**6. Untersuchungen
über die magnetischen Eigenschaften von
Magnetitkristallen;
von Victor Quittner.**

(Auszug aus der Züricher Dissertation.)

Seit der Zeit, wo man zuerst nähere Kenntnisse über die so auffallenden Eigenschaften der ferromagnetischen Stoffe erlangte, ist die Erklärung dieser Eigenschaften so recht zum Grundproblem der ganzen Lehre vom Magnetismus geworden dessen Lösung wir indes trotz der zahlreichen, seit Jahrzehnten immer wieder unternommenen Versuche bis nun noch immer nicht wesentlich näher gekommen sind.

Auf einem ganz neuen Wege versuchte vor mehr als einem Jahrzehnt Hr. P. Weiss der Lösung dieses Problems näher zu kommen. Sein Gedankengang war der folgende: alle bekannten ferromagnetischen Körper besitzen ein kristallinisches Gefüge, sie bestehen also aus einer Unzahl von einzelnen mikroskopisch kleinen Kristallen, die ungeordnet durcheinander liegen. Es wäre nun sehr wohl denkbar, daß die Kompliziertheit der magnetischen Eigenschaften dieser Stoffe ihren Grund ganz oder zum Teil nur in diesem zusammengesetzten Bau hat, und daß die Verhältnisse an einem einzelnen Kristall bedeutend einfacher und leichter zu überblicken wären. Die Eigenschaften der gewöhnlichen kristallinen Stoffe müßten dann aus denen des einzelnen Kristalles durch Mittelwertbildung über alle Richtungen des Raumes berechnet werden. Nachdem schöne Kristalle von metallischem Eisen nur sehr schwer zu erhalten sind, so wählte Hr. Weiss bereits für seine erste, vor mehr als zehn Jahren ausgeführte Untersuchung über ferromagnetische Kristalle den ebenso wie

metallisches Eisen im regulären System kristallisierenden Magneteisenstein als Versuchsmaterial.¹⁾

Theoretische und experimentelle Untersuchungen über den Magnetismus der Kristalle waren auch früher schon in ziemlich großer Zahl ausgeführt worden. Was speziell die theoretische Seite betrifft, so galt ziemlich allgemein die Meinung, daß diese durch die klassische Untersuchung von W. Thomson²⁾ vollständig erledigt sei. Thomson ging bei seiner Ableitung der kristallmagnetischen Eigenschaften von der bekannten Theorie des „Tensortripels“ aus, wie sie heute allgemein zur Erklärung aller physikalischen Eigenschaften anisotroper Körper benutzt wird. Er zeigte, wie man (unter der Voraussetzung, daß die Permeabilität in den einzelnen Richtungen verschieden, in jeder aber unabhängig von der Feldstärke sei) die Permeabilitäten in den einzelnen Richtungen durch die Radienvektoren eines Ellipsoides darstellen kann, und daß zur vollständigen Charakterisierung der Substanz in magnetischer Beziehung nur die Kenntnis der drei Hauptachsen dieses Ellipsoides (der drei Hauptpermeabilitäten) erforderlich ist. Für den Fall des regulär kristallisierenden Stoffes geht das Ellipsoid in eine Kugel über, die Substanz verhält sich in magnetischer Beziehung isotrop. Da bekanntlich dasselbe auch für die sonstigen physikalischen Eigenschaften der regulär kristallisierenden Körper zutrifft, so hat man sich allgemach daran gewöhnt, die Begriffe „regulär kristallisiert“ und „isotrop“ als gleichbedeutend anzusehen. Es erregte daher allgemein großes Erstaunen, als Weiss in der vorerwähnten Arbeit den Beweis erbrachte, daß der regulär kristallisierte Magnetit sich in magnetischer Hinsicht keineswegs wie eine isotrope Substanz verhält. Wenn man die Sache aber näher betrachtet, so sieht man, daß ein solches Verhalten eigentlich zu erwarten war, denn die ganze Darstellung der magnetischen

1) P. Weiss, Thèses présentées à la Faculté des Sciences Paris 1896. — Seitdem wurden im Laboratorium von Hrn. Prof. Weiss in Zürich auch einige Messungen an allerdings sehr kleinen Kristallen von metallischem Eisen gemacht; die dabei erhaltenen Resultate stimmen im wesentlichen mit den am Magnetit erhaltenen überein.

2) W. Thomson, Rep. Brit. Assoc. 2. p. 23. 1850; Phil. Mag. 1. p. 1. 1851; Ges. Abh. p. 449.

Verhältnisse durch das Permeabilitätsellipsoid gilt ja nur unter der Voraussetzung konstanter Permeabilität in jeder Richtung; da diese Voraussetzung beim Magnetit wie bei allen ferromagnetischen Stoffen auch nicht annähernd zutrifft, so fällt für diese Stoffe die ganze darauf aufgebaute Theorie in sich zusammen, und es besteht gar kein Grund für die Annahme, daß der regulär kristallisierende Körper sich wie eine isotrope Substanz verhalten sollte.

Was nun die von Weiss erhaltenen Resultate betrifft so muß ich mich darauf beschränken, nur das Wichtigste hervorzuheben. Zunächst wurden die Magnetisierungskurven von Stäbchen bestimmt, die senkrecht zur Fläche des Würfels, des Oktaeders und des Granatoeders aus dem zu untersuchenden Kristall geschnitten waren. Bei mittleren Werten der Feldstärke lagen die der Oktaeder- und Granatoedernormale zugehörigen Kurven bedeutend höher als die zur Würfelnormale gehörige; in stärkeren Feldern näherten sich die Kurven wieder, und die Sättigung, die bei $H = 500$ fast erreicht war, hatte für alle Richtungen genau den gleichen Wert. In schwachen Feldern traten Unregelmäßigkeiten ein, auf die hier nicht eingegangen zu werden braucht, da gerade die Untersuchung dieser Erscheinungen einen Teil meiner eigenen Arbeit bildet. — Weiter wurden dann auch Messungen an Platten ausgeführt, die parallel der Fläche des Würfels, des Oktaeders und des Granatoeders geschnitten waren. In den Würfelplatten fiel die Richtung der Magnetisierung nur für die Seiten und Diagonalen des Quadrates mit der des Feldes zusammen; in allen zwischenliegenden Richtungen schlossen beide einen Winkel miteinander ein, so daß man eine dem Feld parallele und eine zu ihm normale Komponente der Magnetisierung unterscheiden konnte, von denen aber nur die letztere gemessen wurde. Diese bildete von $0-180^\circ$ zwei vollständige Wellen mit vier Nullpunkten (zwei Achsen, zwei Diagonalen), wobei sie in jedem Nullpunkte ihr Vorzeichen änderte. In den Granatoederplatten wechselten entsprechend den schräg zueinander stehenden Achsen Wellen von 75° mit solchen von 105° ab. In den Oktaederplatten endlich war die normale Komponente der Magnetisierung so klein und verlief so unregelmäßig, daß Hr. Weiss zu der Meinung ge-

langte, die in diesen Platten beobachteten Erscheinungen rührten nur von der nicht genügend genauen Orientierung der Platten her, und eine absolut genaue Oktaederplatte wäre vollkommen isotrop. Durch meine eigenen Messungen, deren Ergebnisse im folgenden mitgeteilt werden, hat sich indes ergeben, daß diese Meinung nicht der Wahrheit entspricht. Übrigens zeigten auch die Würfelplatten der Weisschen Messungen starke Abweichungen zwischen den einzelnen Wellen, die, wie sich gleichfalls im Verlaufe meiner Untersuchungen ergab, auch durchaus nicht von einer etwaigen Ungenauigkeit in der Herstellung der Platten herrühren.

Einige Jahre später führte Hr. P. Weiss noch eine ähnliche Untersuchung, aber mit viel vollkommeneren Mitteln am Magnetkies oder Pyrrhotin, einem dem Aussehen nach hexagonal kristallisierenden Mineral von der ungefähren Zusammensetzung Fe_7S_8 durch, die zu außerordentlich interessanten Resultaten führte.¹⁾

Die vorliegende Arbeit wurde gleichfalls auf Veranlassung von Hrn. Prof. P. Weiss in dessen Laboratorium in Zürich ausgeführt. Sie bildet eine Weiterführung der vorerwähnten ersten Untersuchung über Magnetit; zugleich sollte versucht werden, ob es nicht möglich wäre, auch für den Magnetit so einfache Resultate zu erhalten, wie es in der eben erwähnten Arbeit für den Pyrrhotin gelungen war. Diese Hoffnung wurde indes nicht erfüllt. Es zeigte sich, daß der Magnetit, trotz seiner regulären Kristallform, viel komplizierter in seinem inneren Bau ist als der Pyrrhotin. Immerhin gelang es doch zu einer Vorstellung dieses Baues zu gelangen und einige interessante Einblicke in die Eigenschaften der ferromagnetischen Kristalle und das Wesen des Ferromagnetismus überhaupt zu gewinnen.

Experimenteller Teil.

1. Untersuchungsmaterial, Methoden und Apparate.

Die Untersuchungen wurden zum weitaus größten Teile an kreisrunden Platten ausgeführt, die parallel der Fläche des

1) P. Weiss, *Journal de Phys.* **4.** p. 836. 1905. Davon wird im theoretischen Teil dieser Arbeit noch die Rede sein.

Würfels oder Oktaeders aus dem zu untersuchenden Kristall geschnitten waren (Granatoederplatten wurden nur wenig verwendet). Der Durchmesser der Platten schwankte zwischen 12 und 20 mm, ihre Dicke zwischen 0,1 und 0,3 mm. Auf gleiche Dicke der Platten an allen Stellen wurde besonderer Wert gelegt, ebenso auf genau kreisrunde Gestalt. Das Volumen der einzelnen Platten wurde aus ihrem Gewicht und dem an einem größeren Stück desselben Kristalles gemessenen spezifischen Gewichte bestimmt; letzteres variierte bei den einzelnen untersuchten Kristallen zwischen 5,08 und 5,25. Die äußerst zerbrechlichen Platten waren mit Kanadabalsam zwischen zwei Glasplatten geklebt, und wurden so in die im folgenden beschriebenen Apparate gebracht.

Die Beschaffung des erforderlichen Materiales verursachte bedeutende Schwierigkeiten. Obwohl bekanntlich schöne Kristalle von Magnetit keineswegs selten sind, so findet man doch nicht oft Exemplare, die die notwendige Größe von mindestens 2—3 cm in jeder Richtung aufweisen und dabei vollkommen gleichmäßig und homogen im Innern sind. Die schönen derartigen Stücke befinden sich fast alle in Museen, aus denen sie begreiflicherweise für Untersuchungen, die ein Zerschneiden in Platten erfordern, nicht zu haben sind. Nach vielem Suchen gelang es mir endlich, vier geeignete Kristalle zu erlangen, an denen die sämtlichen Messungen ausgeführt wurden.

Die Messungen selbst wurden nach zwei durchaus verschiedenen Methoden ausgeführt, entweder mittels des ballistischen Galvanometers oder durch Bestimmung des Drehmomentes, das im Magnetfeld auf die geeignet aufgehängte Platte ausgeübt wird. Wie bereits erwähnt, fällt im Kristall im allgemeinen die Richtung der Magnetisierung nicht mit der des Feldes, durch das sie hervorgerufen wird, zusammen. Bei Anwendung von dünnen Platten wie bei den von mir ausgeführten Messungen kann man indes stets mit genügender Genauigkeit annehmen, daß die Komponente der Magnetisierung senkrecht zur Ebene der Platte durch das starke entmagnetisierende Feld vernichtet wird. Was das äußere Feld betrifft, so wurde es bei allen Versuchen in die Plattenebene gelegt und in dieser nacheinander in alle möglichen Richtungen ge-

bracht. Für jede Lage des Feldes wurden die ihm parallele (mit ihm in Richtung zusammenfallende) und die zu ihm normale Komponente der Magnetisierungsintensität gemessen, wodurch diese selbst ihrer Größe und Richtung nach bestimmt ist.

Die dem Feld parallele Komponente der Magnetisierung wurde fast ausschließlich mit der ballistischen Methode gemessen. Zu ihrer Anwendung diente der in Fig. 1 dargestellte Apparat. Das von der Magnetisierungsspule J erzeugte Feld, dessen Stärke bis 1800 Gauss gesteigert werden kann, ist innerhalb einer um den Mittelpunkt gelegten Kugel von reichlich 5 cm Durchmesser fast vollkommen gleichmäßig. Im Innern dieser Spule befindet sich die mit 5000 Windungen von 0,5 mm starkem Draht bewickelte Induktionsspule K . An den Hohlraum dieser kleineren Spule schließt sich oben das Messingrohr N an, in das der (in der Figur rechts gezeichnete) 40 cm lange und 32 mm dicke Zylinder O aus hartem Holz eingeführt werden kann. Der Zylinder trägt an seinem unteren Ende das runde Kupferstück T , auf welchem sich die gleichfalls aus Kupfer bestehende Scheibe A um eine horizontale Achse drehen kann. Die Verdrehung der Scheibe A kann auch, wenn der Zylinder in das Rohr hineingesteckt ist, von oben aus mit Hilfe des Schurlaufes B und des Drehknopfes C bewirkt werden. Der Stift R verhindert ein zu tiefes Eindringen des Holzzylinders in das Messingrohr. Auf der Kupferscheibe A wird die zu untersuchende Magnetitplatte P befestigt, indem der auf ihr angeklebte kleine Ebonitklotz H unter den auf der Platte befindlichen Bügel D aus Kupferblech geklemmt wird. Die jeweilige Lage der Platte gegenüber dem Magnetfeld kann an der auf der Scheibe A befindlichen Winkelteilung abgelesen werden. Die Scheibe A ist auf dem Holzzylinder so angebracht, daß die untersuchte Magnetitplatte stets genau in den Mittelpunkt der beiden Spulen J und K zu liegen kommt.

Die Messungen werden in folgender Weise ausgeführt: man schickt einen Strom in die Spule J und erzeugt so in ihrem Innern ein Feld von bekannter Stärke. Nun stellt man die Scheibe A auf einen bestimmten Winkel ein verbindet das ballistische Galvanometer mit der Sekundärspule K und läßt

Fig. 1. Apparat zur ballistischen Methode (Maßstab 1:5,6, für die Details 1:2,8).

darauf den Holzzylinder samt der Magnetitplatte in das Rohr *N* hineinfallen, bis der Stift *R* am oberen Ende des Rohres anschlägt. Die Platte kommt in das magnetische Feld, nimmt die entsprechende Magnetisierung an und erzeugt in dem mit der Spule *K* verbundenen ballistischen Galvanometer einen Ausschlag, der, wie man durch eine einfache Rechnung zeigen kann, dem magnetischen Moment der Platte proportional ist.¹⁾ Um den Wert dieses Momentes in absoluten Einheiten zu erhalten, wurde eine kleine Spule von genau bekannten Dimensionen benutzt. Dieselbe hatte einen Durchmesser von 21,990 mm und war mit 50 Windungen von 0,2 mm starkem Draht in einer einzigen Lage bewickelt. Um ganz sicher zu sein, wurde die Windungsfläche der Spule auch noch auf magnetischem Wege bestimmt; zu diesem Zwecke wurde sie in ein Feld von genau bekannter Stärke gebracht, mit einem geeichten ballistischen Galvanometer verbunden und der Ausschlag gemessen, der in diesem beim Umkehren des Feldes entstand; die so bestimmte Windungsfläche ergab sich genau gleich mit der aus den Dimensionen der Spule berechneten. Diese Eichspule wurde vor und nach jeder Messungsreihe in den Apparat gebracht, und zwar genau an dieselbe Stelle, wo sich sonst die Magnetitplatten befanden, und es wurde durch sie ein Strom von etwa 0,5 Amp. geleitet. Der beim Kommutieren dieses Stromes in dem ganz wie bei den Messungen geschalteten ballistischen Galvanometer entstehende Ausschlag wurde gemessen. Da das magnetische Moment der stromdurchflossenen Spule nach der bekannten Formel $M = 0,1 F i$ berechnet werden kann, wo *F* die Windungsfläche in cm², *i* den Strom in Ampere bezeichnet, so kann man durch Vergleich dieses Ausschlages mit den bei Anwendung der Magnetitplatten erhaltenen das magnetische Moment der letzteren in absoluten Einheiten erhalten. Durch Division mit dem Volum der Platte erhält man daraus die Magnetisierungsintensität selbst, bzw. ihre in die Feldrichtung fallende Komponente.

Da der gegenseitige Induktionskoeffizient der beiden Spulen *J* und *K* außerordentlich groß, dazu das benutzte Gal-

1) Bezüglich dieser Berechnung vgl. die oben erwähnte Arbeit von Weiss über Pyrrhotin, l. c. p. 9.

vanometer äußerst empfindlich ist, so ruft die geringste Veränderung des Magnetisierungsstromes bereits einen Ausschlag über die ganze Skala hervor; obwohl der Strom von Akkumulatoren entnommen wurde, war ein ungestörtes Arbeiten unmöglich. Es wurden deshalb außen um die Magnetisierungsspule die beiden Spulen E, F mit zusammen etwa 600 Windungen gelegt und mit der Spule K und dem Galvanometer in Serie geschaltet. Durch Veränderung der Windungszahl und der Lage dieser Spulen gelang es, eine so vollkommene Kompensation zu erreichen, daß selbst ein plötzliches Unterbrechen des Maximalstromes von 30 Amp. in der Spule J nur einen Ausschlag von einigen Millimeter hervorbrachte.

Zur Messung der zum Felde normalen Komponente der Magnetisierung könnte gleichfalls dieselbe Methode verwendet werden; es wäre nur notwendig, die Induktionsspule, die dann natürlich zweiteilig sein müßte, mit ihrer Achse senkrecht zum Felde zu stellen. Da jedoch die normale Komponente viel kleiner ist als die parallele, so erhält man selbst in einem außerordentlich empfindlichen Galvanometer nur kleine Ausschläge. Es wurde deshalb zur Messung dieser Komponente die im folgenden beschriebene weitaus empfindlichere Ablenkungsmethode angewendet. Bei dieser Methode wird die Platte in horizontaler Lage in das gleichfalls horizontale Magnetfeld gebracht. Eine vollkommen runde Platte aus isotropem Material würde unter diesen Umständen in jeder Lage in Ruhe bleiben. In der aus einem Kristall geschnittenen Platte dagegen schließt die Richtung der Magnetisierung im allgemeinen einen Winkel φ mit der des Feldes ein, und es wird auf die um eine vertikale Achse drehbare Platte ein Drehmoment

$$D = H v J \sin \varphi = H v J_n$$

wirken, wobei H die Feldstärke, J die Magnetisierung, J_n deren Komponente normal zu H , v das Volumen der Platte bedeutet. Die Platte wird an einer Schraubenfeder aufgehängt, ihre Verdrehung mittels Spiegelablesung gemessen, und wenn die Konstante der Feder bekannt ist, so erhält man so in einfachster Weise direkt die normale Komponente der Magnetisierung.

In der Fig. 2 sieht man den zu diesen Messungen angewandten Apparat. Die beiden Spulen S_1 und S_2 in der An-

Fig. 2. Apparat für die Ablenkungsmethode (Maßstab 1 : 9,5).

ordnung von Helmholtz erzeugen in ihrem Innern ein sehr homogenes Feld. Sie stehen auf der Messingplatte *C* und sind mit dieser in dem Spurlager *D* drehbar. Am Rande der Scheibe *C* befindet sich eine Gradteilung, an der die jeweilige Stellung des Magnetfeldes abgelesen werden kann. Im Mittelpunkt der beiden Spulen hängt die Magnetitplatte an dem langen, in der Mitte doppelt gebogenen Kupferdraht *K*, indem sie mit ihrem Ebonitklotz *H* in die auf dem Draht angelötete Rinne *R* aus Kupferblech eingeschoben wird. Der Draht selbst hängt an der Feder *F* und trägt den zur Ablesung der Verdrehungen dienenden Spiegel *S*. Am unteren Ende des Drahtes hängt ein Gewicht *G*, das dem ganzen System die nötige Stabilität verleiht und gleichzeitig zur Dämpfung dient, indem es in das mit Glycerin gefüllte Gefäß *J* taucht. Das Messingrohr *N* und das oben aufgesetzte zweiteilige Rohr *O* schützen die ganze Aufhängung vor Luftströmungen. Zur Vermeidung anderweitiger Erschütterungen ist das die Aufhängung tragende starke U-Eisen *U* in einen Pfeiler des Gebäudes eingelassen.

Die Spulen *S* gestatten die Anwendung von Feldern bis etwa 150 Gauss; für stärkere Felder wurde statt ihrer ein Elektromagnet verwendet; wegen des Zylinders *N* von 3,5 cm Durchmesser konnte der Abstand der Polschuhe nicht unter 4 cm verkleinert werden; die so erzielbare Feldstärke von max. 4000 Gauss war indes für alle Messungen vollständig ausreichend.

Wenn man mit dem soeben beschriebenen Apparat die normale Komponente der Magnetisierung für verschiedene Richtungen des Feldes bestimmt, indem man die Scheibe *C* immer um je 5° weiterdreht und jedesmal die Verdrehung des Spiegels abliest, so erhält man Kurven von der Art, wie sie in Fig. 3 beispielsweise für eine Oktaederplatte dargestellt sind. Nimmt man dabei die Drehung einmal in einer, dann in der entgegengesetzten Richtung vor, so erhält man zwei annähernd gleiche Kurven, die aber in Richtung der Ordinatenachse um ein mehr oder weniger großes Stück gegeneinander verschoben erscheinen (in der Fig. sind die Drehrichtungen durch Pfeile bezeichnet). Diese Verschiebung rührt von der Hysteresis her und kann zur Messung derselben benutzt

Fig. 3. Normalkomponente der Magnetisierung in einer Oktaederplatte. Oben für $H = 63,0$ Gauss, unten für $H = 78,7$ Gauss. Ordinaten in willkürlichem Maßstabe.

werden. Man erkennt das besonders klar, wenn man als Ordinaten nicht die Normalkomponente

$$J_n = \frac{D}{Hv},$$

sondern direkt die Drehmomente pro Volumeinheit $D:v$ aufträgt. Die während einer vollen Umdrehung des Feldes aufzuwendende Arbeit (auf die Volumeinheit bezogen)

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{D}{v} d\varphi$$

wird dann durch die Fläche dargestellt, die die Drehmomentenkurve mit der Abszissenachse einschließt, wobei (wenn wie in Fig. 3 die nach rechts wirkenden Momente als positiv, die nach links wirkenden als negativ bezeichnet werden) bei der Drehung des Feldes nach rechts die über der Achse liegenden Flächen positiv, die unterhalb liegenden negativ zu nehmen sind; bei der Drehung nach links ist es dann natürlich umgekehrt. Man sieht daraus, daß die Fläche zwischen den entsprechenden Kurven für Rechts- und Linksdrehung den doppelten Betrag der bei einer vollen Umdrehung aufzuwendenden Hysteresisarbeit darstellt. Die in der Mitte zwischen den beiden Kurven gelegte (in der Fig. gestrichelte) Kurve gibt dann die vom Einfluß der Hysteresis freien Werte der normalen Komponente. Dieser Vorgang wurde bei allen im folgenden beschriebenen Messungen in dieser Weise durchgeführt.

Wenn man Wert darauf legt, Magnetisierungskurven zu erhalten, die auch in ihrem unteren Teile richtig sind, so muß man den Entmagnetisierungskoeffizienten der Platten, der trotz ihrer geringen Dicke nicht vernachlässigbar ist, in Rechnung ziehen. Verlässliche Bestimmungen desselben für zylindrische dünne Platten sind meines Wissens bisher weder auf rechnerischem, noch auf experimentellem Wege ausgeführt worden; ich habe denselben deshalb auf experimentellem Wege an Eisenplatten von genau gleicher Gestalt wie die verwendeten Magnetitplatten bestimmt, und die so erhaltenen Werte zur Korrektur der Magnetisierungskurven verwendet.

2. Ergebnisse.

Schon bei den ersten Messungen, die nach den angegebenen Methoden ausgeführt wurden, zeigte sich ein sehr verschiedenes Verhalten der einzelnen Platten. Die magnetischen Eigenschaften von manchen derselben erwiesen sich als unvereinbar mit den Symmetrieeigenschaften, die dem regulären Kristallsystem zukommen; bei anderen, auch solchen aus dem gleichen Kristall waren dagegen keine derartigen Abweichungen von der Symmetrie des regulären Systems bemerkbar. Wegen dieser Abweichungen von der regulären Symmetrie haben im allgemeinen die drei kristallographischen Hauptachsen in magnetischer Hinsicht ungleiche Eigenschaften,

und man mußte deshalb darauf bedacht sein, sie voneinander zu unterscheiden. Es wurden deshalb in jedem Kristall die drei Hauptachsen mit a , b , c bezeichnet, und auf jeder Würfelplatte wurden die beiden in der Plattenebene liegenden Achsenrichtungen mit ihren Buchstaben markiert, entsprechend in den Oktaederplatten die Projektionen der Achsen in die Plattenebene, die dort den Höhen des gleichseitigen Dreieckes entsprechen.

Die im folgenden wiedergegebenen Resultate wurden (mit einer besonders hervorgehobenen Ausnahme) sämtlich an Platten aus einem und demselben Kristall erhalten; sie zeigen aufs deutlichste, wie sehr die magnetischen Eigenschaften innerhalb desselben Kristalls variieren können. Auf der linken Seite der Figg. 4 und 5 sieht man die Ergebnisse, die an einer Würfelplatte erhalten wurden. Als Abszissen sind die Winkel aufgetragen, die das Feld mit der Richtung einer der beiden Hauptachsen (Quadratseiten) einschließt, die Ordinaten geben die parallele bzw. normale Komponente der Magnetisierung in absoluten (C.G.S.)-Einheiten. Die magnetische Induktion kann daraus bekanntlich nach der Formel $B = H + 4\pi J$ berechnet werden. Die parallele Komponente ist in schwachen Feldern in allen Richtungen so gut wie gleich, die normale zeigt überhaupt nur sehr kleine Werte; der Kristall verhält sich in diesem Felde ($H = 31,5$) wie eine isotrope Substanz. In stärkeren Feldern zeigt die parallele Komponente zwei Minima in Richtung der beiden Hauptachsen und zwei Maxima dazwischen, in Richtung der beiden Diagonalen. Gleichzeitig bilden sich in der Kurve der Normalkomponente von $0-180^\circ$ ¹⁾ zwei vollständige Wellen aus. In den beiden Achsen sowohl als auch in den beiden Diagonalen hat die normale Komponente Nullpunkte, dazwischen zeigt sie abwechselnd positive und negative Werte. In noch stärkeren Feldern endlich werden die Unterschiede in der parallelen Komponente wieder kleiner, die Kurven werden immer flacher, und endlich erreicht die Magnetisierung in allen Richtungen den Sättigungswert $J_{\text{max.}} = 482$. Von dem Verhalten der Normalkomponente in starken Feldern wird etwas später die Rede sein.

1) Alle Kurven sind nur von $0-180^\circ$ gezeichnet, da das Stück von $180-360^\circ$ mit dem ersten stets vollständig kongruent ist.

Ein ganz anderes Verhalten zeigt eine andere, aus demselben Kristall geschnittene Würfelpatte, deren Kurven im

Fig. 4. Parallele Komponente in Würfelpatten; links Platte VI, 4 (regulär), rechts Platte VI, 1 (nicht regulär).

rechten Teil der Figg. 4 und 5 zu sehen sind. Im schwächsten Felde, $H = 31,5$, ist die parallele Komponente durchaus nicht

Fig. 5. Normale Komponente in Würfelfplatten bei schwächeren Feldern: links Platte VI 4 (normale)

in allen Richtungen gleich, vielmehr bildet sie von 0—180° eine einzige deutlich ausgeprägte Welle; in eine Diagonale fällt das Maximum, in die andere das Minimum. Entsprechend

weist auch die normale Komponente eine Welle von bedeutender Amplitude auf, deren Nullpunkte in den beiden Diagonalen liegen. Wird das Feld stärker, so bildet sich in beiden Komponenten die zweite Welle aus; ihr allmähliches Entstehen ist in den Kurven für $H = 63,0$ deutlich sichtbar. Allmählich nehmen die beiden Wellen immer mehr gleiche Amplitude an, die Abweichung von der Symmetrie des regulären Systems tritt immer mehr zurück. In Fig. 6 ist die parallele Kom-

Fig. 6. Magnetisierungskurven. — Achsen, ---- Diagonalen. Die Kurven 1, 3, 5 bzw. 2, 4, 6 stellen jeweils dieselbe Magnetisierungskurve in drei verschiedenen Maßstäben dar, entsprechend den drei Teilungen für H ; der Ordinatenmaßstab ist für alle Kurven derselbe.

ponente der Magnetisierung in Funktion des Feldes aufgetragen; um richtige Magnetisierungskurven zu erhalten, wurde dabei von dem äußeren Felde jedesmal das von dem ungeschlossenen magnetischen Kreise herrührende entmagnetisierende Feld abgezogen. Da der Entmagnetisierungskoeffizient für die eine Platte gleich 0,160, für die andere gleich 0,164 ist, so erhält man in den schwächeren Feldern sehr bedeutende Korrekturen.¹⁾

1) In den Kurven, die die Komponenten in Funktion des Winkels geben, ist diese Korrektur nicht angebracht worden; sie hätte natürlich für jeden einzelnen Punkt anderen Wert erhalten, wodurch es unmöglich

Bei der links dargestellten symmetrischen Platte sieht man, wie die Kurven für Achsen und Diagonalen anfangs zusammenfallen; dann erhebt sich die Kurve der Diagonale über die der Achse, und in ganz starken Feldern kommen beide wieder zusammen; bei $H = 1500$ Gauss scheint die Sättigung vollkommen erreicht zu sein. Bei der rechts dargestellten, vom regulären System abweichenden Platte haben beide Achsen die gleiche Magnetisierungskurve; von den Kurven der beiden Diagonalen fällt im unteren Teile die eine über die der Achsen, die andere um ebenso viel darunter; in stärkeren Feldern kommen beide über die der Achsen zu liegen, nähern sich immer mehr und fallen endlich zusammen; die Platte verhält sich dann weiterhin ebenso wie eine regulär symmetrische.

Was die Normalkomponente betrifft, so nimmt sie, wie man aus Fig. 5 ersieht, anfangs langsam, dann sehr rasch an Größe zu. Da die Abweichung vom regulären System schon bei $H = 200$ ziemlich unbedeutend ist, so sind in Fig. 7 (oben) die Kurven der Normalkomponente in stärkeren Feldern nur für eine der beiden Platten (die unsymmetrische) gegeben. Man sieht, daß die Zunahme der Normalkomponente nur etwa bis $H = 500$ Gauss andauert; sie erreicht dabei Maximalwerte von der Größenordnung 70 C.G.S., was einem Winkel von etwa 8° entspricht, um den die Richtung der Magnetisierung in diesem äußersten Falle von der des Feldes abweicht. Weiterhin nimmt die Normalkomponente wieder ab, die Substanz nähert sich der Isotropie, die bei der Sättigung erreicht wird. In welcher Weise die Abnahme erfolgt, ist aus dem unteren Teile der Fig. 7 ersichtlich; dort sind direkt die Drehmomente $D = H \cdot J_n$ dargestellt, die im Magnetfeld auf 1 cm^3 der Substanz ausgeübt werden. Wie man sieht, nähern sich die Kurven der Drehmomente asymptotisch einer Grenzkurve, die Normalkomponente selbst nimmt daher umgekehrt proportional mit dem Felde ab.

Die anderen Platten aus demselben Kristall sowie die aus anderen homogenen Kristallen ergaben alle wesentlich gleiche Resultate wie die beiden besprochenen.

geworden wäre, zusammenhängende Kurven zu erhalten; die Form der Kurven, auf die es einzig ankommt, wird dadurch nur in sehr geringem Maße geändert.

Fig. 7. Oben Normalkomponente in einer Würfelplatte (Platte VI, 1) in starken Feldern; unten Drehmoment pro Volumeinheit. Kurven 1: $H = 208,6$ Gauss; Kurven 2: $H = 298,0$ Gauss; Kurven 3: $H = 596$ Gauss; Kurven 4: $H = 1490$ Gauss; Kurven 5: $H = 2805$ Gauss.

Wir gehen nunmehr zu den Oktaederplatten über. Für diese ist charakteristisch, daß in ihnen die Anisotropie viel geringer ist als in den Würfelplatten; die parallele Komponente weicht in den einzelnen Richtungen nur wenig ab, die normale erreicht überhaupt nur kleine Werte, den vierten Teil wie bei den Würfelplatten. Die Fig. 8 zeigt Kurven der parallelen Komponente, die an zwei parallel zu derselben Oktaederfläche aus dem Kristall geschnittenen Platten erhalten wurden. In schwachen Feldern ist keine Gesetzmäßigkeit erkennbar. Bei $H = 126,0$ Gauss dagegen erkennt man deutlich drei Wellen; ihre Maxima fallen in die Richtungen der Dreiecksseiten, die Minima in die Richtungen der auf die Oktaederfläche projizierten kristallographischen Hauptachsen. Bei $H = 298,0$ Gauss sind wieder drei Wellen vorhanden, aber in genau umgekehrter Lage: es fallen nunmehr die Minima in die Dreiecksseiten und

die Maxima in die Richtungen der Achsenprojektionen. Die Symmetrie des regulären Systems ist auch hier nicht vorhanden, denn die einzelnen Wellen sind von sehr ungleicher Größe; die

Fig. 8. Parallele Komponente in Oktaederplatten (links Platte VI, 6, rechts Platte VI, 5).
Kurven 1: $H = 31,5$ Gauss; Kurven 2: $H = 63,0$ Gauss; Kurven 3: $H = 126,0$ Gauss;
Kurven 4: $H = 298,0$ Gauss.

Abweichung besteht sogar im Gegensatz zu den Würfelplatten auch noch in starken Feldern. Der Grund dafür liegt jedenfalls nur darin, daß bei den Oktaederplatten die Differenzen zwischen den einzelnen Werten der Parallelkomponente über-

haupt sehr gering sind (ca. 3 Proz.). Diesen gegenüber kommt natürlich die an sich kleine Asymmetrie stark zur Geltung.

Besonders auffallend ist das Verhalten der normalen Komponente bei den Oktaederplatten (Fig. 9, vgl. auch Fig. 3).

Fig. 9. Normale Komponente in einer Oktaederplatte (Platte VI, 5).

Kurve 1: $H = 31,5$ Gauss; Kurve 2: $H = 63,0$ Gauss; Kurve 3: $H = 94,5$ Gauss; Kurve 4: $H = 126,0$ Gauss; Kurve 5: $H = 208,6$ Gauss; Kurve 6: $H = 298,0$ Gauss; Kurve 7: $H = 596$ Gauss; Kurve 8: $H = 1490$ Gauss.

In schwachen Feldern erhält man stets eine einfache sinus-ähnliche Kurve (Kurve 1 in Fig. 9), deren Lage in den einzelnen Platten ganz verschieden ist; die Nullstellen fallen weder mit den Achsenprojektionen noch mit den Dreiecksseiten zusammen. In stärkeren Feldern treten gleichzeitig oder nacheinander zwei weitere Wellen hinzu, wie es dem regulären System entspricht. Aber in noch stärkeren Feldern scheint sich die Platte wieder von der regulären Symmetrie zu entfernen. Für $H = 208,6$ Gauss (Kurve 5) sind drei allerdings recht ungleiche Wellen vorhanden; geht man aber mit der Feldstärke noch höher, so verschwinden die beiden kleineren Wellen, und an ihre Stelle tritt eine einzige, deren positives Maximum dort liegt, wo früher das negative Maximum zwischen den zwei kleinen Wellen war. In mittleren Feldern sind also, wie es die Symmetrie des regulären Systems erfordert, drei Wellen vorhanden, während sich in starken Feldern nur zwei finden.

Einen besseren Einblick in dieses auffallende Verhalten gestatten die Kurven der Fig. 10, die an einer aus einem anderen Kristall geschnittenen Oktaederplatte aufgenommen

Fig. 10. Normale Komponente in einer Oktaederplatte in starken Feldern. Kurve 1: $H = 167,2$ Gauss; Kurve 2: $H = 368,1$ Gauss; Kurve 3: $H = 757$ Gauss.

wurden. Im Felde $H = 167,2$ erkennt man auch hier drei fast ganz gleich große Wellen. Bei $H = 368,1$ sind nur mehr zwei vorhanden, beide stark reduziert und verschoben; die dritte erscheint kaum angedeutet. Bei $H = 757$ sind aber wieder drei gut ausgebildete Wellen vorhanden, aber sie sind gegenüber denen im schwächeren Felde um eine halbe Wellenlänge verschoben; wo vorher ein Wellenberg war, ist jetzt ein Tal, und umgekehrt. Wie man sieht, ist die Erscheinung ganz analog der Umkehrung der Wellen der parallelen Komponente, von der vorhin die Rede war; nur tritt die Umkehrung der normalen Komponente erst in bedeutend stärkeren Feldern ein als bei der parallelen und ist in manchen Fällen unvollständig wie bei der in Fig. 9 dargestellten Platte. Eine Erklärung dieser so auffallenden Erscheinungen wird im theoretischen Teil gegeben werden.

Nachdem wir nunmehr das Verhalten der beiden Komponenten der Magnetisierung in den verschiedenen Platten kennen gelernt haben, wenden wir uns zu den Erscheinungen der Hysteresis.

Wie schon erwähnt, wurde die rotierende Hysteresis in der Weise bestimmt, daß man mit Hilfe des in Fig. 2 dargestellten Apparates bei derselben Feldstärke zwei Kurven der Normalkomponente (eigentlich des Drehmomentes = Normalkomponente $\times$ Feldstärke) aufnahm (vgl. Fig. 3); die zwischen beiden eingeschlossene Fläche gibt dann die doppelte, bei jeder vollen Umdrehung aufzuwendende Hysteresisarbeit. Wenn man indessen ein derartiges Paar von Kurven genauer betrachtet, so erkennt man, daß sie nicht überall den gleichen Abstand voneinander haben. Trägt man diesen Abstand (bzw. den ihm entsprechenden Wert der Hysteresis) als Funktion der betreffenden Winkel auf, so kann man aus den so erhaltenen Kurven ersehen, in welcher Weise sich die gesamte bei einer vollständigen Umdrehung aufzuwendende Arbeit auf die einzelnen dabei durchlaufenen Richtungen verteilt. Die gesamte Hysteresisarbeit für eine vollständige Umdrehung erhält man dann als Mittel der Werte in den einzelnen Richtungen.

Fig. 11 zeigt die an einer Würfelplatte erhaltenen Kurven. In schwachen Feldern ist die Hysteresis in allen Richtungen annähernd gleich; weiterhin erkennt man zwei flache, aber doch

deutlich sichtbare Wellen; die Maxima fallen in die Richtungen der Diagonalen, die Minima in die der Achsen; noch später findet dann eine vollständige Umkehrung statt: man sieht

Fig. 11. Hysteresis in einer Würfelfplatte (Platte VI, 1). Kurve 1: $H = 31,5$ Gauss; Kurve 2: $H = 63,0$ Gauss; Kurve 3: $H = 94,5$ Gauss; Kurve 4: $H = 126,0$ Gauss; Kurve 5: $H = 208,6$ Gauss; Kurve 6: $H = 298,0$ Gauss; Kurve 7: $H = 596$ Gauss; Kurve 8: $H = 1490$ Gauss.

nunmehr zwei sehr scharfe Maxima, die in die Achsenrichtungen fallen. In ganz starken Feldern werden die Wellen wieder flacher; die Messungen sind aber dort so ungenau, daß man keine brauchbare Kurve daraus machen kann.

Das Verhalten der Oktaederplatten ist ziemlich ähnlich. In schwachen Feldern ist auch hier kein Unterschied in den einzelnen Richtungen bemerkbar (Fig. 12); bei $H = 63,0$ Gauss sieht man drei sehr flache Wellen, deren Maxima in die Richtungen der Seiten des Oktaederdreiecks fallen.¹⁾ Dann

1) Bei der Platte VI, 5 ist das nicht gut sichtbar, weil die starke Abweichung dieser Platte von der regulären Symmetrie die Erscheinung

findet eine Umkehrung statt, es bilden sich drei scharfe Maxima in den Richtungen der auf die Oktaederplatte projizierten Hauptachsen. In ganz starken Feldern endlich erkennt man eine zweite Umkehrung, die Maxima fallen wieder

Fig. 12. Hysteresis in Oktaederplatten (die Kurven 1a und 2a beziehen sich auf Platte VI, 6, die anderen auf Platte VI, 5). Kurven 1 und 1a:

$H = 31,5$ Gauss; Kurven 2 und 2a: $H = 63,0$ Gauss; Kurve 3: $H = 94,5$ Gauss; Kurve 4: $H = 126,0$ Gauss; Kurve 5: $H = 208,6$ Gauss; Kurve 6: $H = 298,0$ Gauss; Kurve 7: $H = 596$ Gauss; Kurve 8: $H = 1490$ Gauss.

in die Dreiecksseiten. Diese zweite Umkehrung entspricht offenbar der früher besprochenen analogen Erscheinung bei den beiden Komponenten der Magnetisierung, sie tritt aber bei noch bedeutend stärkeren Feldern ein als bei diesen.

Vergleicht man im allgemeinen die Hysteresiskurven mit denen der parallelen Komponente (die ja fast genau gleich der Magnetisierung selbst ist), so sieht man eine sehr einfache Beziehung: die Maxima der Hysteresis fallen dorthin, wo die Minima der Magnetisierung liegen, und umgekehrt; einer Umkehr der Wellen der Magnetisierung folgt, jedoch erst bei

verdeckt; es sind deshalb in Fig. 12 die entsprechenden Kurven an der zweiten, zu der ersten parallelen Oktaederplatte VI, 6 für schwache Felder eingezeichnet.

weiterer Verstärkung des Feldes, eine Umkehr der Hysteresis-kurven.

Abweichungen von der regulären Symmetrie finden sich bei der Hysteresis in genau gleicher Weise wie bei den Komponenten der Magnetisierung; diejenige Richtung, die dort die größeren Wellen aufwies, zeigt auch die am schärfsten ausgesprochenen Maxima und Minima der Hysteresis; davon kann man sich durch Vergleich der zu derselben Feldstärke gehörenden Kurven der Figg. 4 und 5 mit 11, sowie 8 und 9 mit 12 leicht überzeugen.

Außer der Verteilung der Hysteresis auf die einzelnen Richtungen ist es noch von Interesse, die Hysteresis für voll-

Fig. 13. Hysteresis in Funktion der Feldstärke für eine Würfelplatte (Platte VI, 1). ——— schnelle Drehung, - - - - - langsame Drehung des Feldes. Die obere Teilung für H gilt für die Kurven 1 und 3, die untere für die Kurven 2 und 4.

ständige Ummagnetisierung, also den Mittelwert aus den einzelnen Richtungen als Funktion des Feldes zu kennen. Diese Funktion ist für die Würfelplatte VI, 1 in Fig. 13, für die

Oktaederplatte VI, 5 in Fig. 14 durch die gestrichelten Kurven dargestellt. Jeder Punkt ist dabei, wie erwähnt, der Mittelwert aus 72 Ablesungen in den einzelnen Richtungen; eine vollständige Ummagnetisierung nahm daher etwa eine Stunde

Fig. 14. Hysteresis in Funktion der Feldstärke für eine Oktaederplatte (Platte VI, 5). — schnelle, ---- langsame Drehung des Feldes. Kurven 1 und 2 bei zunehmender, Kurven 3 und 4 bei abnehmender Feldstärke. Die obere Teilung für H gilt für die Kurven 1, 3, 5, die untere für die Kurven 2, 4, 6.

in Anspruch. Ich habe nun außerdem auch die Hysteresis bei rascher Ummagnetisierung gemessen; dazu diente ein Apparat, im Prinzip gleich mit dem in Fig. 2 dargestellten, dessen Magnetfeld durch einen Motor in schnelle Drehung versetzt wurde (5—10 Umdrehungen pro Sekunde). Bei Drehung nach rechts und links entsteht an dem stark gedämpften System Platte—Spiegel ein ruhiger Ausschlag in der jeweiligen Drehrichtung, aus dem in leicht ersichtlicher Weise die Hysteresisarbeit für eine volle Drehung berechnet werden kann.¹⁾ Die so erhaltenen Kurven für schnelle Ummagnetisierung sind voll ausgezogen in den Figg. 13 und 14 zu sehen. Man erkennt sofort, daß zwischen ihnen und denen

1) Die beschriebene Methode wurde zuerst von Planer angewandt, vgl. V. Planer, Untersuchungen über rotierende und alternative Hysteresis an Eisen, Stahl, Nickel und Elektrolyteisen, Dissert. Zürich 1908; der für meine Versuche benutzte Apparat war von Hrn. A. Perrier zusammengestellt, dem ich für die freundliche Überlassung desselben auch an dieser Stelle bestens danke.

für langsame Ummagnetisierung ein starker Unterschied besteht; im allgemeinen verlaufen die Kurven für rasche Drehung flacher, es macht den Eindruck, als ob sie bei der großen Geschwindigkeit nicht imstande wären, allen Schwankungen der anderen zu folgen. Es zeigt sich hier in besonders auffallender Weise der Einfluß der Zeit auf die magnetischen Vorgänge; ich habe denselben bei der Untersuchung des Magnetits noch mehrmals angetroffen und einige Untersuchungen darüber ausgeführt.¹⁾

Was im übrigen die Gestalt der Kurven betrifft, so sind sie auffallend verschieden von denen, die (nach derselben Methode) an anderen Materialien erhalten wurden. Während für Eisen, Stahl, Nickel und Pyrrhotin nach den oben erwähnten Untersuchungen von Planer die rotierende Hysteresis in starken Feldern bis auf Null heruntergeht, ist das für den Magnetit keineswegs der Fall. Bei der Würfelplatte nimmt die Hysteresis nach einem Maximum etwas ab, nähert sich aber keineswegs der Null in Feldern, wo diese bei anderen Stoffen längst erreicht ist, ja in ganz starken Feldern scheint sie sogar wieder etwas zuzunehmen. Bei der Oktaederplatte sind sogar zwei sehr deutliche Maxima vorhanden; es ist anzunehmen, daß die Zahl der Maxima mit der Zahl der früher erwähnten Umkehrungen im Zusammenhang steht; eine Erklärung dafür ist indes bis jetzt nicht gelungen.

Theoretischer Teil.

1. Das Magnetisierungspotential.

Die so verworren aussehenden Erscheinungen des Kristallmagnetismus werden in mancher Hinsicht bedeutend leichter verständlich, wenn man den Begriff der Magnetisierungsarbeit zu Hilfe nimmt.²⁾

Wenn wir von der Hysteresis absehen (und wir können das tun, da ja alle unsere Kurven in der früher angegebenen Weise vom Einfluß derselben befreit wurden), so wird die

1) Vgl. meine ausführliche Arbeit in Archives des Sciences phys. et nat. 1908, sowie Dissert. Zürich 1908.

2) P. Weiss, Le travail d'aimantation des cristaux, Journ. de Phys.

(4) 3. p. 194. 1904.

Magnetisierung zu einer eindeutigen Vektorfunktion der Feldstärke, sie besitzt ein Potential. Wir können dasselbe gleichsetzen mit der Arbeit, die zur Magnetisierung erforderlich ist und die bekanntlich durch die Formel

$$V = \int J_x dH_x + J_y dH_y + J_z dH_z = \int J H \cos(J, H)$$

ausgedrückt werden kann. Da wir bei unseren Versuchen nicht direkt die Komponenten von J nach drei festen Richtungen messen, so empfiehlt es sich, den Ausdruck auf eine etwas andere Form zu bringen. Es sei γ der Winkel zwischen H und der x -Achse, φ derjenige zwischen J und der x -Achse (in der Plattenebene), also

$$H_x = H \cos \gamma, \quad H_y = H \sin \gamma,$$

$$J_x = J \cos \varphi, \quad J_y = J \sin \varphi.$$

Durch Einführung dieser Werte und eine kleine Umformung erhält man:

$$dV = J H \sin(\varphi - \gamma) d\gamma + J \cos(\varphi - \gamma) dH$$

oder integriert:

$$V = \int J_p dH + \int H J_n d\gamma = \int J_p dH + \int D d\gamma,$$

wo $D = H J_n$ wieder das auf die im Apparat nach Fig. 2 auf die Platte ausgeübte Drehmoment bedeutet. Aus der Bedingung, daß dV ein vollständiges Differential sein muß, folgt dann weiter:

$$\frac{dJ_p}{d\gamma} = \frac{dD}{dH},$$

in Worten: Die partielle Ableitung der parallelen Komponente nach dem Winkel ist gleich der partiellen Ableitung des Drehmomentes nach dem Felde.

Aus dieser Gleichung folgen einige interessante Beziehungen.

Besitzt die parallele Komponente in einer Richtung ein Maximum oder Minimum, so ist dort $dJ_p/d\gamma = 0$ und daher auch $dD/dH = 0$, die Kurven des Drehmomentes schneiden

sich in dem dieser Richtung entsprechenden Punkte. Ist das Maximum oder Minimum für alle Feldstärken vorhanden, so ist auch das Drehmoment selbst und damit die Normalkomponente in dieser Richtung in allen Feldern gleich Null. Solche Richtungen sind in den Würfelplatten die Diagonalen, in den regulär symmetrischen auch die Achsen.

In der Umgebung eines derartigen Maximums ist $dJ_p/d\gamma < 0$, wenn der Winkel vom Maximum aus gerechnet wird. Es ist also auch $dD/dH < 0$, und da das für alle Werte von H zutrifft, ist auch D selbst negativ, das Moment wirkt der Verdrehung aus der Richtung des Maximums entgegen, diese Richtung stellt daher eine stabile Gleichgewichtslage dar; umgekehrt entspricht einem Minimum eine labile Gleichgewichtslage; alles das gilt aber nur dann, wenn das Maximum bzw. Minimum bei allen Feldern vorhanden ist; im anderen Falle stellt die betreffende Richtung überhaupt keine Gleichgewichtslage dar.

In der Nähe der Sättigung ist mit großer Annäherung $dJ_p/d\gamma = 0$, somit auch $dD/dH = 0$. Das Drehmoment nähert sich also in starken Feldern einem Grenzwert, der im allgemeinen von Null verschieden, aber endlich ist. Die Normalkomponente selbst ist daher dem Felde umgekehrt proportional, Fig. 7 zeigt die volle Übereinstimmung von Experiment und Theorie in dieser Hinsicht.

Wenn wir die Substanz mit einem Felde von unveränderlicher Richtung magnetisieren, so erhalten wir für die dazu nötige Arbeit:

$$V = \int J_p dH.$$

In Fig. 15 stellt die horizontal schraffierte Fläche OAB_1 diese Arbeit dar; $OB_1C_1D_1E_1$ ist dabei die zu der betreffenden Richtung γ_1 gehörende Magnetisierungskurve. Nehmen wir nun eine andere Richtung γ_2 , für die $OB_2C_2D_2E_2$ die Magnetisierungskurve ist. Gehen wir bis zu derselben Feldstärke, so stellt OAB_2 das dieser Richtung zugehörige Magnetisierungspotential V_2 dar; das der Richtung γ_1 entsprechende sei mit V_1 bezeichnet. Die vertikal schraffierte Fläche OB_1B_2 stellt also die Differenz $V_2 - V_1$ dar. Wir hätten aber auch in den

durch B_2 dargestellten Zustand gelangen können, wenn wir zuerst in der Richtung γ_1 bis nach B_1 magnetisiert hätten, und dann durch Verdrehung des Feldes in die Richtung γ_2 übergegangen wären. Die zu dieser Verdrehung erforderliche Arbeit wäre dann:

$$V_2 - V_1 = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} D d\gamma.$$

Man kann dieses Integral direkt aus der Kurve des Drehmomentes (oder auch der normalen Komponente) entnehmen.

Fig. 15. Beziehungen zwischen den beiden Komponenten der Magnetisierung. Links parallele Komponente in Funktion des Feldes (Magnetisierungskurven), rechts Drehmoment pro Volumeinheit in Funktion der Feldrichtung.

In der rechtsseitigen Hälfte der Fig. 15 ist die entsprechende Fläche gleichfalls mit vertikalen Schraffen bezeichnet; ist der Maßstab richtig gewählt, so müssen die beiden vertikal schraffierten Flächen im rechten und linken Teil der Figur einander gleich sein.

Zur Kontrolle dieser Beziehung wurden an den Kurven der Würfelplatte VI, 1 (Figg. 4, 5 rechts, sowie 6, 7) eine Anzahl von Flächenmessungen mittels Planimeter ausgeführt und daraus die Werte des Magnetisierungspotentials für die beiden Achsen und Diagonalen berechnet. Die folgende Tabelle gibt die erhaltenen Werte des Potentials in Erg pro cm^3 Substanz:

Feld	Mittelwert des Potentials für die beiden		Differenz der Mittelwerte des Potentials der Achsen und Diagonalen berechnet aus	
	Achsen	Diagonalen	den Magneti- sierungskurven	den Kurven des Drehmomentes
208,6	52 100	57 500	5 400	5 430
298	87 300	96 900	9 600	9 420
596	212 000	232 400	20 400	20 200
1490	638 000	663 200	25 200	25 300
2805	1 300 000		—	28 100

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung eine sehr gute.

Wenn die beiden Magnetisierungskurven sich in einem Punkte C_1, C_2 schneiden, so ist vom Schnittpunkt an die Fläche zwischen ihnen mit negativem Vorzeichen zu nehmen. Daraus folgt, daß für diese Feldstärke die Differenz $V_2 - V_1$ ein Maximum erreicht, von da an nimmt ihr Wert ständig ab und wird bei einer bestimmten Feldstärke (Punkte D_1, D_2 der Figur) gleich Null, dann nämlich, wenn der algebraisch genommene Wert der ganzen Fläche $O B_2 C_2 D_2 D_1 C_1 B_1 O$ gleich Null geworden ist (in der Figur schräg schraffiert). Die Kurve des Drehmomentes muß, entsprechend für diese Feldstärke mit der Abszissenachse gleichfalls eine Fläche vom algebraischen Wert Null einschließen; im rechten Teil der Figur ist diese Fläche ebenfalls schraffiert. Geht man mit der Feldstärke noch höher, so wird die Fläche des Drehmomentes und damit auch die der Normalkomponente negativ (E_1, E_2 in der Figur), d. h. die Welle der Normalkomponente erleidet eine Umkehrung. Man sieht, daß diese Umkehr der Wellen der Normalkomponente nicht zur selben Zeit stattfinden kann wie die der Parallelkomponente, die im Momente stattfindet, wo sich die Magnetisierungskurven schneiden, sondern erst in einem stärkeren Felde. Die Normalkomponente steht zur parallelen in einem Verhältnis wie ein Integral zu seinem Differentialquotienten, wie zurückgelegter Weg zur Geschwindigkeit, usw.

Auf Grund dieser Betrachtungen erscheint nun auch das vorher unerklärliche Verhalten der Oktaederplatten in starken Feldern ganz verständlich. Wir wissen, daß bei $H = \text{ca. } 200$ Gauss eine Umkehr der Wellen der parallelen Komponente stattfindet,

die nach der eben besprochenen Gesetzmäßigkeit eine Umkehrung der normalen Komponente bei etwa $H = 350\text{--}400$ Gauss zur Folge hat. Da nun aber infolge der Abweichungen von der Symmetrie des regulären Systems die Magnetisierungskurven nicht für alle drei Achsenprojektionen, bzw. Dreiecksseiten in gleicher Weise verlaufen, so findet die Umkehrung der einzelnen Wellen nicht bei derselben Feldstärke statt, und es kann der Fall eintreten (wie in Fig. 9), daß eine der Wellen sich selbst in den stärksten Feldern nicht umkehrt. Auf diese Weise erklärt sich in natürlicher Weise die auffallende Unregelmäßigkeit der Normalkomponente von Oktaederplatten in den starken Feldern.

2. Die Struktur des Magnetits.

Nachdem wir nunmehr die hauptsächlichsten magnetischen Eigenschaften des Magnetits besprochen haben, wollen wir jetzt versuchen, ob es möglich ist, sich auf Grund dieser Eigenschaften ein Bild von dem inneren Bau des Magnetitkristalles zu machen. Die naheliegendste Vorstellung, die auch Hr. P. Weiss in seiner grundlegenden Untersuchung schon annimmt, ist offenbar die, daß man sich den regulären Magnetitkristall aus einzelnen Elementen von magnetischer Substanz zusammengesetzt denkt, die, in einem kubischen Netz angeordnet, die Ecken einer Unzahl von kleinen Würfeln bilden; dieselbe Vorstellung wendet man bekanntlich auch sonst oft in der Kristallographie an. Die Elemente selbst müssen wir als isotrop ansehen, ohne indes irgend eine weitere Annahme betreffs ihrer magnetischen Eigenschaften zu machen; der Raum zwischen ihnen wird als nicht magnetisierbar angesehen.

Wir haben nun gesehen, daß die Mehrzahl der aus Magnetitkristallen hergestellten Platten bedeutende Abweichungen von der Symmetrie des regulären Systems aufweist. Wenn man sieht, was für Unregelmäßigkeiten in dieser Beziehung bei Platten, die in derselben Richtung aus dem gleichen Kristall geschnitten sind, vorkommen, so liegt die Vermutung recht nahe, daß diese Abweichungen überhaupt nicht vom inneren Bau des Kristalles, sondern nur von Ungenauigkeiten in der Gestalt der Platten herrühren. Diese Annahme kann indes aus mehreren Gründen nicht zutreffend sein. Zunächst müßte

man, um Abweichungen in dieser Größe zu erklären, so große Ungenauigkeiten annehmen, wie sie bei der sorgfältigen Herstellung und Ausmessung der Platten ganz ausgeschlossen sind. Dann zeigt sich bei allen untersuchten Würfelplatten, soweit sie überhaupt aus homogenen Kristallen stammen, stets dieselbe Art der Abweichung (Nullpunkte der Normalkomponente in den Diagonalrichtungen, Maxima und Minima in den Achsrichtungen in schwachen Feldern); würde die Sache nur von Ungenauigkeiten der Platten herkommen, so würden die Nullpunkte gewiß manchmal auch in andere Richtungen fallen. Dazu kommt, daß sich manchmal auch Paare von Platten finden, die in derselben Richtung aus einem Kristall geschnitten sind und die tatsächlich ganz gleichartige Unsymmetrie zeigen (man vergleiche die beiden Oktaederplatten in Fig. 8). Und endlich hat sich gezeigt, daß Platten, die durch einen Zufall stark beschädigt wurden, nach der Beschädigung fast genau gleiche Kurven ergaben wie vorher, woraus hervorgeht, daß bei so dünnen Platten der Einfluß von kleinen Ungenauigkeiten in der Form ziemlich unbedeutend ist.

Die Abweichung von der regulären Symmetrie liegt also unbedingt im Kristall selbst; aber diese Abweichung variiert innerhalb desselben Kristalles von Punkt zu Punkt, ganz ähnlich wie die von Weiss entdeckte Abweichung des Pyrrhotins von der Symmetrie des hexagonalen Kristallsystems.

Zur Erklärung dieser Abweichungen bieten sich drei Hypothesen: 1. wir ändern das kubische Netz oder Raumgitter in entsprechender Weise ab, 2. wir erklären die Abweichung durch innere Spalten in dem sonst regulären Kristall, und 3. wir denken uns den Kristall aus wechselnden Mengen von Elementarkristallen zusammengesetzt.

Die erste Annahme erweist sich sofort als undurchführbar. Ändert man das kubische Raumgitter, wie es naheliegt, in ein parallelepipedisches um, so erhält man ungleiche Magnetisierungskurven für die drei Achsen, gleiche dagegen für die beiden in einer Würfelfläche liegenden Diagonalen, während das Experiment gerade das Umgekehrte ergibt. Ändert man aber die Winkel, so daß die Quadrate zu Rhomben werden, so verschwindet überhaupt jede Symmetrie, der Kristall wird magnetisch triklin. Außerdem ist es auch kaum denkbar, daß

derartige Modifikationen im inneren Bau sich nicht auch in der äußeren Gestalt des Kristalles bemerkbar machen würden; etwas Derartiges ist aber bisher am Magnetit nie beobachtet worden.

Gegen die dritte Hypothese, den Aufbau aus Elementarkristallen, spricht neben anderen Gründen vor allem die Tatsache, daß die gewissen Abweichungen nur in schwachen Feldern in bedeutendem Maße zutage treten, während die dem regulären System entsprechende Anisotropie noch in viel stärkeren Feldern vorhanden ist. Um beides zu erklären, müßte man recht komplizierte Annahmen machen. Die einfachste wäre noch die, daß man sich den Kristall aus sechs Elementarkristallen zusammengesetzt denkt; jeder Elementarkristall müßte, wie der Elementarkristall des Pyrrhotins¹⁾, eine magnetische Ebene (d. h. eine Ebene relativ leichter Magnetisierbarkeit) besitzen, und zwar müßte diese Ebene mit einer Fläche des Würfels zusammenfallen; innerhalb dieser Ebene wäre dann, gleichfalls ganz wie beim Pyrrhotin, eine der beiden Diagonalen als Richtung leichtester, die andere als Richtung schwererer Magnetisierung anzunehmen. Zur Erklärung der regulären Symmetrie in stärkeren Feldern muß man annehmen, daß für jede der drei Würfflächen als magnetische Ebene die gleiche Menge von Elementarkristallen vorhanden sei, daß sie sich jedoch innerhalb jeder Fläche in ungleicher Zahl auf die beiden Diagonalen als Richtungen leichtester Magnetisierung verteilen. Das ist jedenfalls eine recht gekünstelte und daher wenig wahrscheinliche Annahme. Die Hypothese der Zusammensetzung aus Elementarkristallen allein ist also auch nicht imstande, uns ein einfaches Bild von den magnetischen Eigenschaften des Magnetitkristalles zu liefern.

In sehr einfacher Weise gelangen wir dagegen zu diesem Ziel mit Hilfe der zweiten von den drei angeführten Hypothesen. Wir nehmen an, der Kristall an sich sei vollkommen regulär symmetrisch, er kann aus einem einfachen kubischen Raumgitter bestehend gedacht werden. Dieser Kristall sei nun von einer Unzahl von mikroskopischen (aber im Vergleich

1) Vgl. die mehrfach erwähnte Arbeit von Weiss über den Pyrrhotin.

zu den Elementen des kubischen Gitters doch sehr großen) Spalten, parallel den vier Flächen des Oktaeders durchzogen. Durch diese Annahme würde zugleich auch die ausgezeichnete Spaltbarkeit nach den Flächen des Oktaeders erklärt, die viele der Kristalle auszeichnet. Die vier Spaltensysteme erzeugen natürlich entmagnetisierende Felder, die in einer Würfelplatte parallel den Diagonalen wirken. Sind die einzelnen Spaltensysteme gleich stark ausgebildet, so ergibt eine Würfelplatte ein Bild, wie es auf der linken Seite der Fig. 16 zu sehen ist.

Fig. 16. Schema der wahrscheinlichen Struktur des Magnetitkristalles. Links Würfelplatte, regulär symmetrisch; in der Mitte Würfelplatte, nicht regulär symmetrisch; rechts Oktaederplatte, regulär symmetrisch.

Die Symmetrie des regulären Systems wird in diesem Falle durch die Spalten in keiner Weise gestört. Überwiegen jedoch die Spalten in der Richtung der einen Diagonale, wie im mittleren Teile der Figur, so ist das entmagnetisierende Feld in dieser Richtung stärker als in der anderen, und es muß eine Abweichung von der regulären Symmetrie in genau der Weise eintreten, wie sie bei den Experimenten beobachtet wurde. Die Achsen behalten auch in diesem Falle gleiche Magnetisierungskurven, wie das auch die Versuche ergeben haben.

Etwas anders liegt die Sache bei den Oktaederplatten; im rechten Teil der Fig. 16 ist eine solche mit gleich breiten Spalten dargestellt, die also der Symmetrie des regulären Systems entspricht. Man erkennt leicht den Unterschied zwischen dieser Platte und der Würfelplatte: dort konnte eine Abweichung von der regulären Symmetrie sich nur in einer

einzigsten Weise bemerkbar machen, indem der Kristall in Richtung der einen Diagonale leichter magnetisierbar erscheint als in Richtung der anderen; hier dagegen gibt es unendlich viele Arten von Unsymmetrie, je nachdem in welchen Verhältnissen die Spalten in den drei Richtungen zueinander stehen. Aus dieser Tatsache erklären sich in der natürlichsten Weise die großen Unterschiede, die sich zwischen verschiedenen Oktaederplatten, auch solchen aus demselben Kristall und parallel zu derselben Fläche, in vielen Fällen gezeigt haben.

(Eingegangen 3. August 1909.)