V.

Ueber das Gesetz der Cohäsion,

vom

Dr. BENZENBERG.

Schon lange vor Newton hatten die Naturforscher die Erscheinung, daß in den Körpern ein Bestreben, sich einander zu nähern, sey, nicht allein wahrgenommen, sondern auch zu erklären gesucht.

Newton erklärt es nicht, aber er fand das Gesetz, nach welchem zwei Körper sich einander nähern. Er zeigte, daß ihre Geschwindigkeit sich verhalte wie die Masse der Körper multiplicirt mit dem Quadrate ihrer Nähe. Nicht um es zu erklären, sondern nur um ein Wort zu haben, das er gebrauchen könne, wie der Mathematiker seine Zeichen, nannte er es: „*das Gesetz der Anziehung*,“ und die Ursache davon: „*die anziehende Kraft*.“

Die Bewegung der Planeten, und die Störungen, die sie durch einander leiden, war der stärkste Beweis für die Richtigkeit dieses Gesetzes am Himmel, so wie das Steigen und Fallen des Meeres, an der Erde. Die Astronomie war zur Bestätigung dieses Gesetzes vorzüglich günstig. Die Körper befanden sich hier im einfachsten Falle, und die Erfahrung antwortete bestimmt und deutlich auf die vorgelegten Fragen.

Newton hielt sich immer nahe an die Erfahrung; und wo die nicht für dieses Gesetz zu sprechen schien, da drang er es ihr nicht auf. So glaubte er, daß dieses Gesetz nicht bei der Cohäsion gelte, und daß die Anziehung da nach einem höhern Verhältnisse wachse, als nach dem vom Quadrate der Nähe. Er schloß dieses daraus, weil er fand, daß die Anziehung bei der Berührung ungleich stärker ist, als in einer noch so geringen Entfernung.

Indeß scheint mir die Verschiedenheit der Gesetze der Cohäsion und der Attraction, welche Newton glaubte, nur *scheinbar* zu seyn, und die Erklärung der Erscheinungen bei dem Zusammenhange der Körper, nach dem einfachen Attractions-gesetze nicht schwierig. Folgende Betrachtungen werden dieses erläutern. Wir wissen, daß die kleinen Theile der Materie sehr fein sind. Wie fein, das wissen wir nicht, und gebrauchen es auch nicht beim Folgenden. Daß die noch empfindbaren kleinsten Theilchen der Materie an Feinheit fast unser Vorstellungsvermögen übertreffen, das sehen wir, wenn ein Tropfen Carminauflösung ein ganzes Gefäß mit Wasser färbt, oder wenn ein Gran Moschus ein Zimmer Jahre lang mit seinem Geruche erfüllt, ohne daß er so viel an seinem Gewichte verliert, daß unsre feinsten Wagen es anzeigen.

Nimmt man zwei Stübchen an, deren Durchmesser sich zu dem eines Sandkorns verhalten, wie dieser Durchmesser zu dem der Erdbahn, oder in

Zahlen wie 1:36000 Billionen, so wird man zugeben, daß diese Stäubchen zwar sehr klein, aber immer noch nicht absolut klein sind, und daß auf sie eben so gut wie auf Planeten die Gesetze der Ausdehnung und der Anziehung können angewendet werden.

Sind sie 1 Zoll von einander entfernt, und sie nähern sich stadienweise, so daß sie auf dem ersten Stadio 1 Zoll, auf dem zweiten $\frac{1}{2}$ Zoll, auf dem dritten $\frac{1}{4}$ Zoll, und so weiter, von einander entfernt sind, so ist ihre Anziehung auf dem zweiten = 4, auf dem dritten = 16, und so ferner. Man sieht dieses am besten aus folgender Tabelle, aus der sich zugleich übersehen läßt, wie ungeheuer ihre anziehende Kraft zunimmt. So ist sie z. B. auf dem 10ten Stadio 401731 Octillion mahl stärker als auf dem ersten.

Stadien	Nähe	Anziehungskraft
1	1	1
2	2 mahl näher	4 mahl stärker
3	4	16
4	8	64
5	16	256
6	32	1024
7	64	4096
8	128	16384
9	256	65536
10	512	262144
20	524288	274879 Million mahl
30	536 Million mahl	288232 Billion mahl
40	549758 —	302231 Trillion mahl
50	562 Billion mahl	326911 Quadrillion mahl
60	576464 —	348447 Quintillion mahl
70	590 Trillion mahl	365573 Sextillion mahl
80	604460 —	383121 Septillion mahl
90	618 Quadrillion mahl	401731 Octillion mahl
100	633822 —	421244 Nontillion mahl
110	680 Quintillion mahl	441706 Dezillion mahl
120	696894 —	463150 Undezillion mahl
130	712 Sextillion mahl	485632 Duodezillion mahl
140	730746 —	509080 Tredezillion mahl
150	748 Septillion mahl	533724 Quatuordezillion mahl

Die anziehende Kraft der beiden Stäubchen wird freilich auf dem ersten Stadio unmerklich klein seyn. Aber wird sie es auch noch auf dem 56sten Stadio seyn, wo sich die Kugelchen berühren, weil ihre Entfernung kleiner wird als ihr Durchmesser? Ihre anziehende Kraft ist da 1561 Quintillion mahl so groß wie auf dem ersten Stadio.

Um ihre anziehende Kraft desto leichter mit einer bekannten Größe vergleichen zu können, wollen wir ihre Dichtigkeit gleich der Dichtigkeit der Erdkugel annehmen. Dies ist nach Cavendish = $5\frac{1}{4}$ der Dichtigkeit des Wassers. Da ihr Durchmesser sich zu dem eines Sandkorns verhält wie 1 : 56000 Billionen, so verhält sich ihr Durchmesser zu dem der Erde wie 1 : 6000 Quadrillionen. Die Masse der Erde ist also 113703 314944 Duodezillion (118^{81}) mahl so groß als die eines solchen Kugelchens.

Nimmt man Parallelepiped aus solchen Kugelchen an, deren Seite nur der millionste Theil eines Zolls wäre, so würde die anziehende Kraft so groß seyn, daß keine Kraft auf der Erde fähig wäre, sie zu zerreißen. Man sieht dieses aus folgender Rechnung: Die Erde und Venus haben beinahe gleiche Masse. Wir wollen annehmen, daß beide gleich groß sind, um desto leichter die anziehende Kraft der Kugelchen mit der zu vergleichen, mit welcher sich die Erde und Venus in einer gegebenen Entfernung anziehen. Da die Masse der Erde 118000 Tredezillion (18000^{78}) mahl größer, als die jener Ka-

gelchen ist, so wird, (da sich die anziehende Kraft umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung verhält,) wenn die Entfernung der Erde und Venus

$$\sqrt[78]{118000} = \sqrt[56]{344000} \text{ (344000 Sextillion) mahl}$$

größer als die Entfernung der Kügelchen von einander ist, ihre anziehende Kraft diesen gleich seyn.

Dieses giebt, wenn z. B. die Kügelchen auf dem 56sten Stadio, und also nur ein 56000 Billiontheil eines Zolls von einander entfernt sind, für

Venus und Erde eine Entfernung von 57 Trillionen Meilen. Dann gehen aber auf den millionsten Theil

eines Quadratzolls 324 Quadrillionen Kügelchen, und folglich ist die Cohäsion 324 Quadrillion

mahl stärker; denn bei den Cohäsionsversuchen reißen wir nicht einzelne Kügelchen, sondern

ganze Flächen von einander. Aus diesem Grunde wird die anziehende Kraft der Flächen im Pa-

rallelepipedo, der anziehenden Kraft gleich seyn, welche Venus und Erde auf einander bei einer Ent-

fernung äußern, die $\sqrt[56]{324}$ Quadrillionen = 18

Billion mahl kleiner ist, als vorher, wo sie 57 Trillionen Meilen war, folglich nur noch 3150000

Meilen betrüge. Und also ist die anziehende Kraft zweier nächsten Flächen im Parallelepipedo so stark,

wie die der Venus und der Erde in einer Entfernung von 3150000 Meilen; und diese Anziehung ver-

mehren noch die Flächen, welche dicht hinter diesen nächsten liegen, bedeutend. Aber um diese zwei

einzelnen Flächen von einander zu trennen, müßte man

man schon ein Gewicht von 7000 Billionen Zentner daran hängen, wenn man sie an der Oberfläche der Erde zerreißen wollte.

Man sieht aus diesem Beispiele, daß man die Phänomene der Cohäsion sehr gut nach dem Newtonschen Attractionsgefetze erklären kann, ohne daß man anzunehmen braucht, daß beim Zusammenhange der Körper die anziehende Kraft nach einer höhern Potenz zunähme, als nach dem Quadrate der Nähe.

Wenn wir auch noch so langsam zwei Flächen einander nähern, so überspringen wir doch zuletzt, wenn die Stadia kurz vor der Berührung sehr klein werden, *viele* auf einmahl, ohne daß wir es bemerken können, und wundern uns dann, daß beim Berühren der Körper die Cohäsion so ungleich stärker ist, als kurz vorher. Wenn wir z. B. zwei Spiegelebenen einander bis auf eine Haardicke oder bis auf etwa 0,001 parif. Zoll nähern, so sind sie auf dem 11ten Stadio, wenn wir, wie oben, mit 1 Zoll anfangen, und ihre Anziehungskraft ist ungefähr eine Million mahl stärker wie auf diesem ersten Stadio, aber doch vielleicht noch nicht stark genug, um mit unsern Sinnen empfunden zu werden. Sind die Spiegelplatten gut polirt, und betragen ihre Unebenheiten nicht mehr als den tausendmillionsten Theil eines Zolls, so berühren sie sich erst auf dem 31sten Stadio, und ihre Anziehung ist nun unsern Sinnen so fühlbar, daß man sie nur mit beträchtlichen Gewichten aus einander reißen

kann. Ihre Anziehung ist dann 3152728 Billionen mahl stärker als auf dem 1ten Stadio, — Dafs wir 20 Stadia übersprangen, indem wir von der Entfernung der Haardicke bis zur Berührung, oder vom 1ten Stadio bis zum 31sten kamen, dies übersehen wir. Wären wir diese 20 Stadia langsam durchgegangen, so würden wir die regelmäßige Zunahme der Anziehung gefühlt haben, und wir hätten sicher keinen Sprung vom 30sten Stadio, wo sie sich noch nicht berührten, bis zum 31sten gefunden, wo sie sich berühren.

Es ist bekannt, dafs, wenn man ein Haar zwischen zwei Spiegelplatten legt, die Cohäsion hierdurch zwar vermindert, aber nicht aufgehoben wird. Da man die Dicke des Haares, und folglich auch die Entfernung der Spiegelebenen und die Masse der Tafeln kannte, so liefs sich hieraus berechnen, ob das Gesetz der Cohäsion dasselbe sey, als das der Attraction, oder ob etwa die Cohäsion nicht zunehme wie das Quadrat der Nähe, sondern wie der Cubus oder eine andere Potenz. Ich weifs nicht, ob man diese Rechnungen angestellt hat, und was für das Cohäsionsgesetz daraus folgte. Aber so viel ich einsehe, sind die Spiegelebenen nicht um eine Haardicke von einander entfernt, wenn man ein Haar dazwischen legt, da das Haar bekanntlich eine hohle Röhre ist, die sich flach drückt, und wo also die Spiegelflächen nicht um die Dicke der Röhre, sondern um die doppelte Dicke der Wand der Röhre von einander entfernt sind. Und

wie viel dieses sey, ist wohl noch unbekannt, da man, so viel ich weiß, bis jetzt noch nicht die Dicke der Haarröhrenwände untersucht hat. Mit einem Spinnenfaden die Entfernungen der Glastafeln zu bestimmen, möchte schon sicherer seyn, da er völlig compact ist, obschon auch er schwerlich rund bleiben würde, wenn man ihn zwischen Glastafeln legte und ihn von diesen drücken liesse.

Im 49ten Stadio sind die Kügelchen noch um 130 ihrer Durchmesser, folglich verhältnißmäßig weiter von einander entfernt, als der Mond von der Erde in Hinsicht seines Durchmessers. Es ist kein Grund vorhanden, warum nicht das Newtonsche Attractionsgesetz auf kleine Kugeln so gut anwendbar seyn sollte, als auf große, so bald sie verhältnißmäßig so weit von einander sind als diese. Bestünde nun ein Parallelepipedum, dergleichen wir uns oben dachten, aus solchen Kügelchen, die durch irgend eine Flüssigkeit um 130 ihrer Durchmesser von einander entfernt gehalten würden, so wäre die anziehende Kraft, welche zwei nächste Flächen auf einander äußern, aus diesem Grunde schon $130^3 = 16900$ mahl geringer, als in dem oben angenommenen Falle. Da nun zugleich in jeder Fläche 16900 Kügelchen weniger wären, so liesse sich das Parallelepipedum mit einer Kraft von einander reißen, die 271610000 mahl geringer wäre, als die Kraft, die dazu auf dem 56ten Stadio nöthig wäre. Aber es würden dann doch noch

zum Auseinanderreißen 28000000 Zentner erfordert.

Diese großen Wirkungen des Attractionsgesetzes setzen uns in Erstaunen, aber nur deswegen, weil wir nicht gewohnt sind, uns so kleine Raumgrößen vorzustellen, da sie kein Gegenstand der Sinne und der unmittelbaren Erfahrung sind. Da es für die Klarheit unsrer Vorstellungen oft vortheilhaft ist, wenn wir Raumgrößen mit Zeitgrößen vergleichen, so habe ich die Größe der Stadien durch die Zeiten ausgedrückt, welche die Kügelchen gebrauchen würden, sie zu durchlaufen, wofern sie sich gleichförmig und mit so geringer Geschwindigkeit bewegten, daß sie auf dem 1sten Stadio 1000 *Millionen Jahre* gebrauchten. Sie würden dann auf dem 21sten Stadio nur noch 1000 Jahre, auf dem 31sten 1 Jahr, auf dem 35sten keinen Monat, auf dem 40sten keinen Tag, auf dem 46sten beinahe eine Stunde, auf dem 52sten beinahe eine Minute, auf dem 65sten eine Tertia, und auf dem 75sten nur den tausendsten Theil einer Tertia zubringen.

Daraus, daß unsre Parallelepipeda von *Eisen*, *Gold* und *Platin* mit ungleich kleinern Gewichten reißen, als die, welche wir in dem oben angeführten Beispiele berechnet haben, folgt, daß die Metallkügelchen, aus denen sie bestehen, entweder viel größer sind, als die hier angenommenen, oder aber, daß sie durch den Wärmestoff in viel größern Weiten aus einander gehalten werden, vorausgesetzt, daß die Dichtigkeit der *reinen Metalle* durch-

aus gleichförmig ist, welches sich wohl am besten aus der Enge der Fehlergrenze bei genauen Cohäsionsversuchen beurtheilen liefse.

Ueber die GröÙe der Theile, aus denen die verschiedenen Metalle zusammen gesetzt sind, liefse sich vielleicht etwas sagen, wenn man eine Reihe sorgfältiger Cohäsionsversuche bei sehr hohen und sehr tiefen Temperaturen der Metalle vor sich hätte. Da die GröÙe der Kügelchen in beiden Temperaturen nahe dieselbe bleibt, so müÙte das frühere Zerreißen in hohen Temperaturen von der Verminderung der Cohäsion herrühren, die ihren Grund in der Entfernung der Kügelchen von einander hätte.

Beim absoluten Null der Wärme ist vielleicht die Cohäsion so stark, daß wir einen Körper in diesem Zustande vermuthlich gar nicht zerreißen könnten, und ihn deswegen *absolut hart* nennen würden. Aller Wahrscheinlichkeit nach würde dann unfre Luft auch ein fester Körper, und man könnte Parallelepipeda aus Sauerstoffgas, Wasserstoffgas und Stickgas machen und ganz artige Versuche über die Cohäsion der verschiedenen Luftarten anstellen.

Lehrreicher noch wie diese für uns unmöglichen Versuche, würden die möglichen mit verschiedenen Metallmischungen werden, wenn sie mit demselben philosophischen Ueberblicke geordnet würden, mit dem Ritter die Abhandlung über diesen Gegenstand im ersten Hefte der Annalen von 1800, (*Ann.*, IV, 1,) schrieb.

Nachschrift.

Dieser Aufsatz wurde durch eine Abhandlung des Dr. Murhard in Gren's *neu. Journ. der Phys.*, B. 4, über denselben Gegenstand veranlaßt. Murhard führt in dieser Abhandlung drei Umstände an, welche die Attractionskraft bei der Cohäsion vermehren sollen:

Erstens, weil wegen der kleinen Durchmesser der Theilchen bei der Cohäsion, die Linien der Anziehung so sehr kleiner Kugeln fast parallel sind. Sind aber wohl diese Linien der Anziehung der Sonne auf den Uranus weniger parallel, da die Sonne bekanntlich auf dem Uranus nur unter einem Durchmesser von $1\frac{1}{2}$ Minuten erscheint, und dieser Winkel für zwei Kugeln, die einander berühren, sicher nicht kleiner ist, gesetzt auch, ihr Durchmesser verhalte sich zum Durchmesser eines Sandkorns, wie der Durchmesser dieses zu dem der Uranusbahn.

Zweitens soll nach Dr. Murhard die Cohäsionskraft verhältnißmäßig stärker als die Attractionskraft seyn, weil die Materie bei der Berührung sich wechselseitig ziehe, dagegen diese wechselseitige Wirkung bei den Planeten beinahe Null sey. — Aber wie es mir scheint, kommt gerade dadurch, daß die Materie sich wechselseitig zieht, das Newtonsche Attractionsgesetz heraus, und die Entfernung macht hierbei keinen Unterschied, sie mag nun in Uranusweiten oder in Millionteln einer Linie ausgedrückt werden. Eine *einseitige* Anziehung der Materie geht gegen die Begriffe von Anziehung. Wo keine zweite Materie ist, da ist auch keine Anziehung denkbar, da wir die Attractionskräfte nicht unmittelbar anschauen, sondern bloß aus ihren Wirkungen erkennen. Wenn eine Masse Materie in zwei Theile getrennt wird, so bestreben sich diese Theile, sich einander wie-

der zu nähern, und die Geschwindigkeit, mit der sie dieses thun, ist dieselbe, die Theile inogen gleich oder ungleich seyn. Nur sind im letztern Falle ihre *relativen* Geschwindigkeiten verschieden. Der kleine Theil muß den großern Weg machen; und dieses ist der Fall bei der Sonne und den Planeten.

Der dritte Grund, warum die Cohäsion starker sey wie die Attraction, liegt, nach Dr. Murhard, darin, daß die Planeten bloß gegen den Mittelpunkt getrieben werden, wogegen bei der Cohäsion alle Theile einer Kugel, die zwischen der Peripherie und dem Centro liegen, erstens von diesem angezogen und zweitens von den äußern Theilen gegen den Mittelpunkt gedrückt werden. Hiernach wäre von zwei goldnen Kugeln, deren eine einen Zoll, die andere eine Linie im Durchmesser hätte, die erstere specifisch schwerer; man mußte bei den specifischen Gewichten auch auf die Größe der Körper Rücksicht nehmen, und um einen Körper specifisch leichter zu machen, brauchte man ihn nur durchzuschneiden. — Dem Dr. Murhard scheint daraus zu folgen, daß, weil jene Kräfte, (Druck und Anziehung,) beständig wirken, nach einiger Zeit wohl die Körper unendlich hart werden könnten.

Die ganze Abhandlung ist sehr flüchtig und ohne Präcision der Begriffe geschrieben, und um sie gründlich zu berichtigen, mußte man erst die wahre Meinung des Verfassers durch die Regeln der hohen Hermeneutik heraus zu bringen suchen. Hierher gehört z. B. der Unterschied, den er zwischen Cohäsion und Zusammenhang macht. — Auch mag er es selber verantworten, was das für einfache Naturgesetze sind, welche Variationen und Modifikationen erleiden. Die von ihm S. 85 angeführten können es wenigstens nicht seyn. Denn daß die Formeln für die Retraction des Lichts, und für den Druck der flüssigen Körper auf

die Grundfläche, nicht ganz zur Wirklichkeit passen, beweist weiter nichts, als daß unfre Formeln noch nicht vollständig sind. Diese Formeln sind Resultate von Combinationen einfacher Gesetze, die natürlich nicht mit der Erfahrung stimmen können, wenn z. B. in einem gegebenen Falle 10 vorhanden sind und nur 7 in Rechnung genommen werden, weil man entweder die übrigen 3 nicht kennt, oder weil sie die Rechnung zu weitläufig machen würden.

Benzenberg.