5. *Leitungsvermögen der Kohle für Wärme und Electricität; von L. Cellier.*

Die Frage, ob eine Beziehung zwischen dem Wärme- und electrischen Leitungsvermögen der Metalle existirt, ist schon mehrmals untersucht und beantwortet worden. Forbes¹⁾, Wiedemann und Franz²⁾, F. E. Neumann³⁾ und Lenz⁴⁾ fanden successive, dass die Reihenfolge der Metalle, geordnet nach der Grösse ihres Wärmeleitungscoefficienten, genau übereinstimmt mit der ihrer gleich zusammengestellten electrischen Leitungsvermögen, sodass der Quotient aus beiden nahezu constant ist. Erst im Jahre 1880 zeigte Hr. Prof. Dr. H. F. Weber⁵⁾, dass dieses Resultat nicht genau zutrifft; er maass absolut für verschiedene Metalle die zwei Leitungsvermögen und kam zu dem Resultat, dass das Verhältniss beider nicht constant sei, sondern eine lineare Function mit constanten Coefficienten der specifischen Wärme der Volumeneinheit. Dieses letzte Resultat ist jedoch in Uebereinstimmung mit dem früher gefundenen, weil Forbes u. a. ihre Untersuchungen auf Metalle von nahezu gleicher specifischer Wärme der Volumeneinheit ausgedehnt hatten.

Die vorliegende Arbeit soll sich damit beschäftigen, zu prüfen, ob für Kohle, die ja gegen Electricität und Wärme ähnliches Verhalten zeigt wie die Metalle, auch eine analoge einfache Beziehung zwischen den zwei besprochenen Leitungsvermögen stattfindet. Zu diesem Zwecke wurden für vier sehr verschiedene Kohlsorten die zwei Leitungscoefficienten bestimmt und beide an demselben Stück damit die Werthe direct miteinander verglichen werden konnten.

1) Forbes, *Philosoph. Magazine* 4. p. 15. 1834.

2) Wiedemann u. Franz, *Pogg. Ann.* 89. p. 430. 1853.

3) F. E. Neumann, *Annales de Chimie et de Physique* 66. III. Ser. p. 185. 1863.

4) Lenz, *Bull. de l'Académie de St. Pétersbourg* 15. p. 54—59. 1870.

5) H. F. Weber, *Vierteljahrsschr. der Züricher Naturf. Gesellsch.* 25. 1880.

Die hierzu erforderlichen Messungen wurden in den wissenschaftlichen Laboratorien des physikalischen Instituts der eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich ausgeführt.

Theorie der Methode zur Bestimmung des Wärmeleitungscoefficienten.

Von der Kohle, die der Gegenstand der Untersuchung sein soll, wurden solche Arten gewählt, welche sich leicht in eine einfache geometrische Form bringen lassen, wie etwa Stäbe von bestimmter einfacher Querschnittsform. Die vier untersuchten Kohlensorten, nämlich zwei verschiedene Bogenlichtkohlen, Graphit von Faber und Gasretortenkohle lagen vor, die drei ersten in Cylinderform, die letzte in prismatischer Form.

In dem Folgenden gebe ich die Theorien, die sich auf diese zwei Formen beziehen.

a) *Cylinderform.* Die Stäbe werden zuerst auf gleichförmige constante Temperatur U erwärmt, dann werden sie in eine Hülle gebracht, welche mit Luft von constanter Temperatur gefüllt ist, die wir mit 0 bezeichnen können; in demselben Moment wird die untere Basisfläche auf diese constante Temperatur 0^0 gehalten; es findet dann natürlich eine Bewegung der Wärme statt, längs der Axe des Cylinders und radial dazu.

Die Differentialgleichung der Bewegung der Wärme lautet für unseren Fall:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

wo K das Wärmeleitungsvermögen bedeutet, ρ die Dichte, c die spezifische Wärme, u die variable Temperatur eines beliebigen Punktes, t die Zeit, x , r die Cylinderkoordinaten des Punktes und es sei $2l$ die Höhe des Cylinders.

Nehmen wir die Axe des Cylinders als z -Axe des Coordinatensystems und die auf 0^0 gehaltene Basisfläche als xy -Ebene, so haben wir folgende *Grenzbedingungen*:

1. für $x=0$ ist $u=0$ für alle Werthe von t und r ,

2. „ $x=2l$ „ $K \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=2l} + h u_{x=2l} = 0$ für alle t und r ,

3. für $r = R$ ist $K \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=R} + h u_{r=R} = 0$ für alle x und t ,

4. „ $t = 0$ „ $u = U$ für alle Werthe von x und r .

Durch Anwendung des bekannten Euler'schen Ansatzes folgt als allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung:

$$u = e^{-m^2 \frac{K}{e^c} t} (A \sin(p x) + B \cos(p x)) (C J_{q r}^0 + D Y_{q r}^0),$$

wo A, B, C, D Integrationsconstanten, $J_{q r}^0$ und $Y_{q r}^0$ die bekannten Bessel'schen Functionen bedeuten.

Da aber $Y_{q r}^0 = \infty$ für $r = 0$, so muss $D = 0$ sein, folglich

$$u = e^{-m^2 \frac{K}{e^c} t} (A \sin(p x) + B \cos(p x)) J_{q r}^0,$$

wo $m^2 = p^2 + q^2$.

Aus der Grenzbedingung (1) folgt, dass $B = 0$ ist. Aus der zweiten aber

$$\frac{\operatorname{tg}(2 p l)}{2 p l} = - \frac{K}{h} \cdot \frac{1}{2 l}.$$

Es seien $p_1, p_2 \dots$ die Wurzeln dieser Gleichung und p_1 die kleinste derselben.

Die Grenzbedingung (3) bestimmt q als Wurzel der Gleichung

$$\frac{R h}{K} J_{q R}^0 = (q R) J_{q R}^1.$$

q_1 sei die kleinste dieser unendlich vielen Wurzeln.

Die allgemeinste Lösung lautet also:

$$u = \left\{ A_{1,1} \sin(p_1 x) e^{-\frac{K}{e^c} p_1^2 t} + A_{1,2} \sin(p_2 x) e^{-\frac{K}{e^c} p_2^2 t} + \dots \right\} J_{q_1 r}^0 e^{-\frac{K}{e^c} q_1^2 t} + \dots$$

Die Grössen $A_{k, \lambda}$ werden nach den bekannten Fourier'schen Sätzen bestimmt. Durch Anwendung der Sätze über Cylinderfunctionen folgt dann:

$$A_{k, \lambda} = \frac{\frac{1 - \cos(2 p_\lambda l)}{p_\lambda}}{l \left(1 - \frac{\sin(4 p_\lambda l)}{4 p_\lambda l} \right)} \cdot \left\{ \frac{2 U \frac{h}{K q_k^2}}{R J_{q_k R}^0 \left(1 + \frac{h^2}{K^2 q_k^2} \right)} \right\}.$$

Es ist leicht zu sehen, dass die Glieder der Reihe, welche u bestimmt, sehr rasch abnehmen mit wachsender Zeit.

In der That, das Verhältniss des zweiten zum ersten Glied lautet:

$$V = \frac{A_{1,2}}{A_{1,1}} \frac{\sin(p_2 x)}{\sin(p_1 x)} e^{-\frac{K}{\varrho c} (p_2^2 - p_1^2) t}$$

Aber

$$\frac{A_{1,2}}{A_{1,1}} \text{ ist } < 1,$$

ferner

$$p_2^2 - p_1^2 > 0,9, \quad K = \sim 0,4, \quad \varrho c = \sim 0,25.$$

Also nach drei Minuten wäre

$$V < e^{-1,6 \times 0,9 \times 180},$$

d. h. V wäre eine verschwindend kleine Grösse; um so mehr wären die folgenden Glieder verschwindend klein, da die Differenzen $p_2^2 - p_1^2$ und $q_2^2 - q_1^2$ sehr rasch wachsen. Wir können also, wenn wir etwa drei Minuten warten, bevor wir anfangen zu beobachten, einfach schreiben:

$$u = A_{1,1} \sin(p_1 x) e^{-\frac{K}{\varrho c} (p_1^2 + q_1^2) t} J_{q_1 R}^0.$$

Beobachten wir an der Stelle $r = R$, $x = l$, so haben wir

$$u = A_{1,1} \sin(p_1 l) e^{-\frac{K}{\varrho c} (p_1^2 + q_1^2) t} J_{q_1 R}^0.$$

Sind u_1 , u_2 die Temperaturen zu den Zeiten t_1 , t_2 , so haben wir

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \log_n \frac{u_1}{u_2} = \frac{K}{\varrho c} p_1^2 + \frac{2h}{\varrho c R},$$

da

$$q_1^2 = \sim \frac{2h}{KR}.$$

Der reducirte Ausschlag des Galvanometers, das in den Stromkreis des Thermoelementes eingeschaltet wird, ist bekanntlich proportional der Temperaturdifferenz zwischen den Löthstellen. Sorgen wir dafür, dass die eine Löthstelle die Temperatur der unteren Basisfläche besitzt, die wir als 0° bezeichnet haben, so ist der Ausschlag s proportional zu u . Demnach haben wir

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \log \frac{s_1}{s_2} = \frac{K}{\varrho c} p_1^2 + \frac{2h}{\varrho c R}.$$

Die Methode giebt ein Mittel, den Coefficienten K mit einer gewissen Genauigkeit zu bestimmen, da die Beobachtung jeder Abkühlung 20—50 Werthe von $\log_n (s_1/s_2)$ liefert.

Sind die Grössen K , ϱ , c , h constant, somit auch p_1 , so wird $\log (s_1/s_2)$, auf dasselbe Zeitintervall bezogen (etwa eine Minute), constant sein.

Bekanntlich ist aber bei der Kohle die specifische Wärme variabel und zwar hat Hr. Prof. Dr. H. F. Weber gezeigt, dass sie nahezu linear wächst mit der Temperatur im Intervalle $0 = 100^\circ$. Ferner hat die Beobachtung ergeben, dass im Laufe einer Reihe von Beobachtungen $\log_n (s_1/s_2)$ beträchtlich abnimmt; die Abnahme ist so gross, dass sie nicht von der Aenderung der specifischen Wärme allein herrühren kann. Es folgt daraus, dass K und h mit der Temperatur variabel sind und zwar zunehmen mit wachsender Temperatur.

Die Auflösung der Gleichung geschah indess unter der Voraussetzung: K , h und c , somit p_1 seien constant. Nimmt man selbst den einfachsten Fall an, K , h und c seien lineare Functionen der Temperatur, so stösst man bei der Auflösung auf sehr complicirte Rechnungen. Die Differentialgleichung lässt sich jedoch mit Annäherung auflösen, aber das Resultat ist so complicirt, dass man es zu einer praktischen, bequemen Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens nicht brauchen kann.

Ich habe deshalb vorgezogen, die vorhin gefundene Formel anzuwenden; indem ich ein sehr empfindliches Galvanometer zu Hülfe nahm, konnte ich erreichen, dass das Temperaturintervall, innerhalb dessen eine Abkühlung des Kohlenstabes beobachtet werden konnte, nur 4°C. betrug. Ersetze ich dann c durch den Mittelwerth in diesem Intervalle, so sehe ich in dem Mittelwerth der gefundenen logarithmischen Decremente einen sehr angenäherten Werth für den Ausdruck

$$\frac{K}{\varrho c} p_1^2 + \frac{2h}{\varrho c R}$$

bezogen auf die mittlere Temperatur des Intervalles.

Da aber dieser Ausdruck noch die unbekannte Grösse h enthält, so muss noch ein zweiter Versuch gemacht werden, indem der Stab sich dadurch abkühlt, dass er nur von seiner ganzen Oberfläche aus Wärme an die umgebende Luft abgiebt.

Die Beobachtung dieser zweiten Abkühlung liefert uns dann eine zweite Gleichung zwischen K und h .

Wählen wir den Anfangspunkt der x -Axe in dem Mittelpunkt der Höhe des Cylinders, so haben wir folgende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{\varrho c} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right).$$

Grenzbedingungen:

1. für $x = \pm l$ ist $K \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=\pm l} + h u = 0$ für alle Werthe von r u. t ,
2. „ $r = R$ „ $K \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) + h u = 0$ „ „ „ „ x u. t ,
3. „ $t = 0$ „ $u = U$ „ „ „ „ x u. t .

Der Gang der Auflösung ist genau derselbe wie im vorigen Fall; wir hätten dann, wenn wir etwa fünf Minuten nach Beginn der Abkühlung anfangen zu beobachten:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \log_{\pi u_2} \frac{u_1}{u_2} = \frac{K}{\varrho c} p'_1 + \frac{2h}{\varrho c R},$$

wo

$$p'_1 l \operatorname{tg}(p'_1 l) = \frac{h}{K} l.$$

Combinirt man diese Gleichung mit der für die erste Abkühlung gefundene, so liefert die Auflösung dieses Gleichungssystems die gesuchte Wärmeleitungsconstante K .

In Bezug auf die Variation des Decrementes gilt dasselbe, wie für den ersten Fall.

b) *Prismatische Form* (Retortenkohle). Wie bei der Cylinderform, werden die Kohlenstäbe zuerst auf constante gleichförmige Temperatur erwärmt, und dann so abgekühlt, dass die untere Basisfläche beständig auf 0° gehalten wird, während die Oberfläche Wärme an die umgebende, durch eine Hülle abgeschlossene und auf 0° gehaltene Luft abgibt. Es seien $2a$, $2b$, $2c$ die Dimensionen, x , y , z die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes, dann haben wir folgende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{\varrho c} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right).$$

Grenzbedingungen:

1. für $z = 0$ ist $u = 0$ für alle Werthe von x, y und t ,
2. „ $z = 2c$ „ $K \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + hu = 0$ für alle x, y „ t ,
3. „ $y = \pm b$ „ $K \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + hu = 0$ „ „ x, z „ t ,
4. „ $x = \pm a$ „ $K \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + hu = 0$ „ „ y, z „ t ,
5. „ $t = 0$ ist $u = U$ für alle x, y, z .

Durch Anwendung des Euler'schen Ansatzes folgt

$$u = e^{-\alpha^2 \frac{k}{e^c} t} (A_1 \sin(\mu x) + B_1 \cos(\mu x)) \cdot (A_2 \sin(\nu y) + B_2 \cos(\nu y)) \cdot (A_3 \sin(\lambda z) + B_3 \cos(\lambda z)).$$

wo $\alpha^2 = \mu^2 + \nu^2 + \lambda^2$. Die A und B sind Integrationsconstanten.

Aus den Grenzbedingungen 1—4. folgt:

$$B_3 = 0, A_1 = A_2 = 0.$$

$$\frac{\operatorname{tg}(2\lambda c)}{2\lambda c} = -\frac{K}{h} \cdot \frac{1}{2c},$$

$$\nu b \operatorname{tg}(\nu b) = \frac{h}{K} b,$$

$$\mu a \operatorname{tg}(\mu a) = \frac{h}{K} a.$$

Somit wäre die allgemeine Lösung:

$$u = a \sum_1^\infty \beta \sum_1^\infty \delta \sum_1^\infty B_{\alpha, \beta, \delta} e^{-\frac{K}{e^c} (\mu_\alpha^2 + \nu_\beta^2 + \lambda_\delta^2) t} \cdot \cos(\mu_\alpha x) \cos(\nu_\beta y) \sin(\lambda_\delta z).$$

Die Grenzbedingung 5. mit Anwendung der Fourier'schen Sätze bestimmt die Constanten B . Es folgt:

$$U \cdot \frac{2 \sin(\mu_\alpha a)}{\mu_\alpha} \cdot \frac{2 \sin(\nu_\beta b)}{\nu_\beta} \cdot \frac{2 \sin(\lambda_\delta c)}{\lambda_\delta} = B_{\alpha, \beta, \delta} \cdot a \left(1 + \frac{\sin(2\mu_\alpha a)}{2\mu_\alpha a} \right) \cdot b \left(1 + \frac{\sin(2\nu_\beta b)}{2\nu_\beta b} \right) \cdot c \left(1 - \frac{\sin(4\lambda_\delta c)}{4\lambda_\delta c} \right).$$

Es ist leicht zu sehen, dass mit wachsender Zeit die Glieder sehr rasch abnehmen, infolge des raschen Anwachsens

der Grössen μ, ν, λ . Nach drei Minuten können wir die ganze Reihe durch ihr erstes Glied ersetzen.

$$u = B_{1,1,1} e^{-\frac{K}{\varrho c}(\mu_1^2 + \nu_1^2 + \lambda_1^2)t} \cos(\mu_1 a) \sin(\lambda_1 c),$$

wenn wir an der Stelle $x = a, y = 0, z = c$ beobachten.

Folglich wäre das logarithmische Decrement

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \log_n \frac{u_1}{u_2} = \frac{K}{\varrho c} (\mu_1^2 + \nu_1^2 + \lambda_1^2),$$

wo

$$\mu_1 a \operatorname{tg}(\mu_1 a) = \frac{h}{K} a,$$

$$\nu_1 b \operatorname{tg}(\nu_1 b) = \frac{h}{K} b,$$

$$\frac{\operatorname{tg}(2 \lambda_1 c)}{2 \lambda_1 c} = -\frac{K}{h} \cdot \frac{1}{2 c}.$$

Die Beobachtung hat auch gezeigt, dass das Decrement im Laufe einer Beobachtungsreihe beträchtlich abnimmt. Es wurde deshalb innerhalb eines Intervalles von ca. 4° beobachtet, sodass der mittlere Werth im Laufe einer Beobachtungsreihe als sehr angenäherter Werth für den Ausdruck

$$\frac{K}{\varrho c} (\mu_1^2 + \nu_1^2 + \lambda_1^2)$$

betrachtet werden konnte, bezogen auf die mittlere Temperatur des Intervalles.

Die eindeutige Bestimmung von K erfordert aber noch eine zweite Beobachtung, indem wir etwa den Stab sich abkühlen lassen durch den Vorgang der äusseren Wärmeleitung.

Es ergibt sich dann:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \log \frac{u_1}{u_2} = \frac{K}{\varrho c} (\mu_1^2 + \nu_1^2 + \varrho_1^2),$$

wenn wir erst nach fünf Minuten seit Beginn der Abkühlung beobachten

$$\varrho_1 c \operatorname{tg}(\varrho_1 c) = \frac{h}{K} c.$$

Combinirt man dieses System mit dem oben gefundenen, so giebt die Auflösung die gesuchte Constante K .

Electrisches Leitungsvermögen.

Zur Ermittlung des electrischen Leitungsvermögens wurde der electrische Widerstand der in Bezug auf Wärmeleitung

untersuchten Kohlenstücke mittels der Wheatstone'schen Drahtverzweigung und für zwei bestimmte Temperaturen bestimmt. Es ist dann der Leitungscoefficient $K = l/W \cdot q$; wo l die Länge, q den Querschnitt und W den Widerstand bedeuten. Dieser Werth lässt sich genau auf dieselbe Temperatur reduciren wie diejenige, für welche das Wärmeleitungsvermögen bestimmt wurde, da ja der Temperaturcoefficient des Widerstandes ermittelt werden kann aus den zwei gemessenen Werthen für den Widerstand.

Resultate der Messungen.

Die soeben besprochenen Methoden wurden auf vier sehr verschiedene Kohlensorten angewandt. Zur Untersuchung gelangten nämlich zwei Bogenlichtkohlen, die eine von der Firma Siemens & Halske; die andere, charakterisirt durch ihren schwachen Lichtglanz, wurde in Paris hergestellt; ferner ein Stück Graphit von A. W. Faber mit minimalem Thongehalt (20 Proc.), denn es war nicht möglich, reinen Graphit zu einem Cylinder von einiger Consistenz zu modelliren; und schliesslich noch ein Stück Gasretortenkohle. Die drei ersten waren in der Form von kleinen cylindrischen Stäben von 3,5—4,6 cm Länge und ca. 1 cm Durchmesser gegeben. Gasretortenkohle wurde in der Form eines Prismas von der Länge 4,5 cm und mit nahezu quadratischem Querschnitt von etwa 1 cm Seitenlänge untersucht.

Die untere Basisfläche soll während des ganzen Versuches auf constanter Temperatur gehalten werden; dies wird dadurch erreicht, dass in einem dünnen, aber doch noch steifen Kupferblech eine Oeffnung gleich dem Querschnitt des Kohlenstabes ausgebohrt und dann die Kohle auf diesem Blech angepasst und wasserdicht aufgestellt wird. Zu einem bestimmten Zeitmoment $t=0$ wird der Wasserstrahl der geöffneten Wasserleitung des Laboratoriums senkrecht gegen die so angepasste untere Basisfläche des Kohlenstabes gerichtet. Dadurch wird nach kurzer Zeit die ganze untere Basisfläche auf die constante Temperatur des Wassers zurückgeführt und dauernd auf dieser Temperatur erhalten, da die grosse Wassermasse, die gegen die untere Basisfläche sprüht, in jedem Zeitelement die zugeleitete Wärme vollständig fortführt. Das Wasser der Wasser-

leitung hat nämlich die werthvolle Eigenschaft, stundenlang constante Temperatur zu behalten; ist also sehr gut geeignet für solche Versuche. In dem Moment, in welchem die Abkühlung begann, wurde die den Stab umgebende Luft abgegrenzt durch ein concentrisches, doppelwandiges Kupfergefäß, in welchem das Wasser der Wasserleitung circulirte. Die Dicke dieser Luftschicht wurde auf 1,5 cm beschränkt, sodass während des ganzen Versuches die den Stab umgebende Luft die Temperatur des Wassers besitzt. Durch dieses doppelwandige Gefäß lassen wir soviel Wasser circuliren, damit die ganze der umgebenden Luft abgegebene Wärme von dem fließenden Wasser fortgeführt wird. Die eine Löthstelle des zur Temperaturmessung benutzten Thermoelementes war an der Oberfläche des Kohlenstabes angelöthet an der betreffenden Beobachtungsstelle; damit der Contact mit der Kohle möglichst vollkommen war, wurde an dieser Stelle galvanisch ein feiner Kupferniederschlag hergestellt und dann die Löthstelle mit Zinn daran gelöthet; die andere Löthstelle war der constanten Temperatur des Wassers ausgesetzt. Bei der Construction des Thermoelementes wurden sehr feine Constantan- und Eisendrähte gewählt (Durchmesser von 0,05 bez. 0,1 mm), sodass die Wärmemenge, welche durch das Thermoelement fortgeleitet wird, vernachlässigt werden konnte.

Zur Beobachtung der zweiten Abkühlungsweise wurde der Apparat nur dadurch geändert, dass ein nicht durchbohrtes Kupferblech angewandt wurde; in dem Mittelpunkt dieses kreisförmigen Bleches wurde eine ganz feine Spitze von 3 mm Länge angebracht; auf diese Spitze stützte sich der Kohlenstab, sodass bei der Abkühlung die von der Spitze fortgeleitete Wärme infolge der Feinheit derselben verschwindend klein war.

Die Kohlenstäbe wurden vor der Abkühlung auf etwa 80° mittels eines Gasbrenners erwärmt; erst als alle Punkte des Stabes dieselbe Temperatur besaßen, wurde die Abkühlung begonnen. Fünf Minuten nach Beginn der Abkühlung (drei für den Graphit) wurde das Thermoelement in den Galvanometerkreis eingeschaltet und nach einer weiteren Minute begannen die Ablesungen der Ablenkungen des Galvanometermagnetes. Die Ablesungen wurden mit dem Schlage jeder fünften Secunde (10 Min. für die zweite Abkühlung) vorge-

nommen; als die Ablenkung des Galvanometers auf etwa 70 Scalentheile herabgesunken war, so wurde die Versuchsreihe abgebrochen, der Galvanometerkreis geöffnet und die Ruhelage des Magnetes bestimmt. Mit Hülfe der Annahme, dass die Aenderung der Ruhelage proportional der Zeit vor sich gegangen ist, lässt sich für jedes Moment die zugehörige Ruhelage ausrechnen.

Das Galvanometer, das zur Messung der Temperatur gebraucht wurde, war ein Spiegelgalvanometer mit einem astatischen Magnetpaar und vier Spulen; die maximale Empfindlichkeit betrug 88,7 mm Ausschlag für 1° C. Temperaturdifferenz zwischen den Löthstellen des Thermoelementes.

Die Formel, welche das Wärmeleitungsvermögen bestimmt, enthält aber die Dichte und die spezifische Wärme, welche bestimmt werden müssen. Bekanntlich ist bei der Kohle die spezifische Wärme variabel; da sie im Intervall 0—100° nahezu linear wächst, so wurde, um den Temperaturcoefficient festzustellen, für jede Kohlensorte die spezifische Wärme mittels des Eiscalorimeters und zwar für zwei verschiedene Temperaturen ermittelt.

Sind nun t_1 und t_2 die zwei Anfangstemperaturen der Kohle (bei den Versuchen war $t_1 = \sim 15^\circ$; $t_2 = \sim 25^\circ$), so haben die im Calorimeter eingeführten entsprechenden Wärmemengen folgende Ausdrücke:

$$W_1 = \int_{t_1}^0 M c dt \text{ und } W_2 = \int_{t_2}^0 M c dt,$$

also

$$\frac{c_{t_1+t_2}}{2} = \frac{W_1 - W_2}{M(t_2 - t_1)} \text{ und } \frac{c_{t_1}}{2} = \frac{W_1}{M t_1}.$$

Es wurden folgende Werthe¹⁾ gefunden:

Graphit	$\begin{cases} c_{7,87^\circ} = 0,1810 \\ c_{12,76^\circ} = 0,1876 \end{cases}$	$\alpha = 0,00736,$
Bogenlichtkohle	$\begin{cases} c_{7,63^\circ} = 0,1686 \\ c_{12,68^\circ} = 0,1723 \end{cases}$	$\alpha = 0,00416,$
v. Siemens & Halske		
Bogenlichtkohle	$\begin{cases} c_{7,53^\circ} = 0,1700 \\ c_{12,37^\circ} = 0,1736 \end{cases}$	$\alpha = 0,00440,$
von Paris		

1) Vgl. L. Cellier, Inaug.-Diss., Zürich 1896.

$$\text{Gasretortenkohle} \quad \begin{cases} c_{7,56^\circ} = 0,1704 \\ c_{12,41^\circ} = 0,1724 \end{cases} \quad \alpha = 0,00228.$$

Die Dichte wurde bei der Zimmertemperatur aus dem Quotient der Masse und des Volumens bestimmt. Es wurde gefunden:

Graphit	1,698,
Bogenlichtkohle von Siemens & Halske	1,467,
Bogenlichtkohle von Paris	1,567,
Gasretortenkohle	1,627.

Messung des Wärmeleitungsvermögens.

Für jede Kohlensorte und für jeden der zwei Abkühlungsversuche gebe ich im Folgenden die Mittelwerthe von zehn beobachteten Versuchsreihen¹⁾

a) Graphit.

Erste Abkühlung			Zweite Abkühlung		
Nr.	Decrement für 30 Sec.	Mittlere Temperatur	Nr.	Decrement für 2 Min.	Mittlere Temperatur
1	0,1658	6,99°	1	0,1130	6,87°
2	0,1662	6,51	2	0,1118	6,87
3	0,1661	6,44	3	0,1123	6,91
4	0,1664	6,46	4	0,1128	6,92
5	0,1661	6,95	5	0,1123	6,92
6	0,1649	6,95	6	0,1123	6,86
7	0,1650	6,97	7	0,1127	6,84
8	0,1662	6,84	8	0,1122	6,87
9	0,1651	6,99	9	0,1121	6,90
10	0,1656	6,98	10	0,1116	6,87
0,1657		6,81°	0,1123		6,88°

also sind die zwei Decremente bezogen auf eine Minute:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,7631 \text{ und } \beta = 0,2586, \\ \text{mittlere Temperatur: } &6,84^\circ, \\ c_{6,84^\circ} &= 0,1799, \quad R = 0,485 \text{ cm}, \\ \rho &= 1,698, \quad 2l = 3,349, \\ \text{also } K_{6,84^\circ} &= 0,701. \end{aligned}$$

1) Vgl. L. Cellier, Inaug.-Diss., Zürich 1896.

b) Pariser Bogenlichtkohle.

Erste Abkühlung			Zweite Abkühlung		
Nr.	Decrement für 30 Sec.	Mittlere Temperatur	Nr.	Decrement für 2 Min.	Mittlere Temperatur
1	0,1865	7,81°	1	0,1893	7,84°
2	0,1861	7,74	2	0,1876	7,84
3	0,1854	7,74	3	0,1883	7,80
4	0,1849	7,78	4	0,1905	7,81
5	0,1859	7,82	5	0,1888	7,84
6	0,1864	8,03	6	0,1886	7,89
7	0,1866	7,74	7	0,1886	7,91
8	0,1853	7,69	8	0,1897	7,89
9	0,1861	7,67	9	0,1902	7,85
10	0,1850	8,04	10	0,1881	7,82
0,1859°		7,81	0,1890		7,85°

$$\text{also } \alpha = 0,4280, \quad \beta = 0,2176,$$

$$\text{mittlere Temperatur: } 7,83^{\circ},$$

$$c_{7,83^{\circ}} = 0,1702, \quad R = 0,495 \text{ cm},$$

$$\varrho = 1,567, \quad 2l = 4,66,$$

$$\text{also } K_{7,83^{\circ}} = 0,494.$$

c) Bogenlichtkohle von Siemens & Halske.

Erste Abkühlung			Zweite Abkühlung		
Nr.	Decrement für 30 Sec.	Mittlere Temperatur	Nr.	Decrement für 2 Min.	Mittlere Temperatur
1	0,1398	9,04°	1	0,1348	9,23°
2	0,1412	8,97	2	0,1349	8,95
3	0,1399	9,05	3	0,1362	8,96
4	0,1408	9,00	4	0,1354	8,97
5	0,1406	9,00	5	0,1355	9,01
6	0,1408	8,95	6	0,1356	9,09
7	0,1399	9,05	7	0,1352	9,02
8	0,1407	9,02	8	0,1358	9,10
9	0,1411	9,04	9	0,1357	9,18
10	0,1398	9,07	10	0,1362	9,16
0,1405		9,02°	0,1355		9,07°

$$\begin{aligned} \text{also } \alpha &= 0,3234, & \beta &= 0,1560, \\ \text{mittlere Temperatur: } & 9,04^\circ, \\ c_{9,04^\circ} &= 0,1696, & R &= 0,599 \text{ cm}, \\ \rho &= 1,467, & 2l &= 4,658, \\ \text{also } K_{9,04^\circ} &= 0,367. \end{aligned}$$

d) Retortenkohle.

Erste Abkühlung			Zweite Abkühlung		
Nr.	Decrement für 30 Sec.	Mittlere Temperatur	Nr.	Decrement für 2 Min.	Mittlere Temperatur
1	0,1374	8,94°	1	0,1290	8,99°
2	0,1377	8,86	2	0,1284	9,05
3	0,1367	8,92	3	0,1279	9,06
4	0,1376	9,14	4	0,1281	9,06
5	0,1377	9,06	5	0,1288	9,02
5	0,1367	9,09	6	0,1275	9,05
7	0,1370	9,23	7	0,1284	9,11
8	0,1369	8,96	8	0,1290	9,08
9	0,1362	8,95	9	0,1282	9,07
10	0,1378	9,00	10	0,1282	9,11
	0,1372	9,01°		0,1283	9,06°

$$\begin{aligned} \text{also } \alpha &= 0,3158, & \beta &= 0,1477, \\ \text{mittlere Temperatur: } & 9,04^\circ, \\ c_{9,04^\circ} &= 0,1710, & 2a &= 1,049 \text{ cm}, \\ \rho &= 1,627, & 2b &= 1,065 \\ & & 2c &= 4,596 \\ K_{9,04^\circ} &= 0,4005. \end{aligned}$$

Bestimmung des electrischen Leitungsvermögens.

Zur Messung des Widerstandes wurde, wie schon erwähnt, die Wheatstone'sche Drahtverzweigung zu Hülfe genommen. Der Messdraht wurde in Bezug auf Querschnitt und Homogenität sorgfältig untersucht. Drei der untersuchten Kohlenstäbe hatten einen Widerstand von der Grössenordnung 0,02 Ohm; als Vergleichswiderstand dienten für diese Unter-

suchung zwei hintereinander geschaltete Normalwiderstände von je 0,01 Ohm, geprüft von der Reichsanstalt in Berlin. Der Graphitstab dagegen hatte einen Widerstand von der Grösse 0,4 Ohm; zur Messung desselben wurde ein Präcisionswiderstand aus Nickelin angewandt. Die Kohlenstücke selbst wurden an ihren zwei Basisflächen mit einer feinen Kupferschicht bedeckt; dies wurde auf galvanischem Wege erreicht, indem die zwei Endquerschnitte der Stäbe eine verdünnte Kupfersulfatlösung berührten, durch welche während zwölf Stunden ein Strom von 0,01 Amp. geschickt wurde. Der so erhaltene Kupferniederschlag ist sehr fein und haftet an der Kohle fest, sodass ein guter Contact vorhanden ist; es wurden dann diese zwei Endquerschnitte angelöthet an dicke Kupferelektroden von 1,5 cm² Querschnitt und 4 cm Länge, deren sorgfältig amalgamirte Enden in Quecksilbernäpfchen tauchten. Die Messung wurde für zwei verschiedene Temperaturen vorgenommen, sodass dann die Variation des Widerstandes, somit des Leitungsvermögens mit der Temperatur genau bekannt war.

Die gefundenen Resultate ¹⁾ sind in der folgenden Tabelle enthalten:

	Temperatur	Widerstände	Temperaturcoefficient	Electrisches Leitungsvermögen
Graphit {	14,12°	0,34723	—0,000597	$K_{6,84^{\circ}} = 13,049 \times 10^{-9}$
	0,325	0,35013		
Bogenlichtkohle {	15,05	0,022498	—0,000341	$K_{7,83^{\circ}} = 267,88 \times 10^{-9}$
von Paris {	0,263	0,022612		
Bogenlichtkohle {	14,80	0,028192	—0,000312	$K_{9,04^{\circ}} = 146,32 \times 10^{-9}$
von Siemens & Halske {	0,321	0,028320		
Retortenkohle {	14,88	0,022172	—0,000170	$K_{9,04^{\circ}} = 185,36 \times 10^{-9}$
	0,369	0,022227		

Zusammenstellung der Resultate.

In der folgenden Tabelle bedeute T die Temperatur; K_w das Wärmeleitungsvermögen; K_e das electrische Leitungsvermögen; c_1 die specifische Wärme der Volumeneinheit.

1) Vgl. Cellier, Inaugural-Dissertation Zürich 1896.

	T	c_1	K_w	K_e	$\frac{K_w}{K_e}$
Graphit	6,84°	0,3055	0,701	$13,049 \times 10^{-9}$	$53,72 \times 10^6$
Retortenkohle	9,04	0,2782	0,400	$185,36 \times 10^{-9}$	$2,158 \times 10^6$
Pariser Bogenlichtkohle	{ 7,83	0,2667	0,494	$267,88 \times 10^{-9}$	$1,844 \times 10^6$
Bogenlichtkohle v. Siemens & Halske	{ 9,04	0,2488	0,367	$146,32 \times 10^{-9}$	$2,509 \times 10^6$

Hr. Prof. Weber¹⁾ fand für die Metalle, dass

$$(1) \quad \frac{K_w}{K_e} = a + b c_1,$$

wo

$$a = 5,28 \times 10^4$$

$$b = 8,19 \times 10^4$$

Die Tabelle der Werthe des Quotienten K_w/K_e zeigt deutlich, dass eine solche Beziehung (1) für die Kohle nicht existirt; ferner kann die Kohle durchaus nicht mit den Metallen verglichen werden, da ja für diese das Verhältniss K_w/K_e variirt zwischen $0,07 \times 10^6$ und $0,12 \times 10^6$, und für jene zwischen $1,8 \times 10^6$ und $53,72 \times 10^6$. Das Wärmeleitungsvermögen ist 15 bis 20mal grösser, als dasjenige, das man aus obiger Relation mittels der specifischen Wärme und des electrischen Leitungsvermögens ausrechnen würde. *Es scheint also diese Relation zwischen den zwei Leitungsvermögen an die metallische Natur der Substanzen gebunden zu sein.*

Zürich, Eidgen. Physik. Institut, März 1897.

1) Weber, Vierteljahrscr. d. Zürich. Naturf. Gesellsch. 25. 1880.