auf folgende Weise gethan. H. C. Vogel theilt in den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Jahrg. 1880, p. 801 spectrophotometrische Bestimmungen mit, welche unter anderen für die einzelnen Spectralfarben das Verhältniss der Intensität des Lichtes einer Petroleumlampe zur Sonne und zum diffusen Tageslicht des trüben Himmels angeben. Daraus lässt sich das Verhältniss der Lichtstärke des Wolkenlichts zu derjenigen des Sonnenlichts für die einzelnen Spectralbezirke finden. Da nun Lamansky das Stärkeverhältniss im Flintglasspectrum der Sonne bestimmt hat, so lässt sich dasselbe mit Hülfe seiner Angaben in absolutem Maasse auch für das Flintglasspectrum des Lichtes des trüben Himmels oder des Wolkenlichtes berechnen. Ich theile es, in dieser Weise berechnet, mit und habe dabei die Stärke für die Linie *D* gleich 100 gesetzt.

Helligkeit im Flintglasspectrum des trüben Himmelslichtes
in absolutem Maasse:

λ	H	λ	H
633 "	98,70	517 "	85,45
627,7 „	99,02*	486 „	59,05
600 „	102,5	464 „	58,72
589 „	100	444 „	31,20
555 „	100,12	426 „	20,68
526 „	94,13*		

Die mit einem * versehenen Zahlen sind durch Interpolation gefunden.

Mit Hülfe dieser Werthe für die Vertheilung der Lichtstärke im Flintglasspectrum des Wolkenlichtes habe ich nun die Angaben von v. Frey und von Kries über Stärke von Complementärfarben und des aus ihnen gebildeten Weiss nach absolutem Maasse berechnet. Die Stärke derselben ist der Spaltbreite proportional gesetzt, welche für das in den Versuchen benutzte Wolkenlicht jeweilig angewandt wurde, und es wurden immer diejenigen Stärken der betreffenden Farben in absolutem Maasse berechnet, welche dieselbe Menge Weiss ergaben, wie sie der Spaltbreite eins, oder von einem Millimeter, des das unveränderte weisse Wolkenlicht liefernden Spaltes entspricht, mit dem das aus den Complementärfarben gebildete verglichen wurde. Ich theile zunächst die Lichtmengen in absolutem Maasse mit, welche in den Einstellungen von Frey zur Zusammensetzung derselben Menge Weiss gemischt wurden und zwar in der Stärke, die sie *vor* ihrer Schwächung durch die Augenmedien hatten. Es sind im Folgenden λ_1 und λ_2 die Wellenlängen complementärer Farben und i_1 und i_2 die entsprechenden Intensitätsangaben in absolutem Maasse.

λ_1	i_1	λ_2	i_2	λ_1	i_1	λ_2	i_2
484,5 "	81,17	656,5 "	56,78	468,75 "	33,54	570 "	27,73
484 „	82,93	620 „	22,86	462,5 „	30,78	569 „	27,73
483 „	69,26	609 „	17,00	458,8 „	28,93	567,5 „	31,62
480,5 „	61,82	598 „	17,16	451,2 „	24	567 „	26,85
477 „	45,46	586 „	18,63	440 „	25,26	564 „	27,33
476,5 „	54,31	583,5 „	22,78	430,8 „	38,26	564,2 „	31,20
473 „	40,87	577,5 „	22,60				

Aus i_1 und i_2 berechnen sich nun die Intensitäten der Complementärfarben in der lichtwahrnehmenden Schicht der Netzhaut J_1 und J_2 , wie sie sich nach der Lichtschwächung in den vor ihr liegenden Augenmedien ergeben mit Hülfe der

zuvor angegebenen Werthe der Schwächungsindices derselben, wie folgt:

λ_1	J_1	λ_2	J_2	λ_1	J_1	λ_2	J_2
484,5 "	22,3	656,5 "	21,1	468,75 "	15,9	570 "	16,5
484 „	23,5	620 „	17,5	462,5 „	17,9	569 „	15,9
483 „	20,3	609 „	16,3	458,8 „	19,2	567,5 „	17,3
480,5 „	19,7	598 „	17,1	451,2 „	10,6	567 „	14,4
477 „	16,4	586 „	17,5	440 „	12,9	564 „	13,1
476,5 „	19,8	583,5 „	20,9	430,8 „	19,7	564,2 „	15,1
473 „	16,8	577,5 „	17,0				

Aus den Einstellungen von Kries ergeben sich folgende Werthe der Wellenlängen complementärer Farben und ihrer Stärke in absolutem Maasse vor ihrem Eintritt in's Auge.

λ_1	i_1	λ_2	i_2	λ_1	i_1	λ_2	i_2
485,5 "	92,94	656,5 "	56,78	468,75 "	34,88	571 "	24,66
490,1 „	98,06	620 „	22,86	462,5 „	22,24	569 „	17,16
488 „	105,12	609 „	19,46	458,8 „	28,93	568,45 „	23,66
487 „	70,27	598 „	13,73	451,2 „	26,53	567,7 „	27,02
484 „	70,05	586 „	18,63	440 „	25,36	567,1 „	27,20
476,5 „	51,45	578 „	21,58	430,8 „	35,19	567 „	24,60
473 „	40,87	574,5 „	22,39				

Für die Intensitäten der Complementärfarben in der wahrnehmenden Schicht des gelben Fleckes ergeben sich daraus folgende Werthe:

λ_1	J_1	λ_2	J_2	λ_1	J_1	λ_2	J_2
485,5 "	24,8	656,5 "	21,1	468,75 "	16,6	571 "	15,1
490,1 „	21,5	620 „	17,5	462,5 „	12,9	569 „	9,8
488 „	25,2	609 „	18,6	458,8 „	19,2	568,5 „	13,6
487 „	17,6	598 „	13,7	451,2 „	11,7	567,7 „	14,8
484 „	19,6	586 „	17,5	440 „	12,9	567,1 „	14,6
476,5 „	18,9	578 „	16,7	430,8 „	18,2	567 „	13,2
473 „	16,8	574,5 „	15,4				

Wir wollen zunächst die Grösse des Beobachtungsfehlers dieser Messungen zu bestimmen suchen. Sie ergibt sich in folgender Weise: Finden sich unter den Messungen zwei Paare von complementären Farben, welche sehr nahe beieinander liegen, der Farbe nach, so müssten sich für beide dieselben Werthe der Intensität J_1 und J_2 ergeben. Der beobachtete Unterschied ist deshalb als Beobachtungsfehler anzusehen.

Zwei solche Paare finden sich in den Messungen von v. Kries, nämlich die mit den Wellenlängen 488 μ und 609 μ , 487 μ und 598 μ . Für die beiden Wellenlängen 488 μ und 487 μ sind Unterschiede in der Lichtschwächung im Auge nicht anzunehmen, ihnen müsste derselbe Werth der Intensität in

der lichtempfindenden Schicht des gelben Fleckes zukommen, da auch die zugehörigen complementären Farben nicht sehr verschieden sind. Die Beobachtungsergebnisse ergaben aber $25,2 - 17,6 = 7,6$; die letztere Zahl ist also als Beobachtungsfehler anzusehen.

Ich will nun den Unterschied der Stärke je zweier Complementärfarben, Δ_{1-2} , nach den letzten Tabellen angeben, die sich auf die Intensitäten in der empfindenden Netzhautschicht beziehen, ferner den Unterschied jeder vom allgemeinen Mittel, den ich durch Δ_{m-1} und Δ_{m-2} bezeichnen werde. Das Mittel aller Beobachtungen betrug in den Bestimmungen von v. Frey 17,9, in denen von v. Kries 16,9.

Ich gebe zuerst die Werthe von Δ_{1-2} , Δ_{m-1} , Δ_{m-2} nach den Messungen von v. Frey:

λ_1	λ_2	Δ_{1-2}	Δ_{m-1}	Δ_{m-2}
484,5 "	656,5 "	+ 1,2	- 4,4	- 3,2
484 "	620 "	+ 6	- 5,6	+ 0,4
483 "	609 "	+ 4	- 2,4	+ 1,6
480,5 "	598 "	+ 2,6	- 1,8	+ 0,8
477 "	586 "	- 1,1	+ 1,5	+ 0,4
476,5 "	583,5 "	- 1,1	- 1,9	- 3
473 "	577,5 "	- 0,2	+ 1,1	+ 0,9
468,75 "	570 "	- 0,6	+ 2	+ 1,4
462,5 "	569 "	+ 2	$\pm 0,0$	+ 2
458,8 "	567,5 "	+ 1,9	- 1,3	+ 0,6
451,2 "	567 "	- 3,8	+ 7,3	+ 3,5
440 "	564 "	- 0,2	+ 7	+ 4,8
430,8 "	564,2 "	+ 4,6	- 1,8	+ 2,8

Sowohl die Abweichungen der Intensitäten je zweier Complementärfarben voneinander, wie die jeder einzelnen vom allgemeinen Mittel sind in den meisten Fällen erheblich kleiner und übersteigen niemals die Grösse des zuvor angegebenen Beobachtungsfehlers und diese Beobachtungen bestätigen das von mir gefundene Gesetz.

Dieselben Differenzen Δ_{1-2} , Δ_{m-1} , Δ_{m-2} sind bei den Messungen von v. Kries die folgenden:

λ_1	λ_2	Δ_{1-2}	Δ_{m-1}	Δ_{m-2}
485,5 "	656,5 "	+ 3,7	- 7,9	- 4,2
490,1 "	620 "	+ 4	- 4,6	- 0,6
488 "	609 "	+ 6,6	- 8,3	- 1,7
487 "	598 "	+ 3,9	- 0,7	+ 3,2
484 "	586 "	+ 2,1	- 2,7	- 0,6
476,5 "	578 "	+ 2,2	- 2	+ 0,2

λ_1	λ_2	A_{1-2}	A_{m-1}	A_{m-2}
473 "	574,5 "	+ 1,4	+ 0,1	+ 1,5
468,75 "	571 "	+ 1,5	+ 0,3	+ 1,8
462,5 "	569 "	+ 3,1	+ 4	+ 7,1
458,8 "	568,5 "	+ 5,6	- 2,3	+ 3,3
451,2 "	567,7 "	- 3,1	+ 5,2	+ 2,1
440 "	567,1 "	- 1,7	+ 4	+ 2,3
430,8 "	567 "	+ 5	- 1,3	+ 3,7

Auch bei diesen Beobachtungen sind die Abweichungen der Intensitäten der einzelnen Farben voneinander mit Ausnahme von zwei Fällen, bei denen sie den Beobachtungsfehler ein wenig überschreiten, meist viel kleiner als er und auch diese Beobachtungen bestätigen das von mir gefundene Gesetz.

Im XVI. Bande von Wiedemann's Annalen hat Schelske Messungen über die Zusammensetzung des Weiss aus zwei Spectralfarben mitgetheilt. Er benutzte Sonnenlicht und leitete es durch zwei Collimatorrohre, von denen jedes durch Brechung in der einen Hälfte eines Flintglasprismas zwei gegeneinander verschiebbare Spectren erzeugen konnte, die sich auf dem Ocularspalt des Beobachtungsfernrohres entwickelten. Das Licht von einem Collimatorrohr ging durch die eine Hälfte der Objectivlinse dieses Fernrohres, das vom anderen durch die andere. Wurde das Auge hinter den Ocularspalt des Beobachtungsfernrohres gehalten, so sah er die eine Hälfte der Objectivlinse desselben in der Mischfarbe, die aus den beiden Spectralfarben entstand, welche vom Doppelspectrum des Lichtes des einen Collimatorrohres auf den Ocularspalt fielen, die andere Hälfte der Objectivlinsen erschien in der Mischfarbe, welche die beiden vom Doppelspectrum des Lichtes des anderen Collimatorrohres herrührenden Farben im Ocularspalt erzeugten und diese eng aneinander grenzenden Mischfarben liessen sich gut miteinander vergleichen.

Schelske erzeugte durch Gelb und Blau durch das eine Collimatorrohr ein Weiss, das er nach freiem Urtheil ohne Vergleich mit natürlichem Weiss herstellte. Diese Methode der Erzeugung des Vergleichsweiss ist gewiss besser als die Zuhülfenahme eines natürlichen Weiss. Denn wir sind bei letzterem nie sicher, ob es dem vollkommensten Weiss entspricht und wenn wir seine Farbe nicht ändern können oder

wollen, so übersehen wir geringere Abweichungen desselben von dem reinen Weiss leicht.

Durch je einen Spalt eines Collimatorrohres wird mit Hülfe eines doppelbrechenden Prismas ein Doppelspectrum erzeugt, dessen einzelne Spectra senkrecht zueinander polarisirt sind. Durch einen drehbaren Nicol kann ihr Helligkeitsverhältniss beliebig geändert werden und so aus zwei Farben beider eine Mischung in bestimmtem Verhältniss hergestellt werden.

Schelske theilt die Ergebnisse seiner Beobachtungen mit in folgender Form:

30.5° Gelb 562.7 μ

59.5° Blau 454.5 μ

und gibt an, dass die Helligkeit jeder der beiden Farben proportional den Quadraten des Sinus bez. des Cosinus sei. Danach habe ich sie für die weniger brechbaren Farben, in dem mitgetheilten Beispiel also Gelb, proportional dem Quadrat des Sinus des zugehörigen Winkels gesetzt und für die brechbaren Farben, im vorigen Beispiel also Blau, proportional dem Quadrat des Cosinus des entsprechenden Winkels.

Für die Intensitätsvertheilung im Flintglasspectrum habe ich die Angaben von Lamansky zu Grunde gelegt. Derselbe gibt im 146. Bande von Poggendorff's Annalen der Physik einmal an die Vertheilung der Lichtstärke im Flintglasspectrum der Sonne von der Linie *D* an bis zum Violett, zweitens dieselbe für dasselbe Spectrum von *D* in's Ueberrothe und endlich gibt er eine Wärmecurve für das ganze Flintglasspectrum der Sonne, in welcher die Intensitäten als Functionen der Wellenlängen dargestellt sind. Danach sind die Lichtstärken im Flintglasspectrum der Sonne die folgenden. Es ist hierbei das Ende des sichtbaren Roth des objectiv auf einem Schirm entworfenen Spectrums bei der Linie *B* angenommen und das violette Ende desselben, nach dem in Flintglasspectren üblichen Verhältniss zwischen den Abständen der Linien *F* und *G* und *G* und *H*, bei *H* gesetzt.

Absolute Helligkeit im Flintglasspectrum der Sonne:

λ	J	λ	J	λ	J
687,8 μ	147,3	493,9 μ	53,4	444,9 μ	23,5
664 „	133,3	487,5 „	48	439,7 „	20,8
639 „	122,7	F 484,3 „	47,1	434,4 „	17,2
614 „	113,3	481,7 „	47,1	429,1 „	15,4
D 588,8 „	100	476,4 „	44,8	425,5 „	14,5
E 526 „	76,9	471,2 „	43,4	418,4 „	9
519,6 „	74,2	465,9 „	39,8	411,1 „	9
513,2 „	67,9	460,7 „	36,6	400,3 „	3,6
506,8 „	60,6	455,4 „	30,8	392,9 „	2,7
500,4 „	56,1	450,2 „	28,5		

Mit diesen Werthen ergeben sich aus den Angaben von Schelske, von denen jede das Mittel aus acht Einzelversuchen ist, die folgenden Intensitäten complementärer Farben in absolutem Maasse vor ihrem Eintritt ins Auge.

λ_1	i_1	λ_2	i_2
495,3 μ	45,7	645,3 μ	19,6
486,1 „	41	597,9 „	15
454,5 „	22,5	562,7 „	23,3
451,5 „	22,8	566,8 „	19,7
413,9 μ	8,3	573,5	7,4

Die Intensität des letzten aus Violett und Gelbgrün gebildeten Weiss war nicht derjenigen der aus den anderen Paaren complementärer Farben zusammengesetzten Mengen Weiss gleich, Mengen, die sämmtlich unter sich gleich waren. Es gelang Schelske nicht, dieses letztere den vorigen durch die in diesem Falle erforderliche Veränderung der Spaltweiten der Collimatorröhren gleich zu machen. Der Grund ist wohl darin zu suchen, dass mit der Veränderung der Spaltweite der Farbenton der Componenten eines solchen Weiss geändert wird und damit auch der des resultirenden Weiss. Man ändert also dabei Helligkeit und Färbung des Weiss zugleich, und kann deshalb nicht nur das eine allein auf diese Weise variiren, wie es zur Erzeugung zweier gleichen Weiss nöthig ist.

Für die Lichtstärken der Complementärfarben in der lichtempfindenden Schicht des gelben Fleckes ergeben sich aus dem vorigen die folgenden Werthe:

λ_1	J_1	λ_2	J_2
495,3 μ	8,1	645,3 μ	9
486,1 „	10,8	597,9 „	14,9
454,5 „	9	562,7 „	10,7
451,5 „	10	566,8 „	10,5
413,9 μ	4,1	573,5	4,7

Danach ist in den Versuchen von Schelske der Unterschied der Lichtstärken zweier Complementärfarben und der der einzelnen vom Mittel der folgende. Das allgemeine Mittel ist hierbei nur aus den vier ersten Versuchen gebildet, da nur in diesen unter sich gleiches Weiss zusammengesetzt wurde.

λ_1	λ_2	Δ_{1-2}	Δ_{m-1}	Δ_{m-2}
495,3 μ	645,3 μ	- 0,9	+ 2,3	+ 1,4
486,1 „	597,9 „	- 4,1	- 0,4	- 4,5
454,5 „	562,7 „	- 1,7	+ 1,4	- 0,3
451,5 „	566,8 „	- 0,5	+ 0,4	- 0,1
413,9 „	573,5 „	- 0,6		

Man wird auch in diesen Beobachtungen die möglichen Fehler annähernd von gleicher Grösse annehmen können, wie in den zuvor mitgetheilten von v. Frey und v. Kries. Denn die Art der Beobachtung grösserer aneinander grenzender Flächen war in beiden Fällen dieselbe und auch die persönlichen Fehler sind nicht erheblich verschieden bei den einzelnen Beobachtern anzunehmen. Bei den Beobachtungen von Schelske liegen die einzelnen Bestimmungen in den allermeisten Fällen weit unter jener früher angegebenen Grösse der möglichen Beobachtungsfehler und es bestätigen diese Beobachtungen sehr gut das von mir gefundene Gesetz, dass sämmtliche Complementärfarben in der lichtempfindenden Schicht des gelben Fleckes von gleicher Grösse sein müssen um dieselbe Menge Weiss zu geben.

Berlin, 21. December 1892.