

Wirbelstromverluste in massiven Ankerleitern bei Leerlauf.

Von

Ludwig Dreyfus, Berlin.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

- I. Das Nutenquerfeld bei Stillstand.
 - A. Bestimmung des Trapezes der Zahnfeldstärke H_{zmax} .
 - B. Interpolation der Sättigungskurve durch eine Gerade.
 - C. Die Verteilung des Oerfeldes innerhalb der Nut.
 - D. Die „Umfangskurve“ des Nutenquerfeldes.
 - E. Zahlenbeispiel.
 - II. Harmonische Analyse der Umfangskurve.
 - III. Wirbelstromverluste in einer beliebigen Stablage, verursacht durch ein harmonisches Wechselfeld.
 - A. Bei nicht zu großen reduzierten Stabhöhen.
 - B. Bei großen reduzierten Stabhöhen.
 - IV. Die Summierung der Wirbelstromverluste.
 - V. Beispiele und Folgerungen.
- Schlußbemerkung.

Einleitung.

Ein beträchtlicher Teil der Verluste, die gewöhnlich unter dem Sammelbegriff der Eisenverluste passieren, hat in Wirklichkeit seinen Sitz in den Nutenleitern. Schon bei Leerlauf ist das Nutenquerfeld hochgesättigter Anker stark entwickelt und seine Verteilung längs des Ankerumfangs ist reich an höheren Harmonischen. Beides ist der Erzeugung starker Wirbelstromverluste in den Ankerleitern günstig. So ist es denn auch oft geradezu die Rücksicht auf diese Wirbelstromverluste, nicht etwa auf den Magnetisierungsstrom oder die Magnetisierungsleistung, welche die obere wirtschaftliche Grenze der Zahnsättigung bestimmt.

Die Theorie des Nutenquerfeldes in unbelasteten Ankern habe ich in einer früheren Arbeit¹⁾ entwickelt. Der vorliegende Aufsatz befaßt sich mit einer Berechnung der Wirbelstromleistung. Allerdings kann ich dabei ebensowenig wie in dem zitierten Aufsatz die Rückwirkung der Wirbelströmung auf die Zahnsättigung exakt berücksichtigen. Dessen bedarf es aber auch nicht, solange man sich nicht zu unvernünftig hohen Leiterquerschnitten verirrt, wie sie für die Praxis heute ein überwundener Standpunkt sind. Man weiß, daß sie bei Leerlauf und Belastung zu starken Wirbelströmen führen, und man hat gelernt, sie durch Unterteilung und Verschränkung der Leiter zu vermeiden.

I. Das Nutenquerfeld bei Stillstand.

Ich spreche im folgenden stets schlechtweg von einem „Nutenquerfeld“. Was ich damit meine, ist der Mittelwert, den die Tangentialkomponente des Nutenfeldes in irgendeiner Nuttiefe y über die Nutweite n besitzt. Die radiale Komponente ist zwar bei großen Zahnsättigungen gleichfalls nicht unerheblich. Doch bringt sie bei

¹⁾ Dreyfus, Die Berechnung des Nutenquerfeldes in unbelasteten Dynamoankern. Archiv f. Elektrot. Bd. 6, S. 105.

vernünftig dimensionierten Maschinen keine nennenswerten Wirbelstromverluste hervor und hat daher für die vorliegende Untersuchung wenig Interesse. Ich beschränke mich also auf das Nutenquersfeld und will zuerst über seine Eigentümlichkeiten so viel mitteilen, daß man wenigstens für die gebräuchlichsten Fälle des Maschinenbaues¹⁾ die Verlustrechnung ohne Heranziehung der ausführlicheren Arbeit durchführen kann. Ich werde mich auch an diese gar nicht in allen Punkten anlehnen, vielmehr ein gut Teil der wissenschaftlichen Strenge zugunsten der Kürze und Handlichkeit aufgeben. So kommt es, daß viele der dort schon beschriebenen Resultate in ganz neuem Gewande erscheinen, was ihnen — so hoffe ich — ihren Weg in die Praxis erleichtern wird.

Die ganze Ausbildung des Nutenquersfeldes wird durch zwei Einflüsse geregelt:

1. Die Veränderlichkeit der Zahnfeldstärke längs des Ankerumfangs.
2. Die Veränderlichkeit der Zahnfeldstärke zwischen Krone und Wurzel.

Daher müssen wir zunächst diese beiden Punkte klarstellen, und ich beginne mit der Bestimmung der maximalen Zahnsättigung ($B_{z\max}$, $H_{z\max}$) längs einer halben Polteilung. Ich rechne dabei die totale Nuttiefe h_{tot} vom Nutboden bis zum Abstände $\frac{n}{2}$ vom Luftspalt (Abb. 2). Denn weiter oberhalb stört bei halbgeschlossenen Nuten die Verschmälerung der Nut, bei offenen Nuten die Konzentration der Kraftlinien an der Zahnkrone den gleichmäßigen Verlauf des Feldes. Auch reichen die Nutleiter ja nur in ganz seltenen Fällen höher hinauf.

A. Bestimmung des Trapezes der Zahnfeldstärke $H_{z\max}$.

Um die Verteilung von $B_{z\max}$ und $H_{z\max}$ unter Vernachlässigung des Nutenquersfeldes bestimmen zu können, muß neben der magnetischen Charakteristik des Anker-

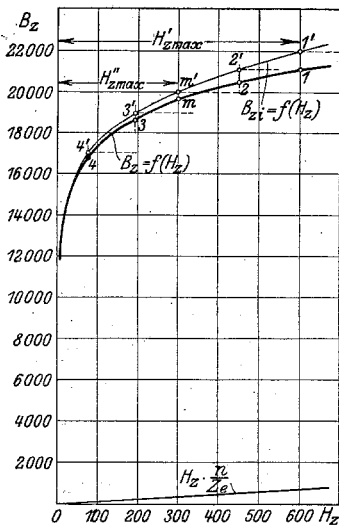


Abb. 1. Magnetische Charakteristiken der Ankerzähne.

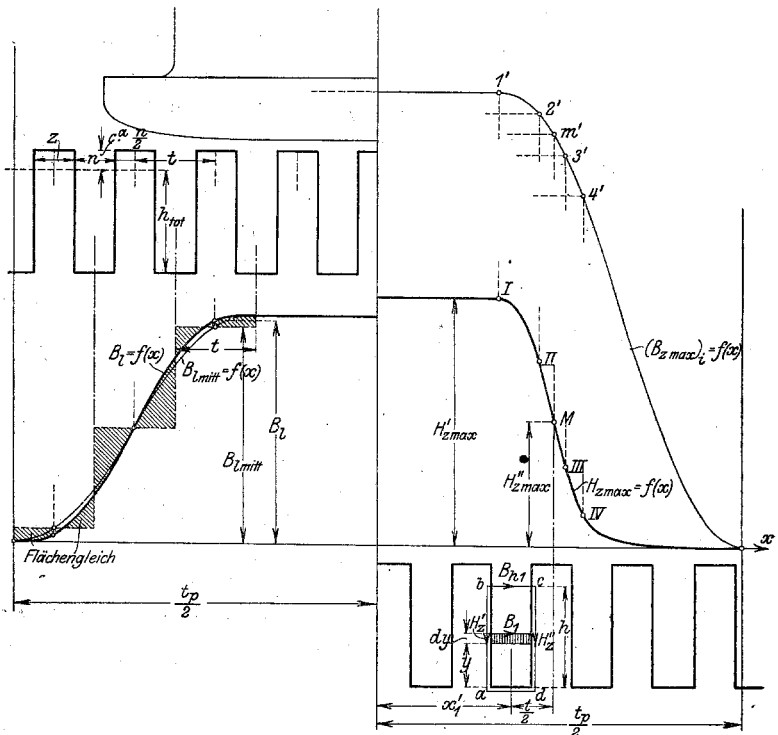


Abb. 2. Verteilung des Luftspaltfeldes.

Abb. 3. Konstruktion des H_z -Trapezes.

¹⁾ Vgl. Fußnote Seite 331.

eisens (Abb. 1) auch die Verteilung des Hauptfeldes über dem Ankerumfang (Abb. 2) gegeben sein. Dann läßt sich folgendes Verfahren anwenden:

a) Besitzt ein Zahn im engsten Querschnitt die Feldstärke H_{zmax} , so führt die entsprechende Zahnteilung t (d. h. der Zahn mit den beiden angrenzenden Nuthälften) pro cm Ankerlänge einen Flux:

$$\frac{N_t}{cm} = B_{zmax} z_{emin} + H_{zmax} n_1 = (B_{zmax})_i z_{emin}^1) \dots \dots \dots 1)$$

Daraus folgt die ideelle Zahninduktion:

$$(B_{zmax})_i = B_{zmax} + H_{zmax} \frac{n_1}{z_{emin}}, \dots \dots \dots 1a)$$

welche, wie in Abb. 1, ebenfalls als Funktion der Zahnfeldstärke aufzutragen ist.

b) Andererseits ist die ideelle Zahninduktion aber auch durch die Kurve der Luftfeldverteilung über dem Ankerumfang gegeben. Denn dieser Kurve entnimmt man zuerst den Mittelwert des Luftfeldes über einer Zahnteilung B_{lmitt} und berechnet daraus:

$$(B_{zmax})_i = B_{lmitt} \cdot \frac{t}{z_{emin}} \dots \dots \dots 1b)$$

Auf diese Weise findet man die Kurve $(B_{zmax})_i = f(x)$ der Abb. 3 und erhält mit Hilfe der Kurve $B_{zi} = f(H_z)$ des Diagrammes 1 auch die Verteilung der maximalen Zahnfeldstärke längs des Ankerumfanges: $H_{zmax} = f(x)$ (Abb. 3). Man sieht, auch die letzte Kurve gleicht wie die Luftfeldverteilung einem Trapez; aber seine parallelen Seiten sind kürzer und der Abfall seiner Schenkel wesentlich schroffer.

Die Erfahrung zeigt, daß auch für die minimale Zahnfeldstärke H_{zmin} ein Trapez mit gleichen parallelen Seiten erhalten wird. Hier genügt daher schon die Bestimmung eines Punktes unter der Polmitte.

B. Interpolation der Sättigungskurve durch eine Gerade.

Wenn wir die jetzt gefundenen Werte von B_{zmax} und B_{zmin} auf die Magnetisierungskurve übertragen, so sind drei Fälle möglich:

1. Bei unveränderlichen Zahnquerschnitten ist überhaupt

$$B'_{zmax} = B'_{zmin} = B'_z$$

Dann definieren wir eine wichtige Hilfsgröße — die „effektive Eisenpermeabilität“ μ' — durch die Tangente an die Sättigungskurve in diesem Punkte

$$\mu' = \frac{dB'_z}{dH_z} = \text{tg } \delta' \text{ (siehe Abb. 4).} \dots \dots \dots 2)$$

2. Sind statt dessen die Zahnflansche nur ganz wenig gegeneinander geneigt, dann liegen B_{zmax} und B_{zmin} auf der Sättigungskurve immer noch so nahe zusammen, daß zwischen diesen Grenzen eine Interpolationsgerade die Sättigungskurve vertreten kann. Wir bilden dann die effektive Eisenpermeabilität im Anschluß an Abb. 5 aus:

1) Bei isolierten Ankerblechen beträgt die effektive Zahnstärke z_e etwa 90 bis 95% der wirklichen Zahnstärke z . Außerdem ist die magnetische Entwertung der Randschichten infolge der Stanzarbeit durch einen konstanten Abzug von der geometrischen Zahnstärke zu berücksichtigen. — Die effektive Nutbreite ist für das Längsfeld streng genommen größer als für das Quersfeld, da auch die Papierisolation zwischen den Zahnlamellen ein Längsfeld leitet. Man setzt daher genauer

$$n_1 = n + \frac{p}{100} \cdot z_{mitt}$$

wobei $p = 5 \sim 10$ den prozentualen Raumverlust durch die Blechisolation und z_{mitt} die mittlere Zahnfeldstärke über der reduzierten Nuttiefe [siehe Gl. 4)] bezeichnet. Unter Umständen ist auch noch ein Zuschlag für Ventilationsschlitz anzubringen.

$$\mu' = \frac{B'_{z \max} - B'_{z \min}}{H'_{z \max} - H'_{z \min}} = \operatorname{tg} \delta' \dots \dots \dots 3)$$

oder auch mit Einführung der neuen Hilfsgröße \bar{H}'

$$\mu' = \frac{B'_{z \max}}{H'_{z \max} + \bar{H}'} = \frac{B'_{z \min}}{H'_{z \min} + \bar{H}'} \dots \dots \dots 3a)$$

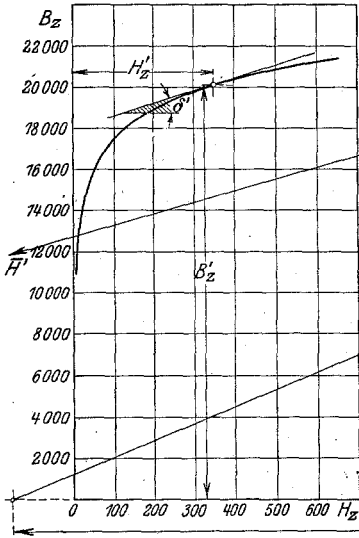


Abb. 4. Zahnbreite konstant.

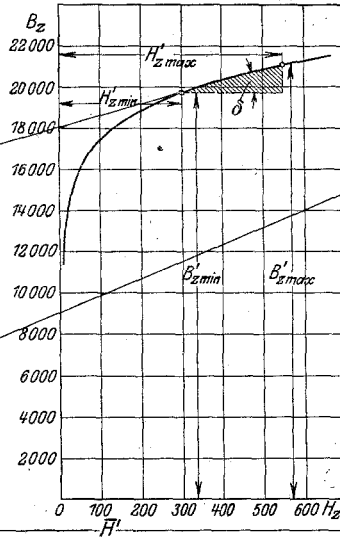


Abb. 5. Zahnbreite wenig veränderlich.

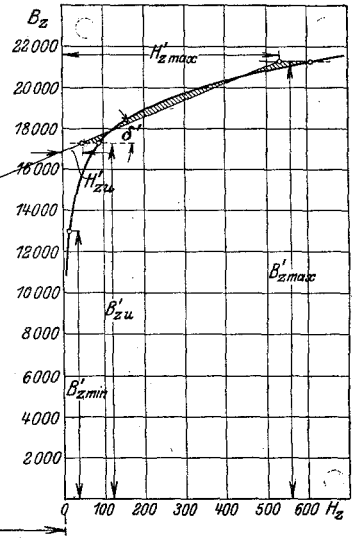


Abb. 6. Zahnbreite stark veränderlich.

Interpolation der Sättigungskurve und „effektive Permeabilität“ $\mu' = \operatorname{tg} \delta'$.

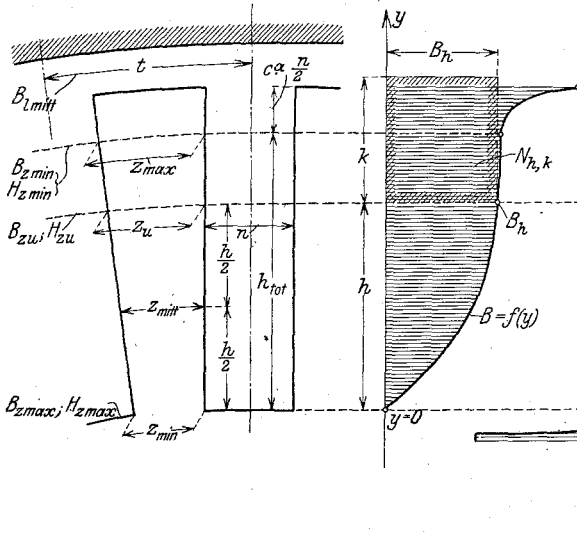


Abb. 7. Außenpolmaschine.

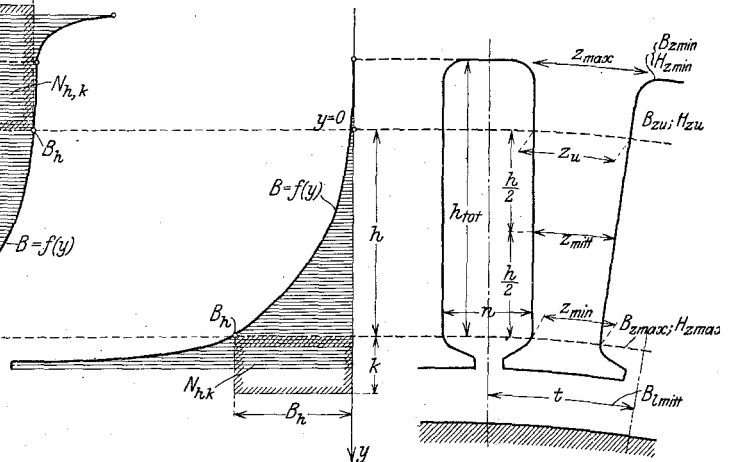


Abb. 8. Innenpolmaschine.

Querfeldverteilung innerhalb der Nut. Berücksichtigung des Querflusses N_{hk} im oberen Nutraum durch die ideale Nutverlängerung k $\frac{N_{hk}}{\text{cm}} = B_h \cdot k$.

3. In den meisten Fällen ist jedoch die Verjüngung der Zähne so stark, daß $B'_{z \min}$ weit unter das Knie der magnetischen Charakteristik sinkt. Da man aber die Sättigungskurve höchstens bis zu einer unteren Grenze B'_{zu} bzw. H'_{zu} (Abb. 6) durch eine

Gerade interpolieren kann, so bleibt nichts übrig, als die Untersuchung des Nutenfeldes nur über die reduzierte Nuttiefe

$$h = h_{\text{tot}} \cdot \frac{\frac{B'_{z \max}}{B'_{z u}} \cdot \frac{B'_{l \text{mitt}} - H'_{z u} \frac{n}{t}}{B'_{l \text{mitt}} - H'_{z \max} \frac{n}{t}} - I}{\frac{B'_{z \max}}{B'_{z \min}} \cdot \frac{B'_{l \text{mitt}} - H'_{z \min} \frac{n}{t}}{B'_{l \text{mitt}} - H'_{z \max} \frac{n}{t}} - I} = h_{\text{tot}} \cdot \frac{z_{e u} - z_{e \min}}{z_{e \max} - z_{e \min}} \dots \dots \dots 4)$$

zu erstrecken. Abb. 7 und 8 illustrieren diese Verhältnisse für Außen- und Innenpolmaschinen. Wie man sieht, sind jenseits der reduzierten Nuttiefe die Zahnsättigungen schon so klein, daß sich die Induktion des Querfeldes gegenüber ihrem Endwert kaum mehr ändern kann.

C. Die Verteilung des Querfeldes innerhalb der Nut.

Die Interpolation der magnetischen Charakteristik durch eine Gerade wird zu einer zwingenden Notwendigkeit, sowie die Entlastung der Zähne durch das Nutenquerfeld berechnet werden soll. Soweit sind wir nun freilich noch nicht. Wir können aber von der Sättigungsgeraden auch jetzt schon mit Vorteil Gebrauch machen, um zunächst einmal ohne Berücksichtigung dieser Rückwirkung (Index o) der Größe und Verteilung des Querfeldes innerhalb der Nut nachzugehen. Und wenn auch diese Untersuchung für die Größe des Nutenquerfeldes nur eine nie erreichbare obere Grenze (B_{h0}) liefert, so kann doch späterhin die errechnete Verteilung des Querfeldes zwischen Nutboden und Öffnung auch für die korrigierte Querfeldamplitude B_h beibehalten werden.

Ferner genügt es, diese Verteilung für diejenige Lage der Nut unter den Polen zu bestimmen, für welche das Querfeld sein Maximum erreicht. Dies muß etwa unter der Schenkelmitte M der H_z -Kurve eintreten (Abb. 9), denn dann führt in den allermeisten Fällen¹⁾ der linke Zahn noch seinen vollen Fluß, während die Feldstärke im rechten Zahn bereits vernachlässigbar klein geworden ist. Wir brauchen also nur die magnetische Umlaufspannung für einen Schließungskreis a b c d gleich Null zu setzen; dann ergibt sich allein aus der Feldstärke H'_z des linken Zahnes

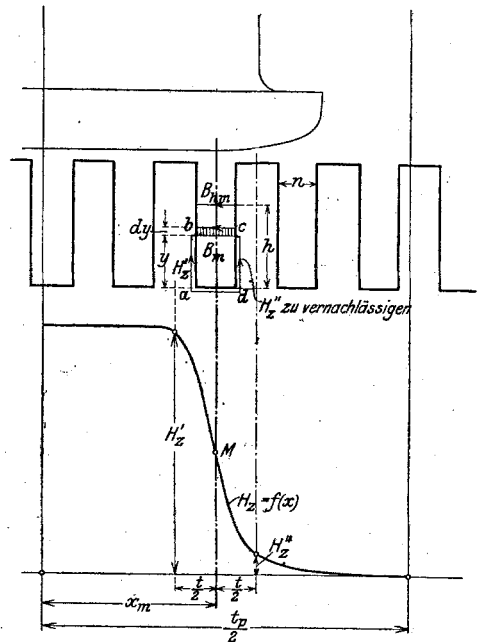


Abb. 9. Zur Ermittlung des maximalen Nutenquerfeldes.

$$(B_{m0}) = \frac{I}{n} \int_0^y H'_z dy \dots \dots \dots 5)$$

¹⁾ Diese Bedingung kennzeichnete die frühere Arbeit durch die Gleichung

$$x_2 = 3 \frac{t}{2}$$

Ich beschränke mich hier auf diesen wichtigsten Fall.

Das führt für Außenpolmaschinen zu der Verteilungsformel

$$(B_m)_0 = \frac{y}{n} \left\{ \frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{2} + \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{2} \left[1 - \frac{y}{h} (1 + \zeta') + \frac{y^2}{h^2} \cdot \frac{2}{3} \zeta' (1 + \zeta') \right] \right\}, \quad 5a)$$

bei Innenpolmaschinen dagegen:

$$(B_m)_0 = \frac{h}{n} \left\{ \frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{2} - \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{6} \zeta' (1 - 2\zeta') \right\} - \frac{h-y}{n} \left\{ \frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{2} + \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{2} \left[1 - \frac{h-y}{h} (1 + \zeta') \right] + \left(\frac{h-y}{h} \right)^2 \cdot \frac{2}{3} \zeta' (1 + \zeta') \right\} \quad 5b)$$

In beiden Fällen bedeutet ζ' eine gewisse Konstante der Zahnverjüngung, nämlich:

$$\zeta' = \frac{z_{eu} - z_{emin}}{z_{emin} + \frac{n_1}{\mu'}} = \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{H' + H'_{z u}} \quad 6)$$

Zwischen Gleichstrom- und Synchronmaschinen besteht also eine gewisse Gegensätzlichkeit der Feldverteilung, wie sie schon die Abb. 7 und 8 zum Ausdruck brachten:

Bei Außenpolmaschinen schnellt das Nutenquerfeld fast sogleich auf seinen Endwert B_h , während es ihn bei Innenpolmaschinen in schleichendem Anstieg erreicht. Daher liegt bei Gleichstrommaschinen schon die untere Stablage in einem kräftigen Felde, während bei Synchronmaschinen oft überhaupt nur die obere Stablage gefährdet ist. Es ist das neben den niedrigeren Zahnsättigungen einer der Gründe, weshalb sich bei Synchronmaschinen so viel tiefere Nuten bewährt haben als bei Gleichstrommaschinen. Der Maximalwert des Querfeldes erreicht natürlich bei beiden Maschinen unter sonst gleichen Verhältnissen dieselbe Höhe. Bei Vernachlässigung der Zahnentlastung kann er zu

$$(B_{hm})_0 = \frac{h}{n} \left\{ \frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{2} - \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{6} \zeta' \right\} \quad 7)$$

angenommen werden.

D. Die „Umfangskurve“ des Nutenquerfeldes.

Um die Verteilung des Nutenquerfeldes nicht nur innerhalb einer einzelnen Nut, sondern auch längs des ganzen Ankerumfangs angeben zu können, muß man sich zu dem schon berechneten Maximalwert B_{hm} noch wenigstens eine weitere Querfeldamplitude B_{h1} verschaffen. Am einfachsten ist es, wenn man die Nut um eine halbe Teilung nach links zurückdreht, so daß nun der rechts benachbarte Zahn unter die Mitte des Trapezschenkels im H_z -Diagramm tritt (Abb. 3). Da hierbei die Krone des linken Zahnes noch immer denselben Fluß wie bisher empfängt, so liefert nun der Satz vom Linienintegral der magnetischen Feldstärke für das Rechteck a b c d

$$(B_{h1})_0 = \frac{h}{n} \int_0^h H'_z dy - \frac{h}{n} \int_0^h H''_z dy = (B_{hm})_0 - \frac{h}{n} \int_0^h H''_z dy \quad 8)$$

Ohne weiteres läßt sich zwar das letzte Integral noch nicht auswerten, denn es be-
streicht auf der Sättigungskurve ein neues Gebiet zwischen:

$$H''_{z \max} = \frac{1}{2} H'_{z \max}$$

und

$$H''_{zu} = \frac{1}{2} H'_{zu}$$

und zwischen diesen Grenzen trifft die frühere Interpolationsgerade natürlich nicht mehr das Richtige. Wenn wir aber jetzt auch den neuen Abschnitt durch eine Gerade von der Neigung

$$\text{tg } \delta'' = \mu'' = \frac{B''_{z \max} - B''_{zu}}{H''_{z \max} - H''_{zu}} \dots \dots \dots 3b)$$

ersetzen, dann brauchen wir in der alten Integrationsformel 5) nur den Index zu ändern und erhalten sogleich:

$$(B_{h1})_0 = (B_{hm})_0 - \Delta(B_{h1})_0 \dots \dots \dots 9)$$

mit:

$$\Delta(B_{h1})_0 = \frac{h}{n} \left\{ \frac{H''_{z \max} + H''_{zu}}{2} - \frac{H''_{z \max} - H''_{zu}}{6} \zeta'' \right\} \dots \dots \dots 7a)$$

und

$$\zeta'' = \frac{z_{eu} - z_{emin}}{z_{emin} + \frac{n_1}{\mu''}} \cdot \frac{H''_{z \max} - H''_{zu}}{H'' + H''_{zu}} \dots \dots \dots 6a)$$

Würde man jetzt $(B_{hm})_0$ nach Gl. 7) ausdrücken, so könnte man das Resultat noch erheblich vereinfachen. Davon mag jedoch mit gutem Grunde abgesehen werden, denn wir können nunmehr auch die Beeinflussung der Zahnsättigung durch den abzweigenden Querfluß nicht länger vernachlässigen. Der Grad dieser Beeinflussung ändert sich aber mit der Zahnstellung. Daher wird das Linienintegral der Feldstärke für den rechten und linken Zahn in ganz verschiedener Weise zu korrigieren sein und es hätte keinen Zweck, die beiden Glieder schon vor ihrer Korrektur zusammenzuziehen.

Für die Ausbreitung des Querfeldes ist gerade die jetzt zur Sprache kommende Erscheinung von höchster Wichtigkeit. Denn würde das Nutzenfeld nicht auch die Zahnsättigung in Mitleidenschaft ziehen, so müßte es auf die enge Zone beschränkt bleiben, in welcher schon allein nach Maßgabe des H_z Trapezes die Feldstärke benachbarter Zähne differiert. Das wäre nur ein kleiner Abschnitt, zu beiden Seiten der Schenkelmitte. Indem aber der Querfluß einer Nut den benachbarten Zahn entlastet — wie in Abb. 3 das Feld B_1 den links gelegenen Zahn —, vermindert es dessen Feldstärke und zwingt daher auch der nächsten Nut ein Querfeld auf. Dieses wirkt abermals auf den links benachbarten Zahn zurück und so wird das Querfeld durch Wirkung und Gegenwirkung bis zur Polmitte vorgetragen. Man beobachtet denn auch gewöhnlich nicht eine lokale Querfeldbildung nach Abb. 22,

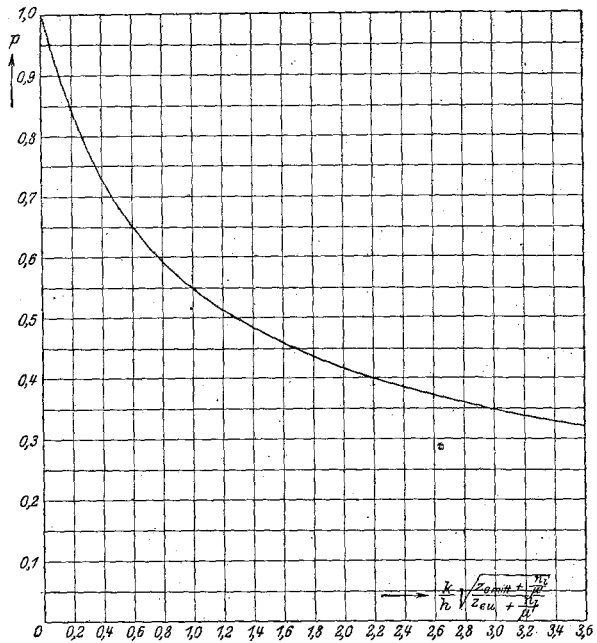


Abb. 10. Darstellung des Parameters p als Funktion

$$\text{von } \frac{k}{h} \cdot \sqrt{\frac{z_{emitt} + \frac{n_1}{\mu'}}{z_{eu} + \frac{n_1}{\mu'}}$$

sondern eine von der Polmitte bis zur Schenkelmitte beschleunigt ansteigende Kurve (Abb. 11); erst jenseits dieser Grenze bringt der jähe Abfall der Zahnfeldstärke im H_z -Trapez auch das Nutenquerfeld rapide zum Erlöschen.

Fragen wir uns, welche Konstruktionen dieses Wechselspiel zwischen Zahn- und Nutenfluß besonders begünstigen, so müssen wir antworten: tiefe und schmale Nuten, schmale und hochgesättigte Zähne. Diese Faktoren nach Maßgabe ihrer Wertigkeit zu einfachen charakterisierenden Hilfsgrößen zu vereinigen und daraus Reduktionsfaktoren für die Querfeldamplitude herzuleiten, das war die Aufgabe, welche die strengere Theorie vor allem zu lösen hatte. Sie entledigte sich dieser Aufgabe, indem sie zwei Parameter α und β durch die Gleichungen

$$\sin \alpha \frac{t}{2} = p \frac{\pi}{4h} \sqrt{(z_{emitt} \mu' + n_1) n^2} \dots \dots \dots 10a)$$

und

$$\sin \beta \frac{t}{2} = p \frac{\pi}{4h} \sqrt{z_{emitt} \mu'' + n_1} n \dots \dots \dots 10b^1) ^2)$$

festlegte. Neu ist uns hierin nur die Ordnungszahl p , welche durch Diagramm 10 oder die Gleichung

$$p \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{tg} p \frac{\pi}{2} = \frac{h}{k} \sqrt{\frac{z_{eu} + \frac{n_1}{\mu'}}{z_{emitt} + \frac{n_1}{\mu'}}} \dots \dots \dots 11)$$

bestimmt wird. Ihre Bedeutung wird aber durch Abb. 7 und 8 sogleich klar. Wir müssen ja bedenken, daß die reduzierte Nuttiefe h unter Umständen viel kleiner als die effektive Nuttiefe ($h + k$) ausfallen kann, die auch den Querfluß

$$\frac{N_{hk}}{\text{cm}} = B_h \cdot k \dots \dots \dots 12)$$

des oberen Nutraumes einschließt. Daher tritt in beiden Gleichungen an Stelle von h der größere Wert $\frac{h}{p}$. Die ideelle Nutverlängerung k muß natürlich geschätzt werden, was aber auch keinerlei Schwierigkeiten macht.

Für die Reduktion der maximalen Querfeldamplitude B_{hm} benötigen wir nur die Hilfsgröße α . Wir bilden

$$B_{hm} = (B_{hm})_0 \cdot \frac{2}{\operatorname{Ctg} \alpha x_1' \operatorname{Ctg} \alpha \frac{t}{2} + 1} = \frac{(H'_{z \max} + H'_{zu}) - (H'_{z \max} - H'_{zu}) \cdot \frac{\zeta}{3} \cdot \frac{h}{n}}{\operatorname{Ctg} \alpha x_1' \operatorname{Ctg} \alpha \frac{t}{2} + 1} \dots \dots \dots 13^2)$$

reduzieren aber nicht allein $(B_{hm})_0$, sondern die ganze Querfeldverteilung $(B_m)_0$ bis zum Nutengrunde im gleichen Verhältnis.

¹⁾ Man braucht mit Hyperbelfunktionen durchaus nicht vertraut zu sein, um die in der Hütte abgedruckten Tabellen für $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, $\operatorname{Tg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{Ctg} \varphi}$ benutzen zu können. Da für $\varphi \geq 2$

$$\operatorname{Ctg} \varphi = 1$$

gesetzt werden kann, so ist fast durchweg

$$\operatorname{Ctg} \alpha x_1' = 1.$$

²⁾ t und x_1' sind natürlich für denjenigen Radius zu messen, für den man die Umfangskurve entwerfen will. Dagegen ist stets mit demselben Wert von

$$z_{emitt} = \frac{z_{eu} + z_{emin.}}{2} \text{ (siehe Abb. 7 und 8)}$$

zu rechnen.

Für B_{h1} ist die Korrektur ein wenig umständlicher. Man erhält:

$$B_{h1} = (B_{hm})_0 \cdot \frac{2}{\text{ctg } \alpha x_1' \text{ctg } \alpha \frac{t}{2} + \text{ctg } 3\beta \frac{t}{2} \text{ctg } \beta \frac{t}{2}} - \Delta(B_{h1})_0 \frac{3 - \text{ctg } 3\beta \frac{t}{2} \text{ctg } \beta \frac{t}{2}}{\text{ctg } \alpha x_1' \text{ctg } \alpha \frac{t}{2} + \text{ctg } 3\beta \frac{t}{2} \text{ctg } \beta \frac{t}{2}} \quad (14)$$

oder auch

$$B_{h1} = \frac{\left(\frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{4} - \frac{H'_{z \max} - H'_{z u}}{12} \cdot \zeta'' \right) \left(1 + \text{ctg } 3\beta \frac{t}{2} \text{ctg } \beta \frac{t}{2} \right) + \frac{H'_{z \max} + H'_{z u}}{3} (\zeta'' - \zeta')}{\text{ctg } \alpha x_1' \text{ctg } \alpha \frac{t}{2} + \text{ctg } 3\beta \frac{t}{2} \text{ctg } \beta \frac{t}{2}} \cdot \frac{h}{n}$$

Damit haben wir bereits genug Daten zur Hand, um die Verteilung der Quersfeldamplitude längs des Ankerumfanges — die „Umfangskurve“, wie wir uns kurz ausdrücken wollen — mit guter Annäherung festzulegen. Von der Polmitte bis $x = x_1'$ wächst das Quersfeld nach einer hyperbolischen Sinusfunktion:

$$B = B_1 \cdot \frac{\sin \alpha x}{\sin \alpha x_1'} \quad (15)$$

Ich nannte dieses Gebiet früher die „erste Zone“.

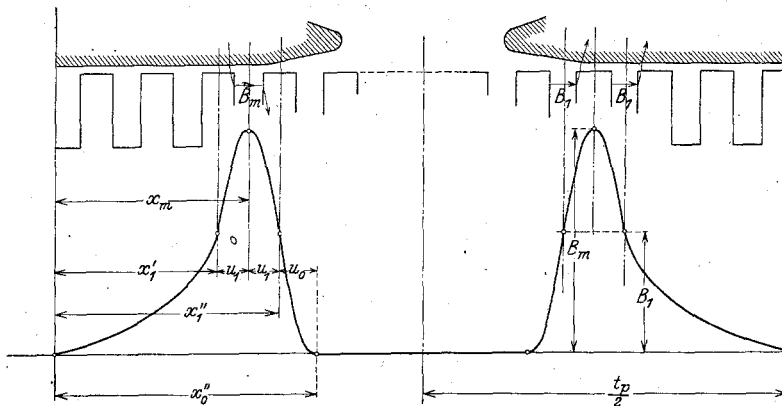


Abb. 11. Umfangskurve des Nutenquersfeldes.

In der darauffolgenden „zweiten Zone“ erhebt sich die Kurve zunächst in einem parabelähnlichen Aste auf ihren Maximalwert B_{hm} , um ebenso wieder auf B_{h1} zurückzufallen. Hier ist also mit den Bezeichnungen der Abb. 11:

$$B = B_m - (B_m - B_1) \cdot \left(\frac{x_m - x}{x_m - x_1'} \right)^2 \quad (16)$$

Endlich senkt sich die Kurve in einem zweiten parabelähnlichen Aste wieder zur Abszissenachse herab. Denn im Polzwischenraum verschwindet mit der Zahnsättigung auch jeder Anstoß zur Quersfeldbildung. Wir setzen daher in diesem letzten Abschnitt

$$B = B_1 \left(\frac{x_0'' - x}{x_0'' - x_1''} \right)^2 \quad (17)$$

wobei

$$\frac{x_m - x_1'}{x_0'' - x_1''} = \frac{u_1}{u_0} = \frac{B_m}{B_1} - 1.$$

E. Zahlenbeispiel.

Um gleichzeitig die Anwendung der Formeln und ihre gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der exakteren Theorie zu zeigen, möchte ich ein schon früher durchgerechnetes Zahlenbeispiel im neuen Gewande wiederholen. Ich behandelte in der mehrfach zitierten Arbeit einen Gleichstrommotor nach Abb. 12 und der folgenden Tabelle:

Ankerdurchmesser	D	= 41 cm
Polzahl	2 p	= 4
Polbedeckungsfaktor	α	= $\frac{2}{3}$
Polteilung	t_p	= 32,2 cm
Nuten pro Pol		= $12\frac{1}{4}$
Nutteilung ¹⁾	t	= 2,63 cm
Nutbreite	n	= 1,0 "
Zahnbreite maximal	z_{max}	= 1,63 "
" " effektiv	$z_{e max}$	= 0,92 · 1,63 = 1,5 cm
" minimal	z_{min}	= 1,1 cm
" " effektiv	$z_{e min}$	= 0,92 · 1,1 = 1,01 cm
Nuttiefe		= 4,1 cm

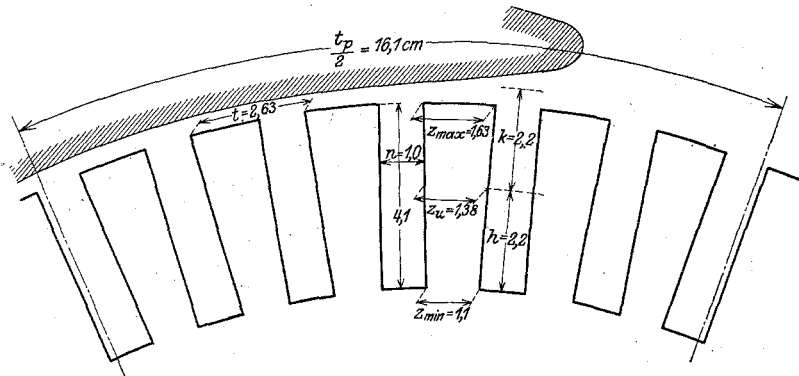


Abb. 12. Blechschnitt eines Gleichstromankers. — 49 Nuten.

Unter dem Polbogen herrschte ein mittleres Luftspaltfeld von

$$B_{1\text{mitt}} = 8750,$$

so daß jede Zahnteilung pro cm Ankerlänge einen

$$\frac{N_t}{\text{cm}} = 23000$$

empfang. Dafür berechneten sich unter Vernachlässigung des Nutenquerfeldes die folgenden Sättigungswerte unter dem Polbogen (a) und der Schenkelmitte des H_z -Trapezes (b).

		a (Index ')	b (Index '')
Maximale Induktion an der Zahnwurzel	$B_{z max}$	22000	20500
Minimale Induktion an der Zahnkrone	$B_{z min}$	15300	14100
Danach Interpolationsgerade zwischen	$B_{z max}$	22000	20500
		$H_{z max}$	750
	und B_{zu}	18000	16600
		H_{zu}	100
Schnitt der Interpolationsgeraden mit der H_z -Achse bei	\bar{H}	2830	1335
Effektive Permeabilität	μ	6,15	12

¹⁾ In diesem Zahlenbeispiel ist die Unterscheidung von n_1 und n nicht durchgeführt.

Legen wir jetzt dieselben Sättigungsverhältnisse zugrunde, so berechnet sich zunächst [Gl. 4]:

$$h = 4,1 \cdot \frac{\frac{22000}{18000} \cdot \frac{8750 - 100 \cdot \frac{1}{2,63}}{1} - 1}{\frac{22000}{15300} \cdot \frac{8750 - 750 \cdot \frac{1}{2,63}}{1} - 1} = 4,1 \cdot \frac{0,26}{0,485} = 2,2 \text{ cm,}$$

ferner [Gl. 6): $\zeta' = \frac{750 - 100}{2830 + 100} = 0,222$

und [Gl. 6a): $\zeta'' = \frac{375 - 50}{1335 + 50} = 0,234.$

Dazu schätzen wir:

$$k = 2,2 \text{ cm,}$$

entnehmen Abb. 10 sodann

$$p = 0,557$$

und finden nach Gl. 10)

$$\alpha \frac{t}{2} = 0,54,$$

$$\beta \frac{t}{2} = 0,70.$$

Ohne Berücksichtigung des Nutenquerfeldes wäre somit nach Gl. 7):

$$(B_{hm})_0 = \frac{2,2}{1,0} \left\{ \frac{750 + 100}{2} - \frac{750 - 100}{6} \cdot 0,222 \right\} = 2,2 \{425 - 24\} = 880$$

und nach Gl. 9):

$$(B_{h1})_0 = 880 - \frac{2,2}{1,0} \left\{ \frac{375 + 50}{2} - \frac{375 - 50}{6} \cdot 0,234 \right\} = 880 - 2,2 \{212,5 - 12,7\} = 440.$$

Korrigiert man jedoch diese Werte nach Gl. 13) und 14), so wird:

$$B_{hm} = 880 \cdot \frac{2}{1,0 \cdot 2,03 + 1} = 880 \cdot 0,66 = 580$$

bzw.

$$B_{h1} = 880 \cdot \frac{2}{1,0 \cdot 2,03 + 0,97 \cdot 1,65} - 440 \cdot \frac{3 - 0,97 \cdot 1,65}{1,0 \cdot 2,03 + 0,97 \cdot 1,65} = 880 \cdot 0,55 - 440 \cdot 0,396 = 310.$$

Die exaktere Theorie — die das Querfeld der Nut in seine Harmonischen auflöste — hatte seinerzeit für die Grundwelle

$$B_{hm} = 540$$

und

$$B_{h1} = 290$$

ergeben. Das sind etwa 7% weniger als die zuletzt errechneten Werte. Man kann also mit der erreichten Annäherung wohl zufrieden sein.

II. Harmonische Analyse der Umfangskurve.

Während der Anker rotiert, durchläuft jede Nut die ganze Umfangskurve der Querinduktion. Diese Kurve kann also zugleich als Zeitkurve der Feldschwankung in einer beliebigen Nut gelesen werden und charakterisiert alsdann ein Wechselfeld. Nun ist

ein sinusförmig pulsierendes Wechselfeld den massiven Nutleitern um so gefährlicher, je höher seine Frequenz ist. Es ist daher das Gegebene, unser unregelmäßiges Wechsel- feld in Grund- und Oberwellen aufzulösen und für jede Harmonische die Verluste ge- trennt zu berechnen.

Zuerst bestimme ich den Beitrag, welchen das Feld der ersten Zone zur Ampli- tude irgendeiner (q -ten) Harmonischen liefert. Hierfür gilt die bekannte Formel für Fouriersche Reihen:

$$\Delta \widehat{B}_q' = \frac{4}{t_p} \int_0^{x_1'} B \sin q \frac{\pi}{t_p} x dx^1)$$

oder da wir für die Ordinate B das Gesetz 15 in Erfahrung gebracht haben:

$$\begin{aligned} \Delta \widehat{B}_q' &= B_1 \cdot \frac{4}{q\pi} \cdot \frac{\frac{\alpha t_p}{q\pi} \text{Ctg } \alpha x_1' \sin q \frac{\pi}{t_p} x_1' - \cos q \frac{\pi}{t_p} x_1'}{1 + \left(\frac{\alpha t_p}{q\pi}\right)^2} \\ &= B_1 \cdot \frac{4}{q\pi} \cdot \frac{\frac{\alpha t_p}{q\pi} \cdot \sin q \frac{\pi}{t_p} x_1' - \cos q \frac{\pi}{t_p} x_1'}{1 + \left(\frac{\alpha t_p}{q\pi}\right)^2} \end{aligned}$$

Gewöhnlich ist nämlich

$$\alpha x_1' \geq 2,$$

so daß man genau genug

$$\text{Ctg } \alpha x_1' = 1$$

annehmen kann.

Zu $\Delta \widehat{B}_q'$ gesellt sich dann noch der Beitrag der zweiten Zone

$$\Delta \widehat{B}_q'' = \frac{4}{t_p} \int_0^{x_0''} B \sin q \frac{\pi}{t_p} x dx.$$

Mit den Näherungsgleichungen 16) und 17) wird daraus

$$\begin{aligned} \Delta \widehat{B}_q'' &= B_1 \frac{4}{q\pi} \cdot \cos q \frac{\pi}{t_p} x_1' \\ &- (B_m - B_1) \cdot \frac{8}{q^2 \pi^2} \cdot \frac{t_p}{u_1} \left[\sin q \frac{\pi}{t_p} x_1' - 2 \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_1}{q \frac{\pi}{t_p} u_1} \sin q \frac{\pi}{t_p} x_m + \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_0}{q \frac{\pi}{t_p} \frac{u_0}{2}} \sin q \frac{\pi}{t_p} \left(x_1'' + \frac{u_0}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Insgesamt erhält man somit für die Amplitude der q -ten Harmonischen

$$\begin{aligned} \widehat{B}_q &= B_1 \cdot \frac{8}{q^2 \pi^2} \cdot \alpha t_p \cdot \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} x_1' + \frac{\alpha t_p}{q\pi} \cos q \frac{\pi}{t_p} x_1'}{1 + \left(\frac{\alpha t_p}{q\pi}\right)^2} \\ &- (B_m - B_1) \cdot \frac{8}{q^2 \pi^2} \cdot \frac{t_p}{u_1} \left[\sin q \frac{\pi}{t_p} x_1' - 2 \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_1}{q \frac{\pi}{t_p} u_1} \sin q \frac{\pi}{t_p} x_m + \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_0}{q \frac{\pi}{t_p} \frac{u_0}{2}} \sin q \frac{\pi}{t_p} \left(x_1'' + \frac{u_0}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\widehat{B}_q} \right\} 18)$$

1) Mit \widehat{B} bezeichne ich den örtlichen, mit \tilde{B} den zeitlichen Maximalwert einer sinusförmigen Induktionswelle.

Den Inhalt dieser Formel erkläre ich am besten gleich an dem Beispiel des Gleichstrommotors, für den ich im letzten Abschnitt die Amplituden B_{hm} und B_{h1} der Umfangskurve ermittelt habe. Ich verwende dabei jedoch die Resultate der exakteren Theorie, welche u_1 ein wenig größer als eine halbe Nutteilung, nämlich

$$u_1 = 1,09 \frac{t}{2} = 1,44 \text{ cm}$$

ergab. Die übrigen Größen, deren man zur Auswertung der Formel bedarf, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Gleichstrommotor nach Abb. 12 $B_{hm} = 540$, $B_{h1} = 300$.

Polteilung	$t_p = 32,4$ cm	entsprechend	180°
Abszissen der ersten Zone . .	$x_1' = 7,2$ „	„	40°
„ „ zweiten „ . .	$u_1 = 1,44$ „	„	8°
	$x_m = 8,64$ „	„	48°
	$x_1'' = 10,08$ „	„	56°
	$u_1 = 1,8$ „	„	10°

Auf Grund dieser Daten berechnet man für die einzelnen Harmonischen:

Ordnungszahl	Gesamtamplitude	Verhältnis zum Maximalwert	Verhältnis zur Grundwelle
1	180	0,333	1,000
3	169	0,313	0,940
5	— 124	— 0,230	— 0,690
7	— 72	— 0,133	— 0,400
9	93	0,172	0,517
11	10	0,018	0,055
13	— 56	— 0,104	— 0,311
15	14	0,026	0,078
17	23	0,043	0,128
19	— 12	— 0,022	— 0,067

Danach ist die Quersfeldkurve so reich an höheren Harmonischen, daß man die Entwicklung nicht gut vor der 13. Harmonischen abbrechen kann. Immerhin ist es auch nicht nötig, die Genauigkeit so weit zu treiben, wie es die Übereinanderlagerung der berechneten 10 Harmonischen in Abb. 13 zeigt. Denn man muß stets im Gedächtnis behalten, daß auch die zugrunde gelegte strichlierte Kurve, die wir durch die harmonische Analyse in Teilwellen aufzulösen suchten, nur eine Näherungskurve darstellt.

III. Wirbelstromverluste in einer beliebigen Stablage, verursacht durch ein harmonisches Wechselfeld.

Wir kommen nun zum Kernpunkt des ganzen Problems, der Bestimmung der Wirbelstromverluste, welche ein sinusförmig pulsierendes Nutenfeld in einer beliebigen Stablage verursacht. Da stößt uns sofort eine Schwierigkeit auf: die Rückwirkung der Wirbelströme schwächt das Nutenquersfeld. Sie stört also den Anstieg innerhalb der Nut, den ich im ersten Abschnitt in großen Zügen geschildert habe. Der Zahn wird weniger entlastet, als man nach der Theorie der ruhenden Maschine erwarten würde; die Zahnsättigung nimmt zu. — Müssen wir dies in Betracht ziehen, und wenn, wie können wir darauf Rücksicht nehmen, ohne eine ganz neue Theorie von Grund auf entwickeln zu müssen?

Am leichtesten und sichersten könnte uns natürlich eine experimentelle Untersuchung diese Frage beantworten, und ich bin in der Lage, wenigstens einen Teil dieser Antwort mitteilen zu können: Bei allen Stabhöhen, wie sie für Gleichstrom-

maschinen und Einankerumformer gebräuchlich sind, fällt die Erhöhung der Zahn-sättigung durch die Rückwirkung der Wirbelströme praktisch nicht ins Gewicht. Diesen Fall werde ich daher zuerst für sich allein behandeln. Es kann aber auch Synchronmaschinen geben — namentlich große Typen mit nur einem Stab pro Nut — bei

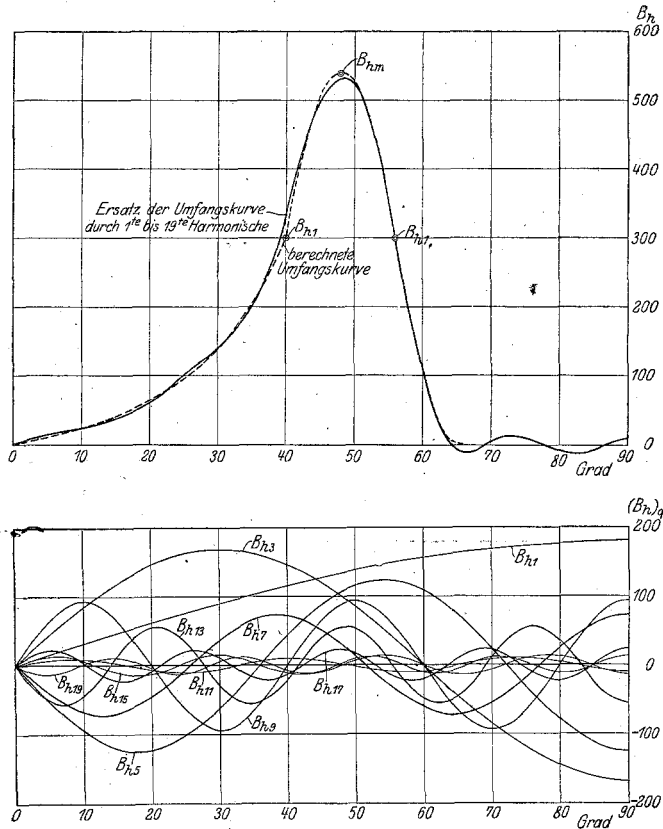


Abb. 13. Harmonische Analyse der Umfangskurve.

denen dieselbe Vernachlässigung zu erheblichen Fehlern führen würde. Diese Fehler wären um so unangenehmer, als sie in einer Unterschätzung der tatsächlichen Wirbelstromverluste bestehen würden. Experimentell ließe sich leicht eine Reihe von Erfahrungskoeffizienten bestimmen, mit denen man auch solche Ausnahmefälle auf die einfachere Theorie zurückführen könnte. Wie jedoch die Dinge zur Zeit liegen, steht mir nur der schwierigere Weg einer Näherungstheorie offen.

A. Wirbelstromverluste bei nicht zu großen reduzierten Stabhöhen: $\xi < 1$.

Auch bei kleinen Stabhöhen muß man das Gegenfeld der Wirbelströme berücksichtigen. Aber man darf trotzdem mit denjenigen Zahnsättigungen operieren, die man zuvor unter Vernachlässigung des Gegenfeldes der Wirbelströme, oder, wenn man so will, für einen unbewickelten Anker berechnet hat. Das ist ein ganz gewaltiger Vorteil; denn nur durch eine Veränderung der Zahnsättigung vermöchte die Wirbelströmung einer Stablage die einer anderen Lage zu beeinflussen. Vernachlässigt man dieses Detail, dann kann man jede Stablage ohne Rücksicht auf die übrigen Leiter für sich allein behandeln.

Wen diese Behauptung in ihrer unbewiesenen Form noch befremdet, braucht nur für den Schließungskreis a b c d in Abb. 14 das Linienintegral der magnetomotori-

somit ist jetzt:

$$0,4\pi \cdot \dot{\tilde{q}} \cdot \frac{d}{n} = \frac{d\dot{\tilde{B}}}{dy} \cdot \frac{A\dot{\tilde{B}}}{h_s} \dots \dots \dots 19)$$

Eine weitere Differentialgleichung erhält man, indem man Faradays Induktionsgesetz für das kleine Rechteck 1 2 3 4 anschreibt. Längs seines Umfanges beträgt die Summe der Ohmschen Spannungsabfälle:

$$\Sigma \dot{\tilde{E}}_w = -d\dot{\tilde{q}} \cdot \frac{I}{\lambda \cdot 10^4},$$

während die induzierte EMK zu

$$\dot{\tilde{E}}_i = -j\omega \dot{\tilde{B}} dy \cdot 10^{-8} \quad 1)$$

abgelesen wird. Das Gleichgewicht der Spannungen erfordert also:

$$\frac{d\dot{\tilde{q}}}{dy} = -j\omega \lambda 10^{-4} \cdot \dot{\tilde{B}} \dots \dots \dots 20)$$

Schließlich wird man noch eine der Unbekannten $\dot{\tilde{B}}$ oder $\dot{\tilde{q}}$ eliminieren, indem man beide Ansätze zu einer einzigen Differentialgleichung zweiter Ordnung zusammenfaßt. Differenziert man zum Beispiel den Ansatz 20) und macht von Gl. 19 Gebrauch, so wird:

$$\frac{d^2\dot{\tilde{q}}}{dy^2} = -j\dot{\tilde{q}} \cdot 8\pi^2 \nu \lambda \frac{d}{n} 10^{-5} - j \frac{A\dot{\tilde{B}}}{h_s} \cdot 2\pi \nu \lambda 10^{-4},$$

oder bei Verwendung der Substitution

$$\alpha = 2\pi \cdot \sqrt{\nu \frac{d}{n} \lambda \cdot 10^{-5}},$$

einfacher:

$$\frac{d^2\dot{\tilde{q}}}{dy^2} = -j2\alpha^2 \left(\dot{\tilde{q}} + \frac{I}{0,4\pi} \cdot \frac{n}{d} \cdot \frac{A\dot{\tilde{B}}}{h_s} \right) \dots \dots \dots 21)$$

Will man umgekehrt $\dot{\tilde{q}}$ eliminieren, so muß man Gl. 19) differenzieren und alsdann mit 20) kombinieren. Dabei erhält man eine noch einfachere Beziehung:

$$\frac{d^2\dot{\tilde{B}}}{dy^2} = -j2\alpha^2 \dot{\tilde{B}} \dots \dots \dots 22)$$

Diese beiden Gl. 21) und 22) sind die Endgleichungen unseres Problems. Können wir sie integrieren, so haben wir die Feld- und Wirbelstromverteilung in Händen. — Ähnliche Gleichungen sind in der technischen Literatur so oft behandelt worden, daß ich die Lösung wohl ohne Ableitung anschreiben darf. Da weder die Verteilung der Wirbelströme, noch des Nutzenquersfeldes besondere Symmetrieeigenschaften erkennen läßt, so versuchen wir es für das in Abb. 15 eingetragene Koordinatensystem mit dem Ansatz:

$$\dot{\tilde{B}} = \dot{\tilde{C}} \frac{\cos \alpha (1-j)y}{\cos \alpha (1-j) \frac{h_s}{2}} + \dot{\tilde{S}} \frac{\sin \alpha (1-j)y}{\sin \alpha (1-j) \frac{h_s}{2}}$$

Die noch unbestimmten Konstanten $\dot{\tilde{C}}$ und $\dot{\tilde{S}}$ vermitteln uns zugleich die Grenzbedingungen. Für die obere Stabkante $y = \frac{h_s}{2}$ wird nämlich:

$$\dot{\tilde{B}}_{\frac{h_s}{2}} = \dot{\tilde{C}} + \dot{\tilde{S}}$$

1) Vgl. die Fußnote auf voriger Seite.

Dagegen für die untere Stabkante $y = \frac{h_s}{2}$

$$\dot{\underline{B}}_{-\frac{h}{2}} = \dot{\underline{C}} - \dot{\underline{S}}.$$

Somit ist klar, daß die Konstante $\dot{\underline{C}}$ dem Quersfeld der leeren Nut im Koordinatenanfangspunkt ($\dot{\underline{B}}$) gleichkommt, die Konstante $\dot{\underline{S}}$ der Zunahme dieses Feldes bis zur oberen Stabkante ($\frac{\Delta \dot{\underline{B}}}{2}$). Damit gewinnt der frühere Ansatz die endgültige Form:

$$\dot{\underline{B}} = \dot{\underline{B}} \frac{\cos(1-j)\alpha y}{\cos(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} + \frac{\Delta \dot{\underline{B}}}{2} \frac{\sin(1-j)\alpha y}{\sin(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} \dots \dots \dots 23)$$

und auch für die Wirbelstromdichte folgt sogleich:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{q}} &= \frac{1}{0,4 \pi d} \cdot \frac{n}{d} \left(\frac{d \dot{\underline{B}}}{dy} - \frac{\Delta \dot{\underline{B}}}{h_s} \right) \\ &= \frac{1}{0,4 \pi} \cdot \frac{n}{d} \left\{ (1-j)\alpha \left[\dot{\underline{B}} \frac{\sin(1-j)\alpha y}{\cos(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} + \frac{\Delta \dot{\underline{B}}}{2} \frac{\cos(1-j)\alpha y}{\sin(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} \right] - \frac{\Delta \dot{\underline{B}}}{h_s} \right\} \dots \dots 24) \end{aligned}$$

Anstatt diese Gleichungen ausführlich zu besprechen, will ich sie auf ein verwandtes Problem zurückführen, das den meisten meiner Leser bekannt sein dürfte. Ich meine die Wirbelstromerscheinungen, die in massiven Leitern belasteter Wechselstrommaschinen als Folge des pulsierenden Nutenstrefelfeldes auftreten. Betrachten wir zuerst nur das Glied

$$\dot{\underline{B}}_1 = \dot{\underline{B}} \frac{\cos(1-j)\alpha y}{\cos(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} \dots \dots \dots 23a)$$

der Quersfeldverteilung. Es entspricht vollkommen der Feldverteilung längs eines Oberstabes zwischen ungesättigten Zahnflanken, wenn dieser Oberstab, selbst stromlos, von dem Streufeld eines unteren Stromvolumens gleicher Periodenzahl

$$\dot{\underline{j}}_1 = \frac{n}{0,4 \pi} \cdot \dot{\underline{B}}$$

durchsetzt wird. Hier wie dort kommt es weder auf die Stabhöhe, Periodenzahl, Leitfähigkeit oder den Füllfaktor $\frac{d}{n}$ der Nut im einzelnen an, sondern nur auf den Wert, zu dem sich alle diese Größen in dem Produkt

$$\alpha h_s = \xi.$$

der „reduzierten Stabhöhe“, wie man sie zu nennen pflegt, vereinigen. Hier wie dort wird die Feldschwingung durch die Wirbelströme verkleinert und zurückgehalten, am meisten in der Stabmitte, wo sie durch das Vektorverhältnis

$$\frac{\dot{\underline{B}}_0}{\dot{\underline{B}}} = \frac{1}{\cos(1-j)\frac{\xi}{2}} \text{ (siehe Abb. 16, 17, 18) } \dots \dots \dots 26)$$

gekennzeichnet wird.

Die durchschnittliche Rückwirkung der Wirbelströme ist natürlich wesentlich

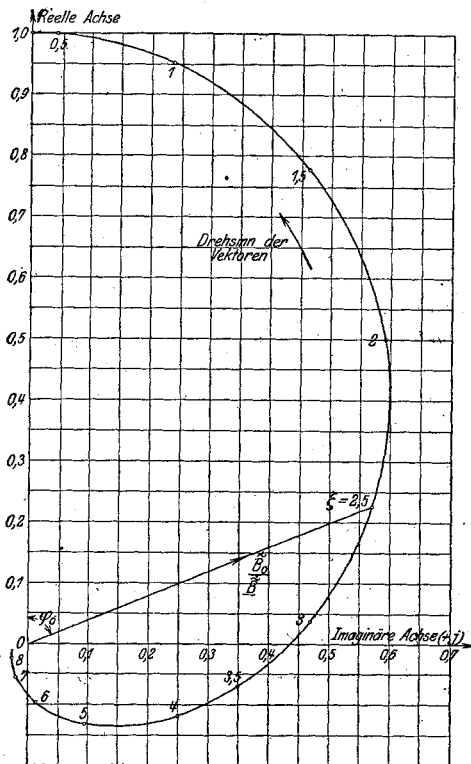


Abb. 16. Vektordarstellung des Ver-

$$\frac{\dot{B}_0}{\dot{B}} = \frac{1}{\cos \left((1-j) \frac{\xi}{2} \right)}$$

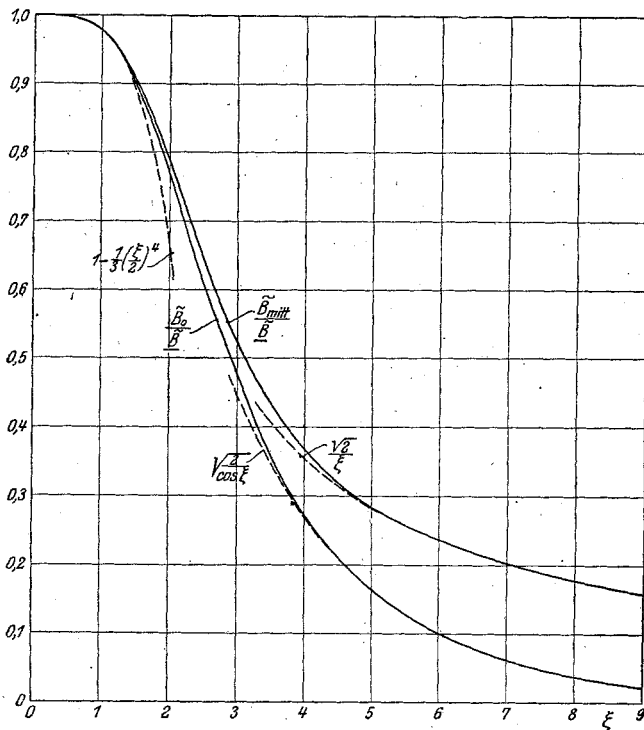


Abb. 17. Kurven zur Bestimmung der Induktion in der Leitermitte und des Mittelwertes der Induktion über der Leiterhöhe.

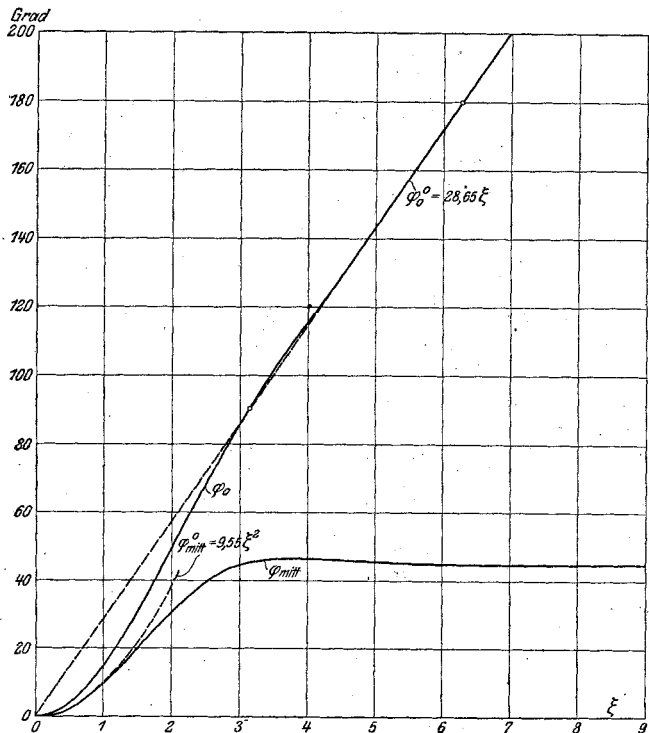


Abb. 18. Kurven zur Bestimmung der Phasenverschiebung des resultierenden Flusses über der Leiterhöhe (φ_{mitt}) und der Induktion in der Leitermitte (φ_0).

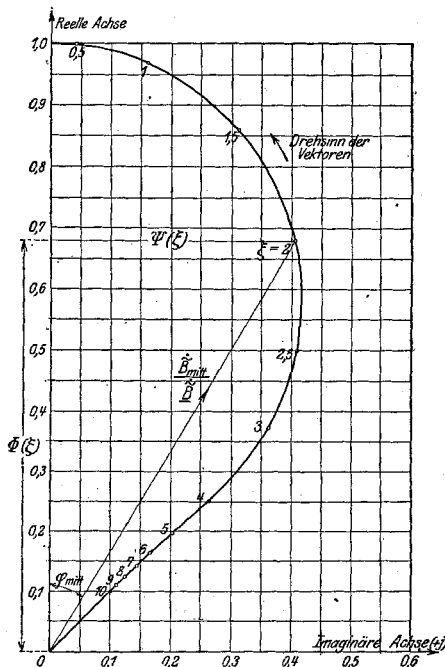


Abb. 19. Vektordarstellung der

$$\text{Funktion } \frac{\dot{B}_{\text{mitt}}}{\dot{B}} = \frac{\text{I}g(1-j) \frac{\xi}{2}}{(1-j) \frac{\xi}{2}}$$

kleiner. Um auch hierfür einen geeigneten Ausdruck zu finden, müssen wir den Mittelwert des Querfeldes über der Stabhöhe

$$\dot{B}_{\text{mitt}} = \frac{1}{h_s} \int_{-\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2}} \dot{B} dy$$

zu der Randinduktion \dot{B} längs der oberen und unteren Stabkante in Beziehung setzen. Das liefert:

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_{\text{mitt}} &= \dot{B} \frac{\text{Re} \left((1-j) \frac{\xi}{2} \right)}{\left((1-j) \frac{\xi}{2} \right)} = \dot{B} [\Phi_1(\xi) + j \Psi_1(\xi)] \\ &= \dot{B} \left[\frac{1}{\xi} \cdot \frac{\sin \xi + \sin \xi}{\cos \xi + \cos \xi} + j \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\sin \xi - \sin \xi}{\cos \xi + \cos \xi} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 27)$$

ein Gesetz, das durch die Abb. 17, 18 und 19 graphisch interpretiert wird. Diese Diagramme lassen namentlich erkennen, daß die Verminderung der Amplitude erst für $\xi \geq 1,5$ ins Gewicht fällt, daß dagegen die Verzögerung der Phase beinahe sofort beginnt. Und das ist sehr wichtig. Denn sowie der Querfluß über der Stabhöhe, das ist

$$\frac{\dot{N}}{\text{cm}} = \dot{B}_{\text{mitt}} \cdot h_s,$$

in seiner Phase hinter der Randinduktion \dot{B} zurückbleibt, induziert er dem darunter liegenden ideellen oder wirklichen Leiter mit dem Stromvolumen \dot{J}_1 eine um mehr als 90° nacheilende EMK

$$\frac{\dot{E}_1}{\text{cm}} = j\omega \frac{\dot{N}}{\text{cm}} 10^{-8}.$$

Nimmt man die Wattkomponente dieser EMK

$$\frac{\dot{E}_w}{\text{cm}} = -\omega \dot{B} \cdot h_s 10^{-8} \cdot \Psi_1(\xi)$$

mit dem Stromvolumen \dot{J}_1 zusammen, so repräsentiert das Produkt

$$\frac{W_1}{\text{cm}} = -\frac{1}{2} \frac{\dot{E}_w}{\text{cm}} \dot{J}_1 = \frac{\nu}{100} \left(\frac{\dot{B}}{1000} \right)^2 \cdot h_s \cdot n \cdot 2,5 \Psi_1(\xi) \dots \dots \dots 28)$$

eine elektrische Leistung. Wo bleibt diese? Sie wird nicht in dem unteren Stromkreise in Wärme verwandelt, sie wird vielmehr von ihm wie von dem Primärkreis eines Transformators auf die obere Stablage übertragen und dort in Wirbelströmen verzehrt. So haben wir bereits einen Teil der Wirbelstromverluste in Erfahrung gebracht, ohne die Ausbreitung der Wirbelströmung selbst näher zu verfolgen.

Dieser Teil ist außerdem der Hauptposten der ganzen Verlustbilanz. Und wenn ich auch den zweiten Anteil, der von der Feldkomponente

$$\dot{B}_2 = \frac{1}{2} \frac{\dot{B}}{\alpha} \frac{\sin(1-j)\alpha y}{\sin(1-j)\alpha \frac{h_s}{2}} \dots \dots \dots 23b)$$

herrührt, hier gleichfalls noch berechnen will, so geschieht es nur der Vollständigkeit der Theorie zuliebe, nicht etwa, weil ich empfehlen möchte, diesen Betrag in der

Praxis auch wirklich zu berücksichtigen. — Die zweite Feldkomponente können wir zwischen ungesättigten Zähnen dadurch künstlich hervorbringen, daß wir in einer geschlossenen Nut dieselbe Stablage von der Höhe h_s mit einem Wechselstromvolumen von der Größe

$$\dot{J}_2 = \frac{n}{0,4 \pi} \Delta \dot{B}$$

und der Periodenzahl unseres Wechselfeldes beschicken. Dann bildet sich eine Wirbelströmung

$$\dot{Q}_2 = \frac{\Delta \dot{B}}{h_s} \cdot \frac{1}{0,4 \pi} \cdot \frac{n}{d} \left((1-j) \frac{1}{2} \frac{\cos \xi (1-j) \alpha y}{\sin (1-j) \frac{\xi}{2}} - 1 \right),$$

welche in der oberen Stabfaser den Ohmschen Spannungsabfall

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{E}_{h_s}}{2} &= \frac{\Delta \dot{B}}{h_s} \cdot \frac{1}{0,4 \pi} \cdot \frac{n}{d} \cdot \frac{r'}{\lambda \cdot 10^4} \left[\frac{(1-j) \frac{\xi}{2}}{\Im \left((1-j) \frac{\xi}{2} \right)} - 1 \right] \\ &= - \frac{\Delta \dot{B}}{h_s} \cdot \frac{1}{0,4 \pi} \cdot \frac{n}{d} \cdot \frac{1}{\lambda \cdot 10^4} [\Phi_2(\xi) - j \Psi_2(\xi)] \\ &= - \frac{\Delta \dot{B}}{h_s} \cdot \frac{1}{0,4 \pi} \cdot \frac{n}{d} \cdot \frac{1}{\lambda \cdot 10^4} \left[\frac{\xi}{2} \frac{\Im \sin \xi + \sin \xi}{\cos \xi - \cos \xi} - 1 - j \frac{\xi}{2} \frac{\Im \sin \xi - \sin \xi}{\cos \xi - \cos \xi} \right] \end{aligned} \right\} 29)$$

hervorruft. Dieser Spannungsabfall besitzt die Wattkomponente

$$\frac{\dot{E}_w}{\text{cm}} = - \omega \frac{\Delta \dot{B}}{2} h_s \cdot 10^{-8} \cdot \frac{r'}{\xi^2} \Phi_2(\xi)$$

und bildet so mit dem Stromvolumen \dot{J}_2 eine elektrische Leistung

$$\frac{W_2}{\text{cm}} = - \frac{1}{2} \frac{\dot{E}_w}{\text{cm}} \cdot \dot{J}_2 = \frac{\nu}{100} \cdot \left(\frac{\Delta \dot{B}}{1000} \right)^2 \cdot h_s \cdot n \cdot \frac{1,25}{\xi^2} \Phi_2(\xi) \dots \dots \dots 30)$$

Diese Leistung hätten wir also zu decken, würden wir das Feld auf die angegebene Weise erregen, und daß die Erregung in Wirklichkeit auf andere Ursachen zurückzuführen ist, kann an der Größe der Verlustleistung nichts ändern. Mit anderen Worten: Der eben berechnete Wert stimmt auch in unserem Falle mit dem zweiten Beitrag der Wirbelstromverluste überein.

Es sind indes noch einige Umformungen nötig, um die Fassung 28) und 30) auf die in der Praxis gebräuchlichen Formen zu bringen. Entweder bezieht man nämlich die Verluste mit Hilfe eines Wirbelstromkoeffizienten σ_w auf das erregende Feld, die Periodenzahl und Stabhöhe, oder man berechnet eine ideelle Wirbelstromdichte \dot{Q}_w , die bei gleichmäßiger Verteilung über den ganzen Stabquerschnitt dieselben Verluste hervorbringen würde. Im ersten Falle benützt man das Gleichungsschema:

$$\frac{W_1 \text{ Watt}}{V \text{ edm}} = \sigma_{w1} \left[\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\tilde{B}}{1000} \cdot h_s^{\text{mm}} \right]^2 \dots \dots \dots 31a)$$

bzw.

$$\frac{W_2 \text{ Watt}}{V \text{ edm}} = \sigma_{w2} \left[\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\tilde{B}}{1000} \cdot h_s^{\text{mm}} \right]^3 \dots \dots \dots 31b)$$

Kombiniert man diese mit den ursprünglichen Gl. 28) und 30), so findet man für die Wirbelstromkoeffizienten die Definition

$$\sigma_{w1} = \left(\frac{\pi^2 \cdot \lambda}{10 \cdot 6}\right) f_{Q1} \quad \text{mit} \quad f_{Q1} = \frac{6}{\xi^3} \cdot \frac{\sin \xi - \xi \cos \xi}{\xi \cos \xi + \cos \xi} \dots 32)$$

bzw.

$$\sigma_{w2} = \left(\frac{\pi^2 \cdot \lambda}{10 \cdot 360}\right) \cdot f_{Q2} \quad \text{mit} \quad f_{Q2} = \frac{180}{\xi^4} \left(\frac{\xi \sin \xi + \sin \xi}{2 \xi \cos \xi - \cos \xi} - 1\right), \dots 33)$$

f_{Q1} und f_{Q2} charakterisieren dabei die feldschwächende Wirkung der Wirbelströme. Sie besitzen also bei kleinen Werten der reduzierten Stabhöhe den Wert 1, fallen dann aber schnell, wie es das Diagramm 20) anzeigt. Für f_{Q1} kann man dabei die folgenden Näherungsgleichungen verwenden:

$$\left. \begin{aligned} \text{Zwischen } \xi = 0 \quad \text{und} \quad \xi = 2,2: f_{Q1} &= 1 - 0,05 \xi^3 \\ \text{„} \quad \xi = 2,2 \quad \text{„} \quad \xi = \infty: f_{Q1} &= \frac{6}{\xi^3} \end{aligned} \right\} \dots 32a)$$

Diese Kurven sind gleichfalls in Abb. 20 strichliert eingetragen. — Für f_{Q2} gebe ich keine Näherungsgleichung an, denn, wie schon einmal erwähnt, sind die von dem Anstieg des Nutenfeldes über der Stabhöhe herrührenden Wirbelstromverluste recht unerheblich. Nicht nur, daß $(\Delta \tilde{B})^2$ für die oberen Stabdichten sehr viel kleiner als $(\tilde{B})^2$ ausfällt, auch der Wirbelstromkoeffizient σ_{w2} ist so viel kleiner als σ_{w1} , daß sich eine nähere Diskussion erübrigt.

Drückt man die Wirbelstromverluste auf die zweite Art, d. h. durch eine äquivalente Wechselstromdichte aus, so muß man die Gleichung

$$\frac{W_{\text{Watt}}}{V_{\text{edm}}} = \frac{10^3}{\lambda} \cdot \left(\varrho_w \frac{\text{Amp}}{\text{qmm}}\right)^2$$

mit den früheren Gleichungen der Wirbelstromverluste identifizieren. Dann ergibt sich:

$$\varrho_w = \sqrt{\frac{W}{V} \cdot \frac{\lambda}{1000}}$$

d. h.:

$$\varrho_{w1} = 0,64 \left[\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\tilde{B}}{1000} \cdot h_s \text{ mm} \cdot \frac{\lambda}{50} \right] \cdot \sqrt{f_{Q1}} \dots \left(\text{Effektivwert in } \frac{\text{Amp}}{\text{qmm}} \right) \dots 34)$$

und

$$\varrho_{w2} = 0,083 \left[\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\tilde{B}}{1000} \cdot h_s \text{ mm} \cdot \frac{\lambda}{50} \right] \cdot \sqrt{f_{Q2}} \dots \frac{\text{Amp}_{\text{eff.}}}{\text{qmm}} \dots 35)$$

Setzt man z. B.

$$\nu = 50$$

$$\tilde{B} = 560$$

$$\lambda = 50$$

$$\frac{d}{n} = 0,64,$$

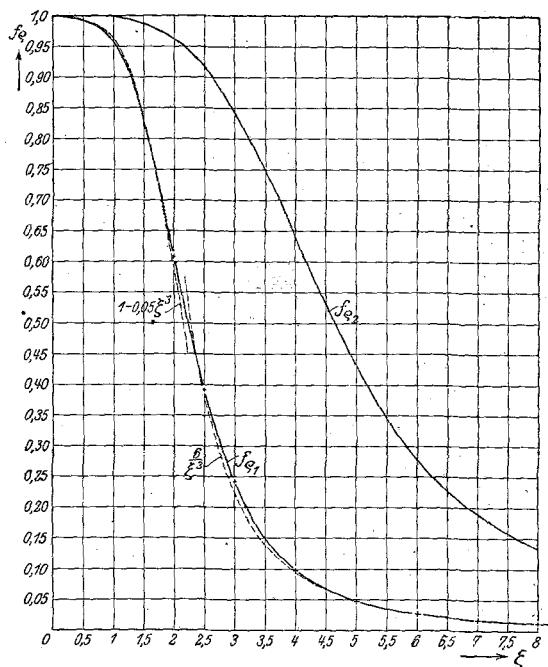


Abb. 20. Zur Berücksichtigung der Querschwächung durch die Korrekturfaktoren f_{Q1} und f_{Q2} .

so würde bei einer Stabhöhe von 16 mm:

$$\varrho_{w1} = 0,09 h_s^{\text{mm}} = 1,44 \frac{\text{Amp}^{\text{eff.}}}{\text{qmm}}$$

Nun können in der oberen Stablage Induktionen von der angenommenen Höhe als Maximum der Umfangskurve sehr wohl auftreten. Mit Rücksicht auf die Zusammensetzung dieser Kurve aus Grund- und Oberwelle wäre schätzungsweise

$$(\varrho_w)_{\text{total}} = 1,4 \cdot \varrho_{w1} = 2 \frac{\text{Amp}^{\text{eff.}}}{\text{qmm}}$$

Die Wirbelstromverluste bei Leerlauf würden also ca. 50% der normalen Kupferverluste betragen, und das ist sicherlich ein Wert, der schon bei der Vorausberechnung der Maschine in Betracht gezogen werden sollte.

B. Die Wirbelstromverluste bei großen reduzierten Stabhöhen: $\xi > 1$.

Im vorigen Abschnitt gingen wir von dem Nutenquerfeld und der Zahnsättigung der unbewickelten Maschine aus und behielten diese Zahnsättigung auch für den bewickelten Anker bei. Wir wußten zwar: Die Schwächung des Nutenquerfeldes durch die Wirbelströme muß zu einer Erhöhung der Zahnsättigung führen; aber wir sagten uns, daß diese neue, wirkliche Zahnsättigung doch nicht sehr weit von der angenommenen verschieden sein könne, solange die Stabhöhen sich innerhalb der bei Gleichstrommaschinen und Umformern gebräuchlichen Grenzen halten.

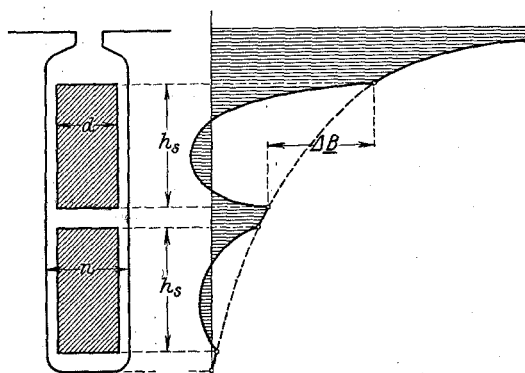


Abb. 21. Querfeldverteilung bei sehr großen reduzierten Stabhöhen.

querfeld überhaupt keine Rolle mehr spielt (Abb. 21). Das hat schon den großen Vorteil, daß nun die Ermittlung der Umfangskurve

$$B_h = f(x)$$

gar keine Mühe mehr verursacht. Und es hat den weiteren Vorteil, daß die Ergebnisse nicht mehr optimistisch, sondern pessimistisch gefärbt sind, insofern man den Feldanstieg ΔB längs der Stabhöhe etwas überschätzt.

Kennt man erst ΔB , dann lassen sich natürlich alle Resultate des vorigen Abschnittes wiederum anwenden: Man kann nach den dortigen Entwicklungen [27] die Feldschwächung nachträglich kontrollieren, man kann ferner die Wirbelstromkoeffizienten σ_{w1} und σ_{w2} berechnen [32, 33] oder auch [34, 35] die reduzierte Stromdichte ϱ_w , die bei gleichmäßiger Verteilung über dem Querschnitt dieselben Kupferverluste erzeugen würde. Es kommt also einzig darauf an, die in Abb. 21 strichlierte Feldanstiegskurve abhängig von der Stellung der Nut unter den Polen so zu bestimmen, als wenn eine Entlastung der Zähne durch das Nutenquerfeld überhaupt nicht in Frage käme.

Begegnen wir aber einmal im Großmaschinenbau Synchrongeneratoren mit sehr viel größeren Stabhöhen — sagen wir z. B. $\xi = 2,5$ und darüber —, dann wird die feldschwächende Wirkung der Wirbelströme doch zu erheblich und wir erhalten sicherlich bessere Resultate, wenn wir mit unserer Näherungstheorie gerade am umgekehrten Ende anknüpfen. Anstatt also bei der Bestimmung der Umfangskurve des Nutenquerfeldes von der unbewickelten Maschine auszugehen, denken wir uns zunächst eine ideelle Maschine mit so großen reduzierten Stabhöhen, daß die Entlastung der Zähne durch das Nuten-

Um das auszuführen, bedarf es keiner neuen „Theorie“. Innerhalb der Nut haben wir ja bereits die Feldverteilung auf derselben Basis ermittelt, und für die Veränderlichkeit längs des Ankerumfangs genügt jetzt die Bestimmung der beiden Werte

$$(B_{hm})_0 = \frac{h}{n} \left\{ \frac{H'_{z \max} + H'_{zu}}{2} - \frac{H'_{z \max} - H'_{zu}}{6} \zeta' \right\} \dots \dots \dots 7)$$

und

$$(B_{h1})_0 = (B_{hm})_0 - \frac{h}{n} \left\{ \frac{H''_{z \max} + H''_{zu}}{2} - \frac{H''_{z \max} - H''_{zu}}{6} \zeta'' \right\} \dots \dots \dots 9)$$

wobei wir den letzten Wert wieder den Abszissen

$$x_1' = x_m - u_1 \leq x_m - \frac{t}{2}$$

und

$$x_1'' = x_m + u_1 \geq x_m + \frac{t}{2}$$

zuordnen können.

Durch die so erhaltenen drei Punkte legen wir alsdann genau wie bisher eine parabolische Interpolationskurve (Abb. 22), nur lassen wir diese nun nicht allein gegen die neutrale Zone, sondern auch gegen die Polmitte mit je einem neuen parabolischen Ast ohne Knickstelle auf Null herabsinken. Wir geben also den früheren sanfteren Abfall von x_1' gegen die Polmitte auf. Er war ja seinerzeit auch nur der Verminderung der Zahnsättigung durch das Nutzenquersfeld zu verdanken, auf die wir uns jetzt nicht mehr verlassen dürfen.

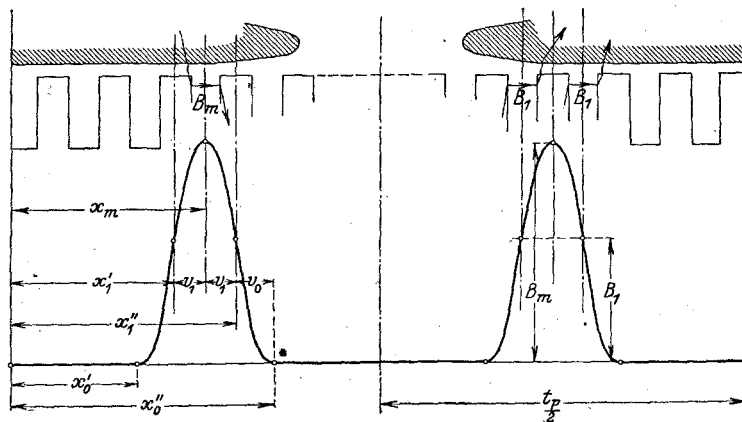


Abb. 22. Umfangskurve der Quersfeldinduktion bei sehr großen reduzierten Stabhöhen.

Die harmonische Analyse der Umfangskurve ist wiederum leicht durchzuführen und liefert allgemein:

$$\bar{B}_q = B_m \cdot \frac{16}{q^2 \pi^2} \cdot \frac{t_p}{u_0} \sin q \frac{\pi}{t_p} x_m \cdot \left\{ \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_1 \quad \sin q \frac{\pi}{t_p} (u_1 + u_0)}{q \frac{\pi}{t_p} u_1 \quad q \frac{\pi}{t_p} (u_1 + u_0)} \right\} \dots \dots 36)$$

oder für den besonders häufigen Fall $u_1 = u_0$

$$\bar{B}_q = B_m \cdot \frac{16}{q^2 \pi^2} \cdot \frac{t_p}{u_1} \sin q \frac{\pi}{t_p} x_m \frac{\sin q \frac{\pi}{t_p} u_1}{q \frac{\pi}{t_p} u_1} \left(1 - \cos q \frac{\pi}{t_p} u_1 \right) \dots \dots 36a)$$

Dieses Verhältnis, indem sich die Pulsation des Querfeldes für $y=h$ in ihre harmonischen Komponenten auflöst, kann auch für die Schwankung der mittleren Induktion \underline{B} und des Feldanstieges $\Delta \underline{B}$ über einer Stablage als gültig angenommen werden. Wir haben uns also durch dieses einfache Verfahren so viele Unbekannte verschafft, daß wir nun für eine beliebige Harmonische die Berechnung der Wirbelstromverluste genau nach den früheren Anweisungen und Formeln durchführen können. Allerdings muß ich noch einmal wiederholen: Wir erhalten so die Wirbelstromverluste durch das Nutenquerfeld etwas zu groß. Doch schadet das praktisch um so weniger, als bei großen Synchronmaschinen mit hohen und breiten Stäben auch die Verluste durch das Nutenlängsfeld — auf die ich bisher nicht eingegangen bin — die Gesamtverluste erhöhen.

Liegt aber einmal ein besonderes Interesse an einer genauen Verlustermittlung für mittlere ($\xi=1$ bis 2) und große Stabhöhen vor, kann man dann die entwickelte Näherungstheorie nicht noch etwas verfeinern? Gewiß. Man braucht nur die Entlastung der Zähne durch das Nutenquerfeld weder vollkommen zu vernachlässigen, noch auch so zu übertreiben, wie wir es bei kleinen Stabhöhen tun durften. Man wird zwar zunächst auch wieder nach dem Verfahren a die Umfangskurve zu ermitteln, jedoch von Anfang an mit einem größeren magnetischen Widerstand des Querfeldes, also

$$n_{\text{corr}} > n,$$

operieren¹⁾. Dem Anfänger mag das Diagramm 26) die mangelnde Erfahrung ersetzen. — Sodann wird man die Umfangskurve nicht allein harmonisch analysieren, sondern auch für jede Welle die Verringerung der Wattkomponente durch die Wirbelstromrückwirkung bestimmen [Gl. 27)]. Für die Entlastung der Zähne käme dann nur

$$(B_{q,\text{corr}}) = B_q \cdot \Phi_1(\xi)$$

in Betracht, und indem man alle diese reduzierten Wellen mindestens für $x=x_m$ noch einmal superponiert, erhielte man für die mittlere Wattkomponente des Nutenquerfeldes über den Stabhöhen einen neuen Scheitelwert $(B_m)_{\text{corr}}$ an Stelle des ursprünglichen Wertes B_m . Das bedeutet, daß sich die Erhöhung der Zahnsättigung infolge der Wirbelstromrückwirkung im Mittel durch eine Verbreiterung der Nut von n auf

$$n_{\text{corr}} = n \frac{B_m}{(B_m)_{\text{corr}}} \dots \dots \dots 37)$$

berücksichtigen ließe. Ist dies zufällig schon der Wert, den man von Anfang an geschätzt hatte, so braucht man die Rechnung nicht zu wiederholen. Andernfalls wird man mit dem eben ermittelten Werte der korrigierten Nutbreite in den früheren Formeln die Koeffizienten α und β — und zwar nur diese Koeffizienten — berichtigen. D. h. man schreibt nunmehr

$$\text{Sin} \left(\alpha_{\text{corr}} \cdot \frac{t}{2} \right) = p \frac{\pi}{4h} \sqrt{(z_{\text{emitt}} \mu' + n_1) \cdot n_{\text{corr}}} \dots \dots \dots 10c)$$

und

$$\text{Sin} \left(\beta_{\text{corr}} \cdot \frac{t}{2} \right) = p \frac{\pi}{4h} \sqrt{(z_{\text{emitt}} \mu'' + n_1) n_{\text{corr}}} \dots \dots \dots 10d)$$

Im übrigen aber bleiben sämtliche Formeln des ersten Abschnittes unverändert und die Berechnung der Umfangskurve nebst der Bestimmung der Verluste ist nunmehr endgültig nach diesen Formeln durchzuführen.

¹⁾ Man kann natürlich dieselbe Methode auch für kleinere Stabhöhen ($\xi < 1$) anwenden, indem man n_{corr} gemäß Abb. 26 wählt. Eine nochmalige Probe auf die Richtigkeit dieser Annahme ist hierbei nicht nötig.

IV. Die Summierung der Wirbelstromverluste.

Um die gesamten Wirbelstromverluste zu erhalten, muß man die Verluste der einzelnen Harmonischen summieren. Das ist so selbstverständlich, daß ich deshalb allein keinen besonderen Abschnitt einzurücken brauchte. Auch kann ich kein theoretisches Verfahren angeben, welches uns durch gewisse Kunstgriffe diese nicht unerhebliche Rechenarbeit erleichterte, denn ich müßte sonst für jede neue Form der Umfangskurve aufs neue Koeffizienten entwickeln. — Aber die Praxis kann diese Rechenarbeit durch das Experiment ersetzen. Hier ist es ein Leichtes, für die gebräuchlichsten Typen im Prüffeld Erfahrungskoeffizienten zu ermitteln. Es fehlte bisher nur eine gesunde Theorie, um ihr dazu den Weg zu weisen. Was daher dieser Abschnitt zu bringen hat, sind weniger theoretische Erörterungen, als theoretisch begründete Richtlinien für die Sammlung und Sichtung praktischer Erfahrungen.

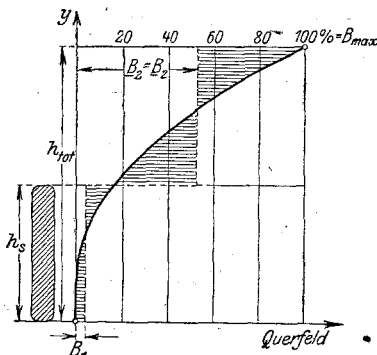


Abb. 23 a. Innenpolmaschine
z = 2.

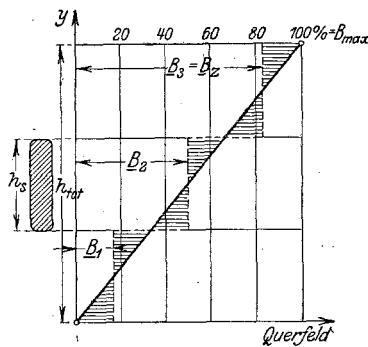


Fig. 23 b. ∞-vielpolige
Maschine z = 3

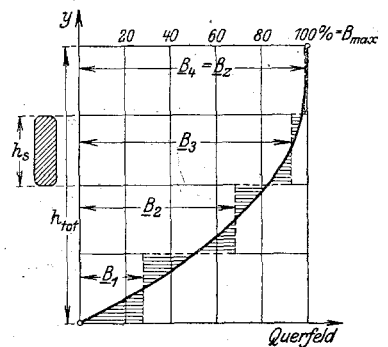


Fig. 23 c. Außenpolmaschine
z = 4.

Abb. 23 a bis c. Zur Ableitung des quadratischen Feldmittelwertes $\text{Mitt}(\underline{B}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=z} (B_i)^2}{z}}$.

Was dem praktischen Berechner not tut, ist eine einfache Formel und ein Kurvenblatt, mit deren Hilfe er die Wirbelstromverluste jeder Maschine genau genug schätzen kann. Die Formel soll alle diejenigen Größen enthalten, welche leicht und sicher zu berechnen sind. Alle komplizierteren Abhängigkeiten müssen aus dem Kurvenblatt als Funktion geeigneter Hilfsgrößen zu entnehmen sein. Dabei kann man sich im Prinzip an die beiden Formulierungen 31) und 34) anlehnen. Entweder berechnen wir also die Wirbelstromverluste direkt, indem wir sie auf einen gewissen Mittelwert des Nutquersfeldes beziehen, oder wir berechnen die äquivalente Stromdichte ϱ_w , die bei gleichmäßiger Verteilung über alle Stablagen dieselben Verluste erzeugen würden. Im ersten Falle schreiben wir

$$\frac{W_{\text{Watt}}}{V_{\text{edm}}} = \left(\frac{\pi^2 \cdot \lambda}{10 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\text{Mitt}(\underline{B}_m)}{1000} \cdot h_s \text{ mm}\right)^2 \cdot F_{\varrho} \dots \dots \dots 38)$$

im zweiten Falle

$$\varrho_w = 0,64 \left(\frac{\nu}{100} \cdot \frac{\text{Mitt}(\underline{B}_m)}{1000} \cdot h_s \text{ mm} \cdot \frac{\lambda}{50}\right) \sqrt{F_{\varrho}} \dots \dots \dots 39)$$

Dabei bezeichnet

- ν die synchrone Frequenz,
- h_s die Höhe einer Stablage

und

$$\text{Mitt}(\underline{B}_m) = \sqrt{\frac{B_{m1}^2 + B_{m2}^2 + \dots + B_{mz}^2}{z}} \dots \dots \dots 40)$$

den quadratischen Mittelwert, welchen das Maximum B_m der Umfangskurve über den einzelnen (z) Stablagen besitzt (Abb. 23). Man hätte dann nichts zu tun, als nach den Regeln des ersten Abschnittes B_{mh} und die Verteilung des Nutenquerfeldes zwischen Boden und Öffnung aufzusuchen. Alles, was sonst noch in Betracht kommt, muß in dem Reduktionsfaktor F_e seinen Ausdruck finden.

F_e charakterisiert daher in erster Linie die Rückwirkung der Wirbelströme und ist in diesem Sinne eine Funktion der reduzierten Stabhöhe ξ . Je größer ξ , um so mehr unterdrücken die Wirbelströme das Nutenquerfeld, um so kleiner daher F_e . F_e ist aber auch weiterhin eine Funktion der Wellenform der Umfangskurve. Besitzt diese stark ausgeprägte höhere Harmonische, wie dies für schwach gesättigte Maschinen oder besonders große Stabhöhen zutrifft, so haben wir etwas andere Werte zu erwarten als bei hohen Zahnsättigungen und mäßigen Stabhöhen, bei denen das Nutenquerfeld zwischen Polmitte und -kante nur allmählich ansteigt.

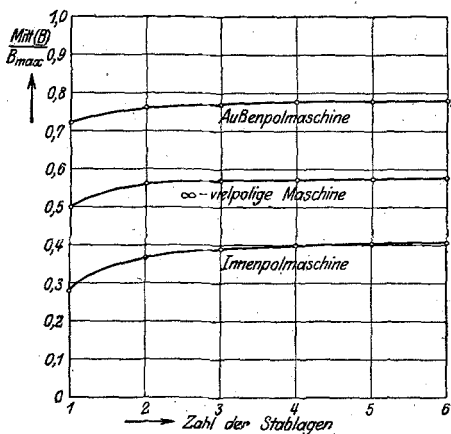


Abb. 24. Verhältnis des quadratischen Feldmittels zum maximalen Feld.

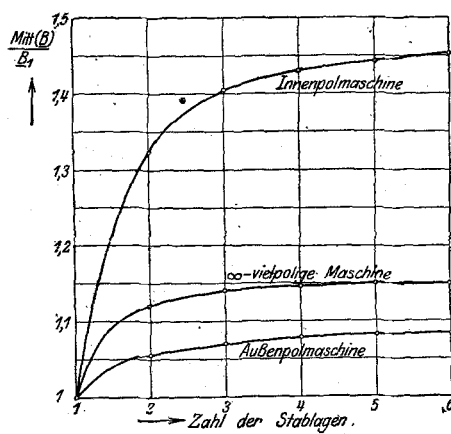


Abb. 25. Verhältnis des quadratischen Feldmittels zum arithmetischen Mittelwert.

Kennt man diese Umfangskurve, so läßt sich F_e natürlich theoretisch berechnen. Man müßte dann nur die abgekürzte Formel 38) dem ausführlicheren theoretischen Ansatz

$$\frac{W_{\text{Watt}}}{V_{\text{edm}}} = \left(\frac{\pi^2 \cdot \lambda}{10 \cdot 6}\right) \cdot \sum_{q=1,3}^{\infty} \left(\frac{\nu_q}{100} \cdot \frac{\text{Mitt}(\widehat{B}_{mq})}{1000} \cdot h_s \text{ mm}\right)^2 \cdot f_{eq} \dots 41)$$

gleichsetzen; dann würde sich ergeben

$$F_e = \sum_{q=1,3}^{\infty} f_{eq} \left(q \cdot \frac{\widehat{B}_q}{B_m}\right)^2, \dots 42)$$

wobei $\frac{\widehat{B}_q}{B_m}$ das Verhältnis der Wellenamplitude der q -ten Harmonischen zum Maximalwert B_m der Umfangskurve darstellt. Aber eben diese Summierung ist es ja, welche das Kurvenblatt für F_e dem praktischen Berechnungsingenieur ersparen soll.

Man wird also in der Praxis so vorzugehen haben, daß man für einige Typen von Innen- und Außenpolmaschinen das Nutenquerfeld bei Stillstand bestimmt und hierauf in einem möglichst weiten Tourenbereiche bei verschiedener Anzahl der Stablagen auch die Wirbelstromverluste aufnimmt. Auf diese Weise läßt sich ein großer Skalenabschnitt der reduzierten Stabhöhe bestreichen. Führt man die Versuche außerdem bei verschiedenen Erregungen durch, so geben sie auch über den Einfluß der Zahnsättigung auf die Wellenform Aufschluß. Wenn man dann die gewonnenen Resultate zu dem gewünschten Ansatz 38) in Beziehung setzt und rückwärts F_e bei einigen konstanten Werten der maximalen Zahnsättigung als Funktion von ξ berechnet und

aufrägt, so beherrscht man bereits ein so großes Gebiet, daß man auf andere Typen und Ausführungen durch Interpolation schließen kann.

Ich muß es mir versagen, derartige Kurvenscharen hier mitzuteilen. Damit man aber doch sieht, was man im großen und ganzen zu erwarten hat, habe ich die theoretische Bestimmung von F_e für unser Zahlenbeispiel des Gleichstrommotors durchgeführt (Abb. 26). Obwohl dieser Kurve die Quersfeldverteilung der unbewickelten Maschine zugrunde liegt, darf sie doch auch für große reduzierte Stabhöhen verwendet werden, vorausgesetzt, daß man der Steigerung der Zahnsättigung durch eine entsprechende Erhöhung der Querinduktion Mitt (\bar{B}_m) in Formel 38) bereits Rechnung getragen hat. Im übrigen enthält die beigegefügte Tabelle das ganze Zahlenmaterial, so daß die Kontrolle beliebiger Werte leicht möglich ist. Ich kann mich daher auf die Diskussion der Resultate beschränken.

Wie nicht anders zu erwarten, gleicht die Funktion dem Rückwirkungsfaktor f_e , den ich in Abb. 20 als Funktion der reduzierten Stabhöhe aufgetragen habe. Nur ist der Abszissenmaßstab in beiden Kurven verschieden. Man kann sich aber überlegen, wie man den Abszissenmaßstab der F-Kurve willkürlich verändern müßte, oder sagen wir gleich, mit welchem Faktor \sqrt{q} man ihn multiplizieren müßte, um überall dasselbe konstante Verhältnis

$$\frac{F_e}{f_e} = 8,3$$

zu erhalten. Dann würde nämlich q die Ordnungszahl derjenigen Harmonischen bedeuten, die — wenn ich so sagen darf — den Schwerpunkt der ganzen Wellenschar bildet. In Abb. 26 habe ich denn auch den so definierten Faktor als Funktion von ξ aufgetragen. Man sieht, daß für kleine reduzierte Stabhöhen in der Gegend von $\xi = 0,5$ die Oberwellen in der neunten gravitieren; bei größeren Stabhöhen um $\xi = 1,0$ herum wird die siebente vorherführend, bis schließlich bei großen Stabhöhen die fünfte Harmonische den Schwerpunkt bildet.

Tabelle zur Berechnung der Faktoren F_e, F_h, F_r .

Ordnungszahl der Oberwelle q	Amplitude \bar{B}_q	$\left(\frac{\bar{B}_q}{\bar{B}_m} q\right)$	$\left(\frac{\bar{B}_q}{\bar{B}_m} q\right)^2 \cdot f_e$						
			$\xi_1 = 0$	$\xi_1 = 0,5$	$\xi_1 = 1,0$	$\xi_1 = 1,5$	$\xi_1 = 2,0$	$\xi_1 = 2,5$	$\xi_1 = 3,0$
1	180	0,333	0,111	0,110	0,107	0,092	0,0676	0,0436	0,0269
3	169	0,939	0,880	0,856	0,647	0,312	0,1355	0,0669	0,0376
5	124	1,150	1,322	1,242	0,661	0,225	0,0899	0,0455	0,0263
7	72	0,931	0,872	0,780	0,296	0,087	0,0353	0,0182	0,0105
9	93	1,548	2,400	1,995	0,581	0,161	0,0667	0,0341	0,0198
11	10	0,198	0,042	0,032	0,007	0,002	0,0008	0,0004	0,0002
13	56	1,352	1,812	1,272	0,247	0,069	0,0293	0,0149	0,0087
15	14	0,390	0,151	0,096	0,016	0,005	0,0020	0,0010	0,0006
17	23	0,725	0,524	0,319	0,047	0,013	0,0056	0,0029	0,0017
19	12	0,422	0,178	0,093	0,013	0,004	0,0016	0,0008	0,0005
$F_e = \sum \left(\frac{\bar{B}_q}{\bar{B}_m} q\right)^2 \cdot f_e$			8,292	6,795	2,622	0,970	0,4343	0,2283	0,1328
$F_h = \xi_1^2 F_e$			0	1,70	2,622	2,18	1,741	1,43	1,195
$F_r = \xi_1^4 F_e$			0	0,425	2,622	4,91	6,93	8,92	10,75

Will man die F_e -Kurve durch Näherungsformeln darstellen, so kann man bei kleinen reduzierten Stabhöhen

$$\text{zwischen } \xi = 0 \quad \text{und} \quad \xi = 0,75$$

das Gesetz $F_e = 8,3 - 16 \xi^{2,5}$ annehmen, während bei größeren Stabhöhen

$$\text{zwischen } \xi = 0,75 \quad \text{und} \quad \xi = 3$$

das Gesetz $F_e = \frac{2,6}{\xi^{2,5}}$ zu verwenden ist. Die Funktionen sind in Abb. 26 strichliert eingetragen, und die Annäherung ist gewiß nicht schlecht. Doch ist der Verlauf der F_e -Kurve zu sehr von der besonderen Form der Umfangskurve abhängig, als daß auf derartige Formeln ein besonders großes Gewicht zu legen wäre.

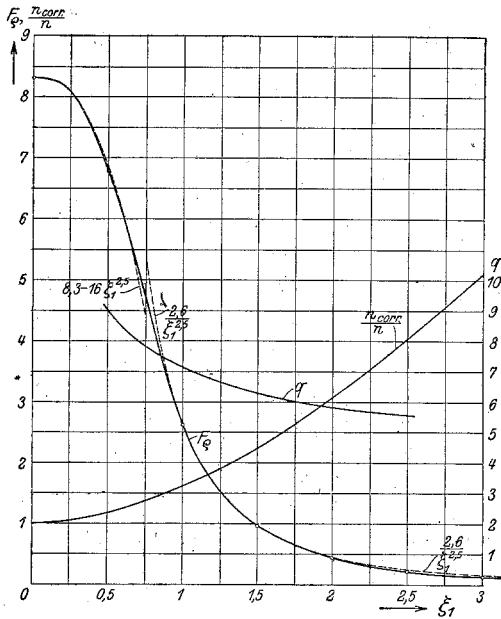


Abb. 26. Darstellung der Wirbelstromrückwirkung durch den Faktor F_e . (ξ_1 = reduzierte Leiterhöhe, bezogen auf die synchrone Periodenzahl.)

Maschinen mit hoher Zahnsättigung besitzen z. B. ein weit weniger scharf hervortretendes Maximum B_m der Umfangskurve und daher weniger stark ausgeprägte Oberwellen. Bei solchen Maschinen liegt daher derjenige Teil der F_e -Funktion, in dem die hohen Harmonischen dominieren, d. i. der Bereich zwischen $\xi = 0$ und $\xi = 1$ wesentlich tiefer (es sind mir Anfangswerte bis herunter zu $(F_e)_{\xi=0} = 0,57$ begegnet). Wenn dann aber später bei größeren reduzierten Stabhöhen umgekehrt die tieferen Harmonischen die Vorherrschaft erlangt haben, so liegt die F_e -Funktion naturgemäß etwas höher als wir sie für unser Beispiel berechnet haben. In jedem Falle besitzt sie so hohe Werte und zeigt dabei eine so starke Veränderlichkeit, daß man es wohl verstehen kann, weshalb sich die zweifellos vorhandenen praktischen Erfahrungen ohne eine leitende Theorie noch nicht zu etwas Festem verdichten konnten.

V. Beispiele und Folgerungen.

Von einer „Theorie“ der Wirbelstromverluste verlangt man nicht allein, daß sie die Vorausberechnung dieser Verluste für jeden speziellen Fall ermögliche, sondern auch, daß sie allgemeine Gesichtspunkte entwickle, nach denen man ohne weiteres ausgeführte Maschinen beurteilen und neue Maschinen günstig entwerfen kann. Dazu gehört, daß man über den Einfluß derjenigen Größen orientiert ist, die beim Entwurf der Maschine wenigstens innerhalb gewisser Grenzen wählbar sind; es sind dies Induktionen, Stabhöhe und Periodenzahl.

Nur bei Wechselstrommaschinen ist die Periodenzahl vorgeschrieben. Bei Gleichstrommaschinen ist sie ebensowenig eindeutig bestimmt wie Polzahl und Tourenzahl, und damit erhebt sich die Frage: in welchem Maße wachsen die Wirbelstromverluste mit der Periodenzahl?

Hierfür ist — ceteris paribus — das Produkt $\nu^2 \cdot F_e$ oder auch

$$F_\nu = \xi^4 \cdot F_e \dots \dots \dots 43)$$

maßgebend. Denn, wie wir wissen, wächst die reduzierte Stabhöhe mit der Wurzel aus der Periodenzahl. Ich habe daher in Abb. 27 dieses Produkt als Funktion von ξ^2 aufgetragen und eine Kurve erhalten, die anfänglich mit ν^3 zunimmt, dann aber wendet und jenseits $\xi = 1$ nur noch proportional $\sqrt[4]{\nu^3}$ ansteigt. Am häufigsten bewegt man sich in dem Bereich $\xi = 0,8$ bis $1,2$, in dem Verluste und Periodenzahl nahezu in Proportion stehen. Setzen wir z. B. den Fall, unser Gleichstrommotor arbeite mit zwei

Stablagen zu je fünf Leitern und einem Querschnitt von $0,12 \times 1,6 \text{ cm}^2$, dann wäre bei 750 U. p. M. entsprechend 25 Perioden:

$$\xi \doteq h_s \sqrt{\frac{\nu}{50} \cdot \frac{d}{n} \cdot \frac{\lambda}{50}} = 1,6 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 1} = 0,876$$

und

$$F_{25} = 3,55$$

$$\xi^4 \cdot F_{25} = 2,1.$$

Dagegen wäre bei 1500 U. p. M. entsprechend 50 Perioden

$$\xi = 1,24$$

und

$$F_{50} = 1,55$$

$$\xi^4 \cdot F_{50} = 3,7.$$

Die Verluste hätten sich also mit der Verdoppelung der Tourenzahl auf das $1^3/4$ -fache erhöht. Es ergibt sich daraus von selbst die Forderung, schnellaufende Maschinen mit nicht zu großen Zahnsättigungen und Stabhöhen zu entwerfen.

Sehr oft ist freilich der aktive Kupferquerschnitt einer Nut schon durch die Rücksicht auf die Modellausnutzung vorgeschrieben. Aber auch in solchen Fällen hat man immer noch die Zahl der Stablagen in der Hand, und zwar nicht nur bei Wechselstrommaschinen, sondern auch bei Gleichstromankern. Ich will damit natürlich nicht einer Vierlagenwicklung das Wort reden; darauf würden sich mit Recht weder Konstrukteure noch Berechner einlassen. Aber man kann doch auch bei der Zweilagenwicklung die beiden übereinander angeordneten Stäbe in parallele Leiter unterteilen und durch passende Führung dieser Teilleiter ebenso geringe Verluste erzielen als mit einer Mehrlagenwicklung. Ich habe auf diesen Kunstgriff schon bei anderer Gelegenheit¹⁾ hingewiesen, jedoch absichtlich die Ausführungsmöglichkeiten verschwiegen. Richter hat dann auch diese in einem späteren Aufsatz²⁾ mitgeteilt.

Die Anzahl der Stablagen beeinflusst alle drei Faktoren der Verlustformel 38): Vor allem die Stabhöhe h_s , mit welcher die Verluste quadratisch zu wachsen scheinen. Sodann aber auch den Rückwirkungsfaktor F_ρ , der mit der Verminderung der Stabhöhe zunimmt und so insbesondere bei großen Stabhöhen das quadratische Gesetz sehr erheblich modifiziert. Und endlich auch den quadratischen Mittelwert $\text{Mitt}(\underline{B}_m)$, welchen das Feld einer Nut über den Stablagen besitzt. Läßt man den letzten Punkt zunächst aus dem Spiele, so erscheint für die Verluste das Produkt

$$F_h = \xi^2 \cdot F_\rho \dots \dots \dots 44)$$

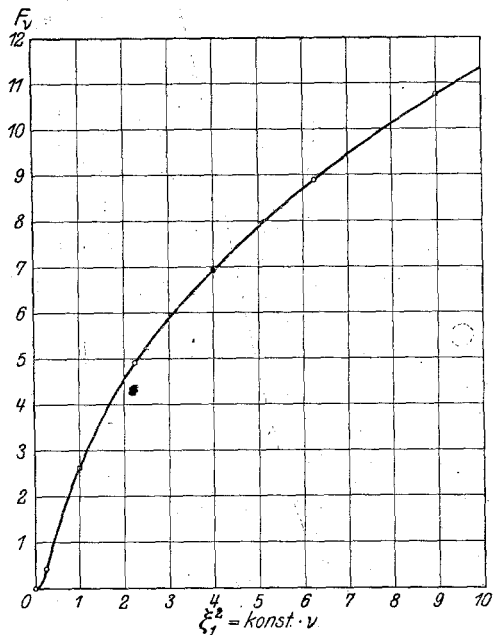


Abb. 27. Darstellung des Faktors F_v .

¹⁾ „Die Theorie der zusätzlichen Kommutierungsverluste von Gleichstrommaschinen.“ Archiv f. Elektrot. 3, 1915, 10/11. Heft.

²⁾ „Über zusätzliche Stromwärme. III. Nutenwicklungen mit unterteilten Leitern.“ Archiv f. Elektrot. 5, 1916, 1/2. Heft.

maßgebend. Diese Funktion, die in Abb. 28 über der reduzierten Stabhöhe aufgetragen ist, zeigt ein sehr überraschendes Verhalten: während man nämlich gewöhnlich mit einem quadratischen Anstieg der Verluste rechnet, zeigt sich hier, daß dieses Gesetz nur unterhalb der gebräuchlichen Stabhöhen erfüllt ist. Schon im normalen Arbeitsgebiet zwischen $\xi = 0,7$ und $1,2$ wächst der Verlustfaktor F_h praktisch überhaupt nicht mehr und darüber hinaus nimmt er sogar langsam aber stetig ab. Mit anderen Worten: Schon bei verhältnismäßig kleinen reduzierten Stabhöhen wird dem Anwachsen der Verluste dadurch ein Ziel gesetzt, daß die Wirbelströme das Nutenquerfeld einfach in die Zähne zurückdrängen. Auf diese Weise wird die Nut mehr und mehr feldfrei und die Verluste sinken, anstatt nach der gebräuchlichen Anschauung weiter zu steigen.

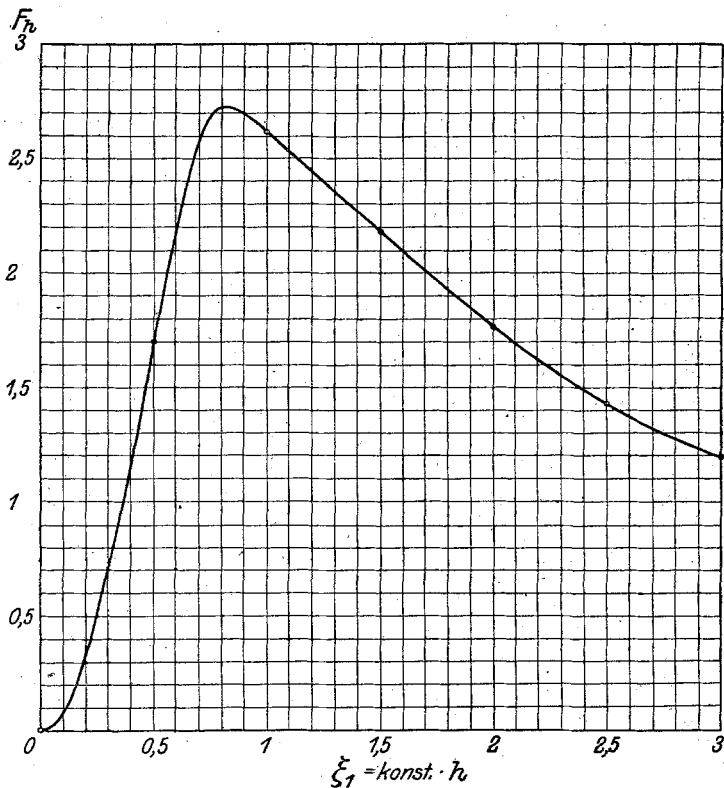


Abb. 28. Darstellung des Rückwirkungsfaktors F_h .

Dieses eigentümliche Verhalten klärt gar manchen scheinbaren Widerspruch auf. So wird zuweilen versichert, bei gewissen Maschinen seien trotz gleicher Sättigung höhere zusätzliche Verluste gemessen worden als bei Maschinen mit größeren Stabhöhen. Jetzt wissen wir, daß dies oberhalb $\xi = 1$ recht gut der Fall sein kann, ja, daß hier eine Unterteilung der Stäbe sogar unbedingt mit einem Mißerfolg enden müßte. Wenn man also überhaupt auf die Unterteilung zurückgreifen will — und bei hoch gesättigten Schnellläufern bleibt gar keine andere Wahl — so muß man schon die ungeteilte Stabhöhe unter $\xi = 1$ halten. Für unser Zahlenbeispiel trifft diese Voraussetzung wenigstens für die untere Tourenzahl zu und demgemäß ist auch der Erfolg hier ein durchgreifender. Lösen wir nämlich jeden Leiter in zwei übereinander angeordnete Teilstäbe von je

$$0,12 \times 0,8 = 0,096 \text{ cm}^2$$

Querschnitt auf, so ergibt sich

bei 750 U. p. M. entsprechend 25 Perioden

ohne Unterteilung	$\xi' = 0,876$	$F_e' = 3,55$	$F_h' = 2,7$
mit „	$\xi'' = 0,438$	$F_e'' = 7,2$	$F_h'' = 1,38$
und somit ein Güteverhältnis			$\frac{F_h'}{F_h''} = 1,95.$

Dagegen bei 1500 U. p. M. entsprechend 50 Perioden

ohne Unterteilung	$\xi' = 1,24$	$F_e' = 1,55$	$F_h' = 2,4$
mit „	$\xi'' = 0,62$	$F_e'' = 5,85$	$F_h'' = 2,25$
und somit ein Güteverhältnis			$\frac{F_h'}{F_h''} = 1,07.$

Das Güteverhältnis $\frac{F_h'}{F_h''}$ allein gibt allerdings noch nicht das wirkliche Verlustverhältnis wieder. Denn ich machte schon einmal darauf aufmerksam, dass die Wahl der Stablagenzahl zugleich den Mittelwert des Querfeldes über den Stablagen verändert. Dieser Einfluß äußert sich zudem in zwei Richtungen: Einmal ist an und für sich schon der quadratische Mittelwert des Querfeldes von der Lagenzahl abhängig, wenn auch die Querfeldverteilung selbst sich innerhalb der Nut nicht ändert. Ich habe z. B. in Abb. 23 bis 25 für drei typische Verteilungskurven den quadratischen Mittelwert gegen den Maximalwert und gegen den arithmetischen Mittelwert gemessen. Dabei zeigt sich stets eine Zunahme dieses Wertes mit der Lagenzahl, so daß schon bei zwei Stabschichten das quadratische dem arithmetischen Mittel um einen nicht zu vernachlässigenden Betrag überlegen ist.

Immerhin ist diese Erscheinung meist von untergeordneter Bedeutung gegenüber der mehrfach beschriebenen Tendenz der Wirbelströme, bei großen reduzierten Stabhöhen den Nutenquerfluß wieder in die Zähne zurückzutreiben. Denn wenn wir auch in unseren Verlustformeln durchweg mit dem ideellen Nutenquerfeld der unbewickelten Maschine arbeiten, so haben wir dieses doch aus der wirklichen Zahnsättigung herzuleiten. Diese aber kann durch die eben beschriebene Rückwirkung der Wirbelströme unter Umständen ganz gewaltig in die Höhe getrieben werden. Beobachtet ich doch an einer Maschine — wenn auch unter abnormen Verhältnissen — bei $\xi = 2,35$ eine Steigerung auf

$$(B_m)_{\text{corr}} = 1,4 B_m.$$

In diesem Falle mußte daher die durch Gl. 10c und d) vorgeschlagene Korrektur zur Anwendung gebracht werden, wollte man nicht eine sehr große Ungenauigkeit in Kauf nehmen. Aber selbst unter diesen außergewöhnlichen Umständen war ein deutliches Maximum in der Verlustkurve zu beobachten. Es lag wohl höher als in der F_h -Kurve, war auch nicht so scharf ausgeprägt und hatte sich bis gegen $\xi = 1,25$ verschoben. Aber der Charakter der Kurve blieb erhalten, und so haben wir auch unseren daran geknüpften Folgerungen nichts hinzuzufügen.

Höchstens wird man noch fragen, welche Querinduktion man denn nun auf Grund der entwickelten Theorie noch gutheißen könnte. Die Beantwortung dieser Frage hängt natürlich in erster Linie davon ab, welche Wirbelstromverluste man eben noch erträglich findet. Ganz allgemein betrüge der zulässige quadratische Feldmittelwert der ganzen Nut

$$\text{Mitt}(B_m) = 49 \sqrt{\frac{W^{\text{Watt}}}{V_{\text{cdm}}} \cdot \frac{100}{\nu} \cdot \frac{d}{n} \cdot \frac{1}{F_h}} \dots \dots \dots 45)$$

Arbeitet man nun mit reiner Zweilagengewicklung in dem Gebiete $\xi = 0,6$ bis 1,3, so kann man

$$F_h = 2,5$$

als guten Mittelwert annehmen. Außerdem ist gewöhnlich bei Gleichstromwicklungen

$$\frac{d}{n} \sim 0,5.$$

Läßt man also bei Kupferstäben eine effektive Stromdichte von

$$q_w = 1 \frac{\text{Amp}}{\text{qmm}}$$

entsprechend

$$\frac{W}{V} = 20 \frac{\text{Watt}}{\text{cdm}}$$

zu, so erhält man als zulässige Grenze

Für $\nu =$	10	20	30	40	50	60
Mitt (B_m) =	310	219	179	155	138	126

Schlußbemerkung.

Die vorliegende Arbeit stellt die Berechnung der Wirbelstromverluste bei Leerlauf auf eine sichere Basis. Soweit nur die Wirkungsgradgarantien in Frage kommen, könnte man sich hiermit begnügen. Denn die Verbandsnormalien schreiben nur für die Leerlaufverluste die experimentelle Ermittlung vor. Aber als Unterlage für den tatsächlichen Wirkungsgrad und die Ankererwärmung beanspruchen die zusätzlichen Belastungsverluste mindestens das gleiche Interesse.

Weder Theorie noch Experiment vermochten bisher über diese verwickelten Verhältnisse Klarheit zu verbreiten. Man darf nämlich nicht glauben, mit der Bestimmung der Kurzschlußverluste sei die Sache abgetan. Bei Kurzschluß bleibt innerhalb der Nut fast nur das Ankerstreufeld übrig. Bei Belastung dagegen superponieren sich ihm die Ausläufer des Hauptfeldes, welche recht wohl von gleicher Größenordnung sein können oder es zuweilen wohl gar übertreffen. Aus diesem Grunde liefern alle Theorien, welche wie die Fields und seiner Nachfolger nur mit dem Ankerstreufeld operieren, für die Belastungsverluste höchstens eine untere Grenze. Ebenso wenig darf man aber den Kurzschluß-Kupferverlusten die Leerlauf-Kupferverluste einfach zuzählen. Denn bei Belastung verzerrt die Ankerrückwirkung das Luftspaltfeld und führt so das ursprüngliche trapezförmige H_z -Diagramm in ein unsymmetrisches Dreieck über. Die Verhältnisse liegen somit in jeder Beziehung neuartig und es wäre eine verdienstvolle Arbeit, durch Verschmelzung der Theorien für Leerlauf und Kurzschluß dem Geheimnis der zusätzlichen Belastungsverluste auf die Spur zu kommen.