I. *Ueber das mechanische Aequivalent einer elektrischen Entladung und die dabei stattfindende Erwärmung des Leitungsdrahtes;*
von R. Clausius.

In ähnlicher Weise, wie durch Anwendung von Wärme mechanische Arbeit vollbracht werden kann, lassen sich bekanntlich auch durch elektrische Ströme theils mancherlei mechanische Wirkungen, theils Wärme hervorrufen. Alle diese Erscheinungen bieten schon an sich ein großes Interesse dar, welches durch die practischen Anwendungen, die man von ihnen gemacht hat, oder möglicher Weise machen kann, noch bedeutend erhöht wird; dazu kommt aber noch, daß gerade diese Wirkungen einer streng mathematischen Behandlung fähig sind, und daher zu einer Untersuchung ihres inneren Zusammenhanges unter sich und mit der wirkenden Ursache besonders geeignet erscheinen.

Auch sind sie in der That schon mehrfach zum Gegenstande solcher Untersuchungen gemacht. Dabei hat man gewöhnlich die *galvanische* Elektricität und den *Electromagnetismus*, welche zu jenen Wirkungen am häufigsten und im größten Maasstabe angewandt werden, auch am speciellsten ins Auge gefaßt. Es scheint mir indessen zweckmäßiger zu seyn, dergleichen Untersuchungen mit der *Maschinenelektricität* zu beginnen, denn, wenn diese auch für die *mathematische Behandlung* mehr Schwierigkeiten darbietet, so ist sie doch dem *Principe* nach einfacher, da man es bei ihr nur mit Elektricität, ohne Neben-

wirkungen von chemischer Action und Magnetismus, zu thun hat.

Ich habe im Nachfolgenden versucht, *die durch eine elektrische Entladung hervorgebrachten Wirkungen auf ein bestimmtes durch die Grundsätze der Mechanik gebotenes Maafs zu bringen*, und habe das so gefundene Resultat für einige einfache Fälle mit der Erfahrung verglichen. Dabei hat sich, wie man sehen wird, eine so genügende Uebereinstimmung ergeben, dafs dadurch meiner Ansicht nach der aufgestellte Satz nicht nur für die Elektrizitätslehre unzweifelhaft wird, sondern auch eine neue Bestätigung der mechanischen Wärmetheorie darbietet.

Sey irgend ein System materieller Punkte mit den Massen m, m', m'' etc. gegeben, welche zu einer bestimmten Zeit t in einem rechtwinklichen Coordinatensysteme die Coordinaten $x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z''$ etc. haben. Auf diese Massen wirke ein System gegebener Kräfte, und es seyen die Componenten der auf m wirkenden Gesamtkraft mit X, Y, Z , ebenso für m' mit X', Y', Z' u. s. f. bezeichnet. Die Punkte seyen entweder ganz frei beweglich, oder in ihrer Bewegung beschränkt, welches letztere sowohl dadurch bewirkt seyn kann, dafs die Punkte irgend wie unter einander in Verbindung stehen, als auch dadurch, dafs für ihre Bewegungen von aussen her gewisse Bedingungen gegeben sind, wie z. B. wenn einer der Punkte gezwungen wäre, in einer bestimmten Fläche oder Linie zu bleiben. Nur dürfen die Bedingungen nicht der Art seyn, dafs durch sie allein ohne eine der gegebenen Kräfte schon eine Bewegung entstehen müfste, was z. B. der Fall seyn würde, wenn die vorher erwähnte Fläche oder Linie, welche der eine Punkt nicht verlassen kann selbst in Bewegung wäre; oder der Art, dafs durch die Bewegung der gegebenen Massen auch andere, nicht in dem Systeme mit einbegriffene materielle Massen mit in Bewegung gesetzt würden. D. h. mit anderen Worten: *es müssen alle bewegenden Kräfte und alle durch diese Kräfte bewegten Massen explicite gegeben seyn*. Bezeichnet

man dann endlich noch die Geschwindigkeiten der Massen m, m', m'' etc. zur Zeit t mit v, v', v'' etc., so gilt folgender allgemeiner Satz:

$$(1.) \quad \frac{1}{2} \sum m d(v^2) = \sum (X dx + Y dy + Z dz)$$

worin die Summenzeichen $\sum$ sich auf alle in dem Systeme enthaltenen Massen mit den dazu gehörigen Coordinaten, Kräften und Geschwindigkeiten beziehen.

In dieser Gleichung ist die linke Seite sogleich integrabel, und auch die rechte Seite wird, wenn sie es in ihrer gegenwärtigen Form noch nicht seyn sollte, jedenfalls dadurch integrabel, dafs man die Gröfsen $x, y, z; x', y', z'$ etc. nicht als *unabhängige* Veränderliche, sondern, wie sie es in der That sind, *sämmtlich als Functionen einer und derselben Veränderlichen, nämlich der Zeit t* betrachtet. Man erhält also

$$\frac{1}{2} \sum m v^2 = \int \sum (X dx + Y dy + Z dz) + \text{Const.},$$

oder, wenn man die zu irgend einer Anfangszeit t_0 vorhandenen Geschwindigkeiten mit v_0, v'_0, v''_0 etc. bezeichnet, und diese Anfangszeit auch als untere Gränze für das Integral nimmt:

$$(2.) \quad \frac{1}{2} \sum m v^2 - \frac{1}{2} \sum m v_0^2 = \int_{t_0}^t \sum (X dx + Y dy + Z dz).$$

Die in diesen Gleichungen vorkommenden Gröfsen sind in der Mechanik sehr gebräuchlich, und haben daher besondere Namen erhalten. Was die auf der linken Seite befindliche anbetrifft, so nennt man bekanntlich das Product mv^2 die lebendige Kraft der Masse m , und demnach würde $\sum mv^2$ die lebendige Kraft des ganzen Systemes seyn. Es kommt aber hier nur die Hälfte dieser Gröfse vor, und da dasselbe auch im Folgenden immer stattfinden wird, und ebenso in den meisten sonstigen mechanischen Betrachtungen stattfindet, so wollen wir, wie es auch schon von anderen Autoren geschehen ist, die Gröfse $\frac{1}{2} \sum mv^2$ die lebendige Kraft des Systemes nennen.

Die Gröfse auf der rechten Seite können wir zunächst auf eine etwas einfachere Form bringen. Sey ds das Bahnelement, welches die Masse m während der Zeit dt beschreibt, und von welchem dx , dy , dz die senkrechten Projectionen auf die drei Coordinatenaxen sind, sey ferner S die in die Richtung dieser Bewegung fallende Componente der auf m wirkenden Gesamtkraft, so ist:

$$Sds = Xdx + Ydy + Zdz,$$

und diese Gröfse Sds nennt man bekanntlich in der Mechanik *die von der auf m wirkenden Kraft während der Zeit dt geleistete Arbeit*, wobei zu bemerken ist, daß diese Arbeit als positiv oder negativ betrachtet werden muß, je nachdem das Bahnelement ds mit der Kraft S gleichgerichtet oder ihr entgegengerichtet ist.

Unter Anwendung dieser Namen läßt sich die Bedeutung der vorigen Gleichungen folgendermaßen aussprechen: *die während irgend einer Zeit in dem Systeme entstandene Vermehrung der lebendigen Kraft ist gleich der während derselben Zeit in dem Systeme geleisteten Arbeit.*

Die Bestimmung der Arbeit läßt sich in besonderen, aber sehr häufig vorkommenden Fällen bedeutend vereinfachen.

Es möge nämlich ein Theil der gegebenen Kräfte aus während der ganzen Zeit gleichbleibenden Anziehungen oder Abstufungen bestehen, welche die gegebenen materiellen Punkte entweder von fremden Punkten erleiden, welche letzteren dann aber unbeweglich seyn müssen, oder unter einander ausüben, und jede dieser Kräfte möge ihrer Stärke nach *nur von der Entfernung* und nicht von der sonstigen Lage der wirksamen Punkte abhängen, übrigens aber eine *beliebige* Function der Entfernung seyn. Alsdann ist der auf diese Kräfte bezügliche Theil der ganzen Summe, welcher mit

$$\Sigma_1 (Xdx + Ydy + Zdz)$$

bezeichnet werde, nicht bloß dadurch ein vollständiges Differential, daß man alle darin vorkommenden Gröfsen

als Functionen der einen Veränderlichen t betrachten kann, sondern bleibt es auch, wenn man die einzelnen Größen $x, y, z; x', y', z'$ etc., soweit es die oben erwähnten beschränkenden Bedingungen, denen das System in seiner Bewegung überhaupt unterworfen ist, gestatten, als *unabhängige* Veränderliche betrachtet. Daraus folgt, daß der Werth des Integrals

$$\int \Sigma_1 (X dx + Y dy + Z dz)$$

vollkommen bestimmt ist, wenn man die Anfangs- und Endwerthe von $x, y, z; x', y', z'$ etc. kennt, ohne daß man die Art der Bewegung, durch welche die Massen m, m' etc. aus der einen Stellung in die andere gelangt sind, näher zu kennen braucht.

Sey ferner noch specieller angenommen, daß die *äußern* Kräfte zum Theil von einem Systeme feststehender Massen μ, μ', μ'' etc. ausgehen und *den Quadraten der Entfernungen umgekehrt proportional* seyen, so daß, wenn ϱ den Abstand der Massen m und μ von einander bedeutet, $\pm \frac{m\mu}{\varrho^2}$ die zwischen ihnen wirksame Kraft ist, welche positiv oder negativ gesetzt wird, je nachdem sie in Anziehung oder Abstofsung besteht. Alsdann ist für diesen Theil Σ_2 der ganzen Summe:

$$(3.) \int \Sigma_2 (X dx + Y dy + Z dz) = \Sigma \pm \frac{m\mu}{\varrho} + \text{Const.},$$

wobei das Summenzeichen der rechten Seite sich auf alle möglichen Combinationen von je einer Masse des gegebenen mit einer Masse des fremden Systems bezieht.

Sey ebenso für einen Theil der *gegenseitigen* Einwirkungen der Massen des gegebenen Systems angenommen, daß sie *den Quadraten der Entfernungen umgekehrt proportional* seyen, so daß, wenn r den Abstand der Massen m und m' von einander bedeutet, $\pm \frac{mm'}{r^2}$ die zwischen ihnen stattfindende Anziehung oder Abstofsung ist. Alsdann ist für diesen Theil Σ_3 der ganzen Summe:

$$(4.) \int \Sigma_3 (X dx + Y dy + Z dz) = \Sigma \pm \frac{mm'}{r} + \text{Const.},$$

wobei das Summenzeichen der rechten Seite sich auf alle Combinationen der gegebenen Massen zu je zweien bezieht.

Nun ist aber $\Sigma \pm \frac{m\mu}{q}$ das Potential des fremden Massensystems auf das gegebene ¹⁾, und $\Sigma \pm \frac{m\mu'}{r}$ das Potential des gegebenen Massensystems auf sich selbst, und somit bestehen die beiden zuletzt erwähnten Theile der Arbeit einfach in der Vergrößerung dieser Potentiale.

Zu diesen Sätzen, welche zwar aus der Mechanik bekannt sind, hier aber doch im Zusammenhange vorausgeschickt werden mußten, fügen wir noch den hinzu, *dafs die Wärme in einer Bewegung der kleinsten Theilchen der Körper bestehe, und das Maafs der lebendigen Kraft dieser Bewegung sey*, so dafs wir also, wenn irgend wo in dem gegebenen Systeme Wärme erzeugt wird, dieses als eine Vermehrung der lebendigen Kraft in Rechnung bringen können; und damit wenden wir uns nun zur Betrachtung der Elektrizität.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dafs die Gleichung (2.), welche ursprünglich für die Bewegungen ma-

- 1) Man bezeichnet gewöhnlich nach Gauß die Gröfse $\pm \frac{\mu}{q}$, wenn q der Abstand der Masse μ von einem Punkte o ist, als das Potential jener Masse auf diesen Punkt, d. h. man bezieht das Potential nicht auf die in o etwa wirklich befindliche Masse m , sondern auf eine dort gedachte Masseneinheit. Diese Gröfse $\pm \frac{\mu}{q}$ ist allerdings von solcher Wichtigkeit in der Mechanik, dafs sie einen eigenen Namen erhalten mußte; ebenso ist aber auch, wie man sieht, die Gröfse $\pm \frac{m \cdot \mu}{q}$ von grofser Bedeutung, so dafs auch für sie das Bedürfnifs einer kurzen Bezeichnung stattfindet, und sie wird daher zuweilen ebenfalls Potential genannt. Dieser doppelte Gebrauch desselben Wortes kann indessen leicht zu Mißverständnissen führen, und ich habe daher zur Unterscheidung schon in meinem früheren Aufsätze (S. 163 dieses Bandes) für $\pm \frac{\mu}{q}$ den älteren von Green eingeführten Ausdruck *Potentialfunction* beibehalten, so dafs der Ausdruck *Potential* ausschließlich für die Gröfse $\pm \frac{m\mu}{q}$ bleibt.

terieller Massen aufgestellt ist, sich auch auf die Bewegung der *Elektricität* innerhalb der materiellen Massen anwenden läßt, wie dieses schon von Helmholtz sehr allgemein ausgesprochen und zum Theil auch ausgeführt ist'). Um aber der in dieser Gleichung vorkommenden Gröfse $\frac{1}{2} \sum mv^2$ eine ganz allgemein gültige, die Bewegung der materiellen Massen und der Elektricität zugleich umfassende Bedeutung zu geben, müßten wir zunächst darüber entscheiden, ob die Elektricität Beharrungsvermögen besitze, so daß man der bewegten Elektricität auch lebendige Kraft zuschreiben könne. Diese Frage ist offenbar für die ganze Elektricitätslehre von großer Wichtigkeit; dessenungeachtet wollen wir sie an dieser Stelle unerörtert lassen, weil ihre Beantwortung auf die hier beabsichtigte Untersuchung ohne Einfluß ist.

Vergleicht man nämlich die Arbeit, welche die Elektricität bei irgend einer Aenderung ihrer Anordnung leistet, mit den oben angeführten Fällen, so findet man leicht, daß sie in den letzten Fall mit einbegriffen ist, indem die bei dieser Arbeit wirksamen Kräfte nur aus Anziehungen und Abstofsungen der Elektricitätstheilchen unter einander bestehen, und diese den Quadraten der Entfernungen umgekehrt proportional sind. Daraus folgt unmittelbar, *daß jene Arbeit von der Art, wie die Aenderung geschieht, unabhängig und nur von dem Anfangs- und Endzustande abhängig ist, und daß sie durch die Zunahme des Potentials der gesammten Elektricität auf sich selbst gemessen wird* ²⁾).

1) *Ueber die Erhaltung der Kraft*, eine physikalische Abhandlung von Dr. H. Helmholtz. Berlin bei G. Reimer. 1847. Es ist zu bedauern, daß der Verf. dieser sinnreichen Schrift den Gegenstand nicht mehr ins Einzelne verarbeitet hat. Dadurch ist es gekommen, daß einige Stellen, wie es mir scheint, ungenau, und andere, wenigstens für mich, schwer verständlich geworden sind, was übrigens bei dem Gedankenreichtume, welchen er in einen engen Raum zusammengedrängt hat, leicht möglich war.

2) Helmholtz giebt in einem von ihm als Beispiel gewählten Falle (S. 40 seiner Schrift) für die Arbeit den Ausdruck:

$$- \left(V + \frac{W_a + W_b}{2} \right),$$

Demnach brauchen wir im Folgenden nicht den veränderlichen Zustand *während* einer Entladung, sondern nur die constanten Zustände *vor* und *nach* derselben zu betrachten, und da in diesen beiden Zuständen die Elektricität in Ruhe ist, so braucht die Frage, ob die bewegte Elektricität lebendige Kraft habe, hier gar nicht zur Sprache zu kommen.

Ebenso ist es unnöthig, hier zu entscheiden ob es Eine oder zwei Elektricitäten giebt; denn dafs die Anziehungen und Abstofsungen so stattfinden, *als ob* es zwei Elektricitäten gäbe, ist hinlänglich erwiesen, und wir können daher hier, wo es sich nur um diese *Kräfte* handelt, immer von zwei Elektricitäten als den Trägern dieser Kräfte sprechen, ohne ihnen deshalb eine wirkliche Existenz zuzuschreiben.

Aufser der vorher erwähnten, von den elektrischen Anziehungs- und Abstofsungs-Kräften selbst geleisteten Arbeit, welche durch die Zunahme des Potentials gemessen wird, finden bei der Entladung noch mancherlei andere Wirkungen statt, bei welchen fremde Kräfte in Betracht kommen, und von denen ich einige der gewöhnlichsten hier anführen will.

Es springen an Einer oder mehreren Stellen elektrische Funken über, wobei eine Luftschicht oder ein anderer nichtleitender Körper, von der Elektricität durchbrochen wird. — Wenn der elektrische Strom an einer Stelle durch einen sehr dünnen Draht geht, so erleidet dieser mechanische Veränderungen, welche von kleinen, kaum merkbaren Einknickungen bis zum vollständigen Zerstäuben variiren können. — Wenn der Strom durch elektrolytische Körper geht, so treten chemische Zersetzungen ein. — In

während bei derselben Bedeutung der Buchstaben die Zunahme des Potentials durch

$$-(V + W_0 + W_1)$$

ausgedrückt werden mufs. Diese Abweichung von dem obigen Satze ist aber nur dadurch entstanden, dafs er das Potential einer Masse auf sich selbst doppelt so groß rechnet, als es in der That ist. Weiterhin, wo er statt der Potentiale Größen einführt, welche den Potentialfunctionen entsprechen, stimmen seine Formeln mit den meinigen überein.

Körpern, welche sich in der Nähe des Systems befinden, können Inductionströme oder magnetische Wirkungen hervorgerufen werden — etc.

Diese Wirkungen müssen in Bezug auf die bei ihnen in Betracht kommenden Kräfte als *negative* Arbeit gerechnet werden, indem das Wesen der Wirkungen gerade darin besteht, daß die entsprechenden Kräfte, wie z. B. im ersten Falle der Widerstand der Luftschicht oder des sonst durchbrochenen Körpers, im zweiten die Festigkeit des Drahtes etc. *überwunden* werden, und also Bewegungen eintreten, welche den Kräften *entgegengerichtet* sind. Hat man alle diese Arbeitsgrößen mit der Zunahme des Potentials in eine algebraische Summe vereinigt, so bildet diese das Glied auf der rechten Seite der Gleichung (2.), nämlich der Gleichung:

$$\frac{1}{2} \sum m v^2 - \frac{1}{2} \sum m v_0^2 = \int_{t_0}^t \Sigma (X dx + Y dy + Z dz),$$

während das Glied auf der linken Seite die in dem ganzen Systeme durch die Entladung entstandene Vermehrung der lebendigen Kraft darstellt. Auch diese letztere kann von doppelter Art seyn. Erstens können unter geeigneten Umständen durch die elektrischen Anziehungen und Abstosungen wirklich sichtbare Bewegungen der materiellen Massen des Systems entstehen, zweitens und hauptsächlich wird durch den Strom in den Leitern Wärme erzeugt.

Denken wir uns in der letzten Gleichung alle vorher erwähnten negativen Arbeitsgrößen als positive auf die linke Seite gebracht, so daß auf der rechten nur die Zunahme des Potentials bleibt, so können wir den in der Gleichung enthaltenen Satz sehr übersichtlich so aussprechen:

Die Summe aller durch eine elektrische Entladung hervorgebrachten Wirkungen ist gleich der dabei eingetretenen Zunahme des Potentials der gesamten Elektrizität auf sich selbst,

wobei unter *elektrischer Entladung* jede Aenderung in der Anordnung der Elektrizität verstanden wird, durch welche

der elektrische Zustand der verschiedenen Theile eines Systems von leitenden Körpern, unter welche auch die Erde mit einbegriffen seyn kann, sich ganz oder theilweise ausgleicht.

Wir wollen nun diesen allgemeinen Satz, welcher in Folgenden immer kurz der Hauptsatz genannt werden soll, auf den speciellen Fall einer Leidener Flasche, oder einer aus Leidener Flaschen zusammengesetzten Batterie anwenden, denn dieser Fall ist wegen seiner häufigen Benutzung von besonderer Wichtigkeit, und gewährt die meiste Gelegenheit, die Theorie mit der Erfahrung zu vergleichen. In der letzteren Beziehung bietet besonders die von Riefs mit der größten Sorgfalt, Umsicht und Consequenz durchgeführte Reihe von Untersuchungen ein ebenso reichhaltiges als zuverlässiges Material dar, und die Vergleichung desselben mit dem Hauptsatze wird noch dadurch sehr erleichtert, daß Riefs selbst aus den von ihm beobachteten Thatsachen ganz bestimmt formulierte Gesetze abgeleitet hat.

Es möge zuerst der *Werth des Potentials* bei einer geladenen Leidener Flasche oder Batterie näher bestimmt werden.

Um dabei die Anschauung zu erleichtern, wollen wir von der Betrachtung einiger einfacher specieller Fälle in Bezug auf die Form der Flasche ausgehen, und die dabei gefundenen Ausdrücke dann zur Ableitung des allgemeinen Ausdruckes benutzen. Als erste Form wählen wir eine solche, die zwar in der Wirklichkeit nicht vorkommen kann, aber doch im Wesentlichen unter denselben Gesetzen stehen muß, wie die gewöhnlichen Leidener Flaschen, und zu außerordentlich einfachen Resultaten führt. Das Glasgefäß soll nämlich *eine geschlossene Hohlkugel* mit überall gleicher Glasdicke bilden, und auf ihrer ganzen inneren und äußeren Fläche mit Stanniol belegt seyn. Der innern Fläche sey auf irgend eine Weise die Elektrizitätsmenge Q mitgetheilt, wobei als Einheit diejenige positive Elektrizitätsmenge genommen ist, welche auf eine ebenso große positive Elektrizitätsmenge in der Einheit der Entfernung

die Einheit der abstossenden Kraft ausübt. Die äussere Belegung stehe mit der Erde in leitender Verbindung und die Elektrizitätsmenge, welche sie von derselben aufnimmt, heisse allgemein Q' .

In diesem Falle ist es einleuchtend, dass sowohl Q als auch Q' sich *gleichförmig* über die beiden Flächen verbreiten müssen, und dadurch wird die Bestimmung der Potentialfunctionen und des Potentials sehr erleichtert.

Die Potentialfunction V irgend einer Elektrizitätsmenge Q in Bezug auf einen Punkt O , wird allgemein durch die Gleichung

$$V = - \int \frac{dq}{r}$$

bestimmt, worin dq ein Elektricitätselement, und r der Abstand desselben vom Punkte O ist, und das Integral sich über die ganze Menge Q erstreckt. Für den besondern Fall aber, wo Q über eine Kugelfläche gleichförmig verbreitet ist, bedürfen wir dieser allgemeinen Gleichung nicht, sondern können folgende zwei bekannte Sätze anwenden. 1) Innerhalb der Kugel ist die Potentialfunction überall gleich, nämlich, wenn r der Radius der Kugel ist:

$$V = - \frac{Q}{r}.$$

2) Ausserhalb der Kugel in einem Abstände R vom Mittelpunkte ist die Potentialfunction

$$V = - \frac{Q}{R}.$$

Auf der Oberfläche geben beide Ausdrücke denselben Werth, und hier gelten daher beide Sätze gleichzeitig. In unserem Falle bilden die Belegungen zwei concentrische Kugelflächen, deren Radien a und $a+c$ heissen mögen, so dass c die Glasdicke bedeutet. Betrachten wir nun einen Punkt der innern Belegung, so können wir hier in Bezug auf beide Kugelflächen den ersten Satz anwenden, und erhalten also, wenn wir die Potentialfunctionen beider Elektrizitätsmengen Q und Q' zusammenfassen: -

$$(5.) \quad V = - \frac{Q}{a} - \frac{Q'}{a+c}.$$

In einem Punkte der äußeren Belegung gilt dagegen für beide Kugelflächen der zweite Satz, und wenn wir die Potentialfunction hier mit V' bezeichnen, so kommt:

$$(6.) \quad V' = -\frac{Q}{a+c} - \frac{Q'}{a+c}.$$

Durch die Bedingung, daß die äußere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung stehe, besitzen wir ein Mittel, die Elektrizitätsmenge Q' zu bestimmen. Es besteht bekanntlich der Satz, daß, wenn mehrere leitende Körper leitend unter sich verbunden sind, dann das Gleichgewicht der Elektrizität sich so herstellt, daß die Potentialfunction im Innern des ganzen Systems denselben Werth hat. Da nun in der Erde, wo sich im Allgemeinen gleich viel positive und negative Elektrizität befindet, die Potentialfunction Null ist, so muß dasselbe auch auf der äußeren Belegung der Fall seyn. Man hat also:

$$V' = 0,$$

und somit nach (6.):

$$Q' = -Q$$

und dadurch geht (5.) über in:

$$(7.) \quad V = -Q \frac{c}{a(a+c)},$$

oder, wenn man den Bruch nach c entwickelt, und zugleich den Flächeninhalt der inneren Belegung, also $4a^2\pi$, mit S bezeichnet, in:

$$(7a.) \quad V = -\frac{Q}{S} 4\pi c \left(1 - \frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2} - \text{etc.}\right)$$

Von hier aus können wir nun leicht das Potential der gesammten Elektrizität auf sich selbst bestimmen. Das Potential W einer gegebenen Elektrizitätsmenge auf sich selbst ist nämlich allgemein:

$$W = -\frac{1}{2} \iint \frac{dq \cdot dq'}{r},$$

worin dq und dq' irgend zwei Elemente der Elektrizität sind, r den Abstand derselben bezeichnet, und die Integrale sich beide über die ganze gegebene Menge erstrecken.

Der Factor $\frac{1}{2}$ muß deshalb hinzugefügt werden, weil in dem Doppelintegrale jede Combination von je zwei Elementen dq und dq' zweimal vorkommt. Da nun

$$-\int \frac{dq}{r} = V$$

ist, so kann man statt des vorigen Ausdruckes auch schreiben:

$$(8.) \quad W = \frac{1}{2} \int V dq.$$

Nun ist aber, wie oben erwähnt, in jedem zusammenhängenden leitenden Körper die Potentialfunction constant, und läßt sich daher aus dem Integralzeichen herausnehmen, und das dann noch bleibende Integral stellt einfach die auf dem Körper befindliche Elektricitätsmenge dar. Wenn wir dieses auf die beiden Belegungen einer Leidener Flasche mit den Potentialfunctionen V und V' an, so erhalten wir als Gesamtpotential der beiden Quantitäten Q und Q' auf sich selbst:

$$(9.) \quad W = \frac{1}{2} (Q \cdot V + Q' \cdot V'),$$

und wenn wir hierin für unseren speciellen Fall $V' = 0$ setzen, und an die Stelle von V den in (7.) oder (7_a.) gegebenen Werth substituiren, so erhalten wir als das gesuchte Potential bei einer geladenen *kugelförmigen* Flasche:

$$(10.) \quad W = -Q^2 \cdot \frac{c}{2a(a+c)},$$

oder:

$$(10_a.) \quad W = -\frac{Q^2}{8} 2\pi c \left(1 - \frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2} - \text{etc.}\right)$$

Als die nächst einfachste Form der Leidener Flasche kann die sogenannte *Franklin'sche Tafel mit kreisförmigen Belegungen* gelten. Diese Form habe ich in dem schon erwähnten früheren Aufsätze specieller betrachtet, und ich will von den dort gewonnenen Resultaten hier nur eins anführen, welches dem vorigen Beispiele entspricht, nämlich für den Fall, wo die eine Belegung mit der Erde in Verbindung steht, während der anderen die Elektricitätsmenge Q zugeführt wird. Dann ist auf der ersteren der

Werth der Potentialfunction natürlich Null, und auf der letztern ist er nach Gleichung (68.) (S. 203 dieses Bandes) wenn c die Glasdicke und a den Radius des Kreises darstellt:

$$V = -Q \frac{4c}{a^2} \left[1 - \frac{c}{a\pi} \left(\log \frac{17,68a}{c} + 2 \right) \right],$$

wofür man, wenn man den Flächeninhalt der einen Belegung, also hier $a^2 \pi$, mit S bezeichnet, schreiben kann:

$$(11.) \quad V = -\frac{Q}{S} 4\pi c \left[1 - \frac{c}{a\pi} \left(\log \frac{17,68a}{c} + 2 \right) \right].$$

Um hieraus das Potential der gesammten Elektricität auf sich selbst abzuleiten, braucht man wieder nur mit $\frac{1}{2} Q$ zu multipliciren, also:

$$(12.) \quad W = -\frac{Q^2}{S} 2\pi c \left[1 - \frac{c}{a\pi} \left(\log \frac{17,68a}{c} + 2 \right) \right].$$

Vergleicht man die Ausdrücke (11.) und (12.) mit (7a.) und (10a.), so sieht man, daß die Hauptglieder, nämlich $-\frac{Q}{S} 4\pi c$ und $-\frac{Q^2}{S} 2\pi c$ in beiden Fällen übereinstimmen, und die Abweichung erst in den Gliedern eintritt, welche in Bezug auf c von höherer, als erstér Ordnung sind, und daher wenn c gegen die Dimensionen der Belegungen sehr klein ist, vernachlässigt werden können. Dasselbe findet im Allgemeinen auch, wie sich leicht nachweisen läßt, bei jeder anderen Leidener Flasche statt, in welcher die Glasdicke überall gleich, also c constant ist. Vernachlässigt man daher die Glieder höherer Ordnung, so erhält man die Gleichungen:

$$(13.) \quad V = -\frac{Q}{S} 4\pi c$$

$$(14.) \quad W = -\frac{Q^2}{S} 2\pi c,$$

mittelst deren man Flaschen von verschiedener Form, Größe und Glasdicke unter einander vergleichen kann, wenn sie nur jener Bedingung, daß Glasdicke c in jeder constant ist, genügen, was freilich bei den gewöhnlich angewandten Flaschen nur zum Theil der Fall ist.

Wenn man nicht verschiedene Flaschen, sondern, wie es in der Praxis häufig vorkommt, eine aus lauter *gleichen* Flaschen zusammengesetzte Batterie anwendet, und bei dieser den Flächeninhalt der Belegungen nur dadurch ändert, daß man die *Anzahl* der Flaschen vermehrt oder vermindert, so kann man die dabei vorkommenden verschiedenen Fälle unter einander vergleichen, ohne die Glieder höherer Ordnung zu vernachlässigen, oder jene beschränkende Annahme in Bezug auf die Glasdicke zu machen.

Wie nämlich auch eine Flasche beschaffen sey, so kann man doch, wenn s die Fläche ihrer innern Belegung, und q die darauf befindliche Elektrizitätsmenge ist, setzen:

$$(15.) \quad V = -\frac{q}{s} k$$

$$(16.) \quad W = -\frac{q^2}{s} \cdot \frac{k}{2}$$

worin k eine von der Natur der Flasche abhängige Constante bedeutet, welche zwar nicht unmittelbar bekannt, aber jedenfalls für gleiche Flaschen gleich, und außerdem in Bezug auf die mittlere Glasdicke von der ersten Ordnung ist.

Nun seyen n solcher Flaschen genommen, und, nachdem sie gleich stark geladen sind, alle inneren und alle äußeren Belegungen unter sich verbunden. Dann wird, wenn wir von dem Einflusse, den die verschiedenen Flaschen, falls sie zu nahe stehen, etwa auf einander ausüben, und von dem Einflusse der auf den Verbindungsstücken befindlichen Elektrizität absehen, in Bezug auf die *Potentialfunction* durch die Verbindung keine Aenderung eintreten, das *Potential* dagegen in der ganzen Batterie n mal so großen Werth haben, als in jeder einzelnen Flasche. Bezeichnet man also die Fläche der gemeinsamen inneren Belegung mit S , und die gesammte darauf befindliche Elektrizitätsmenge mit Q , so braucht man, um die Größen V und W für die ganze Batterie zu erhalten, in den vorigen Gleichungen nur für q seinen Werth $\frac{Q}{n}$ und für s seinen

Werth $\frac{S}{n}$ zu setzen, und die zweite Gleichung mit n zu multipliciren. Dabei hebt sich n in beiden Gleichungen fort, und es kommt wieder:

$$(17.) \quad V = -\frac{Q}{S} k$$

$$(18.) \quad W = -\frac{Q^2}{S} \cdot \frac{k}{2}.$$

Betrachten wir hiernach das Potential einer geladenen Leidener Flasche oder Batterie als bekannt, so ist dadurch auch die bei der Entladung stattfindende Zunahme des Potentials und somit die von der Elektrizität geleistete Arbeit gegeben. Geht nämlich die Entladung nur *theilweise* vor sich, und bezeichnet man das Potential des Rückstandes mit W_1 , so ist die geleistete Arbeit

$$(19.) \quad = W_1 - W$$

welches, da W und W_1 stets negativ sind, und W_1 einen kleineren absoluten Werth als W hat, eine positive Gröfse ist. Tritt dagegen eine *vollständige* Entladung ein, so muß man $W_1 = 0$ setzen, und daher ist dann die geleistete Arbeit

$$(20.) \quad = -W.$$

Wir wollen nun die durch die Entladung hervorgebrachten Wirkungen betrachten.

Das Eintreten der Entladung denken wir uns dadurch veranlaßt, daß von der einen Belegung zur andern ein aus leitenden Körpern bestehender Schließungsbogen führe, welcher vorher unterbrochen war, und dessen Enden jetzt einander, entweder bis zum Ueberspringen eines Funkens, oder bis zur vollständigen Berührung, genähert werden. Dabei findet eigentlich schon während der Annäherung eine Mitwirkung der Elektrizität statt, indem die Enden des Schließungsbogens vermöge der auf ihnen befindlichen Elektrizität einander anziehen, und dadurch die Annäherung erleichtern. Diese Wirkung ist aber in unserem Falle, wo der grösste Theil der Elektrizität auf den Belegungen gebunden ist, und daher zu jener Anziehung nicht

nicht beitragen kann, jedenfalls so gering, daß wir sie ohne Bedenken vernachlässigen können.

Ferner wollen wir zur Vereinfachung die Erregung von Inductionsströmen oder Magnetismus außerhalb des betrachteten Körpersystemes und alle bleibenden Veränderungen mechanischer, chemischer oder magnetischer Natur innerhalb desselben für jetzt von der Untersuchung ausschließen und annehmen, daß *die Arbeit, welche an den Stellen verwandt wird, wo der Schließungsbogen unterbrochen ist, und wo ein Funke überspringen muß, und die in dem ganzen Systeme erzeugte Wärme die einzigen vorkommenden Wirkungen seyn.* Dann muß dem Hauptsatze nach *die Summe dieser beiden gleich der Zunahme des Potentials seyn.*

Sey nun zunächst angenommen, daß bei einer Reihe von Versuchen *die Stärke der Entladung d. h. die Zunahme des Potentials dieselbe bleibe, aber der Schließungsbogen geändert werde*, so muß dabei *die Summe der beiden Wirkungen constant seyn.*

Was die Wärmeerzeugung anbetrifft, so besitzen wir über deren Abhängigkeit vom Schließungsbogen folgende zwei wichtige Sätze von Riefs ¹⁾.

1) *Die durch eine und dieselbe Entladung in zwei verschiedenen im Schließungsbogen befindlichen continuirlichen Drahtstücken erzeugten Wärmemengen verhalten sich wie ihre reducirten Längen, wenn man unter reducirte Länge die Größe $\frac{\lambda}{\rho^2}x$ versteht, worin λ die wirkliche Länge, ρ der Radius und x eine vom Stoffe des Drahtes abhängige Größe ist, welche Riefs die Verzögerungskraft nennt, und welche dem umgekehrten Werthe der Leitungsfähigkeit entspricht.*

2) *Wenn man unter sonst unveränderten Umständen den Schließungsbogen dadurch verlängert, daß man einen Draht von der reducirten Länge l einschaltet, so wird dadurch die Erwärmung eines anderen im Schließungsbogen befind-*

1) Diese Ann. Bd. 43 und 45.

Poggendorff's Annal. Bd. LXXXVI.

lichen Drahtes vermindert, und zwar nahe im Verhältnisse von $1+bl:1$, worin b eine durch den Versuch zu bestimmende Constante ist.

Beide Sätze lassen sich in folgende Gleichung zusammenfassen ¹⁾:

$$(21.) \quad C = \frac{l}{1+bl} \cdot A,$$

worin l die reducirte Länge des betrachteten Drahtstückes und C die darin erzeugte Wärmemenge ist, während b und l die vorher erwähnte Bedeutung haben, und A eine von der Stärke der Entladung abhängige Gröfse darstellt, welche für unseren gegenwärtigen Fall, wo wir es nur mit gleichen Entladungen zu thun haben, constant ist.

Diese Gleichung enthält eine Bestätigung des vorher gezogenen Schlusses. Der eingeschaltete Draht l wird natürlich durch die Entladung ebenfalls erwärmt, und zwar wird nach der vorigen Gleichung die Wärmemenge $\frac{l}{1+bl} A$ in ihm erzeugt. Dafür muß, wenn die Gesamtsumme der Wirkungen constant bleiben soll, eine Verminderung der übrigen Wirkungen eintreten, und diese wird in der That durch den zweiten Riefs'schen Satz und durch die Gleichung nachgewiesen. Mit dieser allgemeinen Uebereinstimmung müssen wir uns für jetzt begnügen. Eine genaue quantitative Untersuchung, ob die Abnahme aller übrigen Wirkungen zusammen wirklich gerade gleich jener durch $\frac{l}{1+bl} A$ ausgedrückten Wärmemenge ist, scheint mir bis jetzt ohne neue Beobachtungsdata nicht ausführbar zu seyn.

Vorsselman de Heer hat freilich aus jener Gleichung (21.) einen allgemeinen Satz abgeleitet, den man vielleicht auf den ersten Blick für eine vollständige Bestätigung unseres Schlusses halten könnte. Es soll nämlich *die Gesamtwärme, welche durch eine elektrische Entladung in dem ganzen Schließungsbogen erregt wird, von der Natur des Schließungsbogens unabhängig seyn* ²⁾). Die-

1) Diese Ann. Bd 45, S. 23.

2) Diese Ann. Bd. 48, S. 298.

ser Salz wird auch von Helmholtz in der That als mit der Theorie übereinstimmend angeführt ¹⁾; indessen scheint er mir dazu doch nicht geeignet zu seyn, indem er mehrere Ungenauigkeiten enthält. •

Erstens beschränkt Vorsselman de Heer die Betrachtung ausdrücklich auf »den die beiden Belege der Batterie verbindenden Bogen« ²⁾. Die Wärmeerzeugung erstreckt sich aber auch auf die übrigen Körper des Systemes, und zwar wird ein Theil innerhalb der Batterie selbst erzeugt, und ein anderer, für den Fall, daß die Batterie und der Schließungsbogen nicht isolirt, sondern mit der Erde verbunden sind, innerhalb des Ableitungszweiges und der Erde. Der letztere Theil wird im Allgemeinen unbedeutend seyn, da nur der Ueberschuß der einen oder anderen Elektricität nach der Erde strömt, und dieser gegen die ganze Elektricitätsmenge gering ist, und dasselbe läßt sich unter der Bedingung, daß der Schließungsbogen eine beträchtliche reducirte Länge hat, vielleicht auch von dem ersten Theile annehmen. Bei sehr kurzem Schließungsbogen dagegen würde eine solche Annahme unzulässig seyn, und jedenfalls müssen wir diesen Theil bis jetzt als unbekannt bezeichnen.

Ferner behandelt er den Bogen so, als ob er nur aus einem zusammenhängenden Drahte bestände. In dieser Beziehung hat schon Riefs ³⁾ darauf aufmerksam gemacht, daß sein Schließungsbogen aus mehreren Theilen zusammengesetzt war, und da seine Versuche sich nur auf die in continuirlichen Drahtstücken, und nicht auf die in den Verbindungsstellen erzeugte Wärme bezogen, so hat er den Satz, so fern er als unmittelbare Folge seiner Versuche gelten soll, zurückgewiesen. Vom theoretischen Gesichtspunkte aus würde man nun freilich solche Verbindungsstellen, wo wirklich metallische Berührung stattfindet, und wo die Elektricität beim Uebergange keine mecha-

1) Seine Schrift S. 44.

2) Diese Ann. Bd. 48, S. 297.

3) Diese Ann. Bd. 48, S. 320

nische Veränderung hervorbringt, in den allgemeinen Satz mit einbegreifen können, ohne daß man dazu die in ihnen entwickelten Wärmemengen einzeln zu kennen brauchte. Anders aber ist es mit den *Unterbrechungsstellen*, wo ein Funke überspringt. Hier findet eine äußerliche mechanische Wirkung statt, welche man erst als verbrauchte Arbeit von der Gesamtwirkung abziehen muß, um den Theil zu erhalten, welcher wirklich innerhalb des betrachteten Körpersystems in Wärme verwandelt wird.

Was die Größe dieses Arbeitsverbrauches und seinen Einfluß auf die Wärmeentwicklung anbetrifft, so kann ich in dieser Beziehung zunächst wieder eine Bestätigung der Theorie durch das Experiment anführen. Es ist nämlich im Voraus klar, daß der Arbeitsverbrauch von dem Widerstande, welchen die nichtleitende Schicht der Durchbrechung entgegengesetzt, abhängt, und daß er daher bedeutender seyn wird, wenn die Enden des Schließungsbogens durch einen nichtleitenden *festen Körper* getrennt sind, als wenn sich bloß *Luft* zwischen ihnen befindet. Daraus folgt, daß im ersteren Falle ein an einer andern Stelle des Schließungsbogens befindliches elektrisches Luftthermometer weniger erwärmt werden muß, als im letzteren, und so hat es sich auch bei einer von Riefs ausgeführten Versuchsreihe ¹⁾ in der That ergeben.

An der Unterbrechungsstelle standen sich entweder zwei kleine Scheiben, oder zwei Kugeln, oder zwei Spitzen gegenüber, jedesmal in einer Entfernung von 0,2 Lin. Zwischen diesen waren nach einander die in der ersten Columne der nachstehenden Tabelle genannten Körper eingeschaltet, und dabei wurden unter sonst gleichen Umständen in dem Luftthermometer die in den folgenden Columnen angeführten Erwärmungen beobachtet. Wo Riefs mehrere Zahlen giebt, habe ich die Mittelzahl genommen.

1) Diese Ann. Bd. 43, S. 82.

Eingeschaltete Körper.	Erwärmungen im Luftthermometer, jenachdem der Funke		
	zwischen den Scheiben	zwischen den Kugeln	zwischen den Spitzen
	übersprang.		
Luftschicht	15,9	15,4	15,1
ein Kartenblatt	11,7	12,0	11,6
zwei Kartenblätter mit zwischen- gelegtem Stanniol	9,7	9,3	
zwei Kartenblätter	8,0	8,8	10,4
Glimmerblatt	6,8	4,7	4,8

In dieser Tabelle tritt der Einfluss der Festigkeit des eingeschalteten Körpers, welcher von dem Funken durchbrochen werden muß, sehr deutlich hervor ¹⁾, und zugleich sieht man aus der großen Verschiedenheit der Zahlen, wie bedeutend die durch den Funken verbrauchte Arbeit unter erschwerenden Umständen werden kann. Ein genaues Maafs dieser Arbeit möchte sich jedoch hieraus noch nicht ableiten lassen, und ein solches besitzen wir meiner Ansicht nach bisjetzt überhaupt noch nicht, selbst für den einfachsten und wichtigsten Fall, wo der Funke nur durch Luft überspringt.

- 1) Nur der Fall, wo zwei Kartenblätter mit zwischengelegtem Stanniol angewandt wurden, bildet eine Ausnahme, indem diese drei Körper eine geringere Wirkung ausübten, als die beiden Kartenblätter allein. Hiernach muß man annehmen, daß durch das Stanniolblatt, obwohl es mit durchbrochen wurde, doch der Arbeitsverbrauch nicht vermehrt, sondern vermindert wurde, und darin scheint ein Widerspruch zu liegen. Ich glaube indessen, daß man diese Annahme, wenn man sie auch für jetzt nicht näher begründen kann, doch nicht geradezu als widersinnig verwerfen darf, denn es kommt in Bezug auf den Arbeitsverbrauch nicht bloß darauf an, welche Körper durchbrochen werden, sondern auch, wie sie durchbrochen werden, und die Art der Durchbrechung wird durch den dazwischen eingeschalteten leitenden Körper jedenfalls geändert.

Auf den ersten Blick könnte man vielleicht glauben, *diese Arbeit müsse bei gleicher Dichtigkeit der Luft einfach der Dicke der durchbrochenen Luftschicht proportional seyn.* Wenn man jedoch bei unverändertem Abstände der Körper, zwischen denen der Funke überspringen muß, die Ladung der Batterie oder die Beschaffenheit des Schließungsbogens ändert, so treten in der Natur der Funken so große, schon äußerlich an der verschiedenen Stärke des Lichtes und Knalles erkennbare Unterschiede ein, daß man diese Funken in Bezug auf die von ihnen verbrauchte Arbeit unmöglich als gleich betrachten kann.

Ferner könnte man vielleicht aus einigen von Riefs mitgetheilten Beobachtungen ¹⁾ den Schluß ziehen wollen, *die von einem durch die Luft überspringenden Funken verbrauchte Arbeit sey überhaupt so gering, daß man sie vernachlässigen könne.* Riefs hat nämlich mit den vorher erwähnten kleinen Scheiben und Kugeln die Versuche auch so angestellt, daß er sie zuerst in Berührung und dann in verschiedene Entfernungen brachte, so daß die Elektrizität im ersteren Falle ohne und in den letzteren Fällen mit Funken überging, und für jeden dieser Fälle hat er die in dem Schließungsbogen unter sonst gleichen Umständen erregte Wärme beobachtet. Dabei zeigte sich diese Wärme bei der Entfernung im Allgemeinen nur wenig geringer, als bei der Berührung, und in einzelnen Fällen sogar etwas größer, was um so auffälliger war, als bei der Entfernung in der Batterie ein Rückstand blieb, während bei der Berührung eine vollständige Entladung erfolgte. Ich glaube indessen, daß diese Beobachtungen zu dem obigen Schlusse noch nicht berechtigen.

Was zuerst den Umstand betrifft, daß bei der Entfernung ein Rückstand in der Batterie blieb, so darf man dessen Einfluß nicht zu hoch anschlagen. Dieser Rückstand konnte nämlich im äußersten Falle, wenn die Entfernung gleich der Schlagweite der Batterie war, unge-

1) Diese Ann. Bd. 43, S. 78.

fähr $\frac{2}{13}$ der ganzen Ladung betragen ¹⁾). Dadurch wurde aber nicht etwa die Gesamtwirkung der Entladung auch um $\frac{2}{13}$, sondern nur um $\left(\frac{2}{13}\right)^2$ oder nahe um $\frac{1}{42}$ vermindert. Die Gesamtwirkung ist nämlich nach unserem Hauptsatze gleich der Zunahme des Potentials, und das Potential ist bei einer bestimmten Batterie proportional dem Quadrate der Elektrizitätsmenge. Sey also die Elektrizitätsmenge der ganzen Ladung mit Q und die des Rückstandes mit Q_1 bezeichnet, so ist die Zunahme des Potentials:

$$W_1 - W = A(Q^2 - Q_1^2),$$

worin A eine von der Elektrizitätsmenge unabhängige Gröfse ist, und dieses giebt, je nachdem man

$$Q_1 = 0 \text{ oder } = \frac{2}{13} Q$$

setzt:

$$W_1 - W = A Q^2 \text{ oder } = A Q^2 \left[1 - \left(\frac{2}{13}\right)^2\right].$$

Ferner müssen wir aufer demjenigen Funken, welcher durch die Entfernung der Scheiben oder Kugeln willkürlich hervorgerufen wurde, auch jene anderen betrachten, welche an sich schon mit dem Entladungsverfahren verbunden waren. Riefs bewirkte die Entladungen, um sie so regelmäfsig wie möglich zu machen, durch einen eigens dazu construirten Apparat ²⁾, welcher so eingerichtet war, dafs jedesmal *zwei* Funken übersprangen. Nun ergiebt sich aus anderen Versuchen von Riefs ³⁾, dafs durch eine im Schliefsungsbogen angebrachte Unterbrechung die Schlagweite an einer anderen Stelle vermindert wird, und folglich müssen auch im vorliegenden Falle zugleich mit der Hervorbringung des einen neuen Funkens zwischen den Scheiben oder Kugeln die beiden andern Funken im Entladungsapparate verkürzt seyn, woraus man auf eine

1) S. Riefs, diese Ann. Bd. 53, S. 11.

2) S. diese Ann. Bd. 40, S. 339.

3) Diese Ann. Bd. 53, S. 11.

theilweise Compensation des Arbeitsverbrauches schliessen kann. In manchen Fällen waren die beiden letztern Funken sogar ganz verschwunden, indem »die Entladung erst bei der Berührung der Kugeln des Entladungsapparates eintrat«¹⁾). Es war also *ein* Funke neu hinzugekommen, und dafür waren *zwei* früher vorhandene Funken fortgefallen, was eine Verminderung des Arbeitsverbrauches, und dem entsprechend eine Vermehrung der Wärmeerzeugung erwarten läßt; und in der That waren es gerade diese Fälle, in denen Riefs eine erhöhte Wärme im Schließungsbogen beobachtete. Man sieht also, daß es zur Erklärung dieser Erscheinungen nicht nothwendig ist, die Annahme zu machen, daß die GröÙe des Arbeitsverbrauches bei einem Funken sehr klein sey, und überhaupt scheinen mir die Versuche noch keinen sicheren Schluß über diese GröÙe zu gestatten.

Wenn es somit wegen der in der Gesamtwirkung vorkommenden unbekannten GröÙen unmöglich ist, eine *quantitativ genaue* Uebereinstimmung der Gleichung (21.) mit dem Hauptsatze nachzuweisen, so könnte man vielleicht umgekehrt versuchen, durch die Annahme beider, und ihre Verbindung mit einander, jene unbekannten GröÙen, oder wenigstens die Summe derselben zu bestimmen, und dazu scheint die Form der Gleichung allerdings einzuladen. Dabei muß man aber bedenken, daß man dieser Gleichung selbst, als einer empirischen Gleichung, keine absolute Genauigkeit zuschreiben darf, wie es auch die von Riefs angeführten Zahlen zeigen. Er hat nämlich in zwei Versuchsreihen in den Schließungsbogen Drähte von verschiedener Länge und Dicke eingeschaltet, wodurch sich in dem Ausdrucke auf der rechten Seite der Gleichung (21.) nur die im Nenner befindliche GröÙe l änderte, und hat dann jedesmal aus der beobachteten Erwärmung die Constante b bestimmt. Die so gefundenen Werthe weichen in der ersten Reihe zwischen 0,01358 und 0,01101

1) Diese Ann. Bd. 43, S. 79.

und in der zweiten zwischen 0,00000926 und 0,00000840 ¹⁾ von einander ab, und wenn diese Differenzen bei der grofsen Verschiedenheit der eingeschalteten Drähte und bei der Schwierigkeit der Versuche auch nicht als bedeutend gelten können, so scheinen sie doch deshalb einige Beachtung zu verdienen, weil sich in ihnen eine gewisse Regelmässigkeit zeigt. In beiden Reihen werden nämlich mit wachsender reducirter Länge l des Drahtes die entsprechenden Werthe von b im Allgemeinen kleiner.

Wir wollen daher diesen Gegenstand hier nicht weiter verfolgen, und wenden uns nun zu dem zweiten Vergleichspunkte zwischen der Theorie und der Erfahrung, nämlich zu dem Falle, *wo der Schliessungsbogen derselbe bleibt, aber die Gröfse der Batterie und der darauf angehaften Elektrizitätsmenge geändert wird.*

Auch hier tritt uns der eben besprochene Uebelstand wieder entgegen. Da wir nämlich einen Theil der Entladungswirkungen nicht kennen, so können wir auch nicht angeben, wie derselbe sich mit der Gröfse der Batterie und der Elektrizitätsmenge ändert, und können daher aus der an Einer Stelle des Schliessungsbogens beobachteten Wirkung noch nicht mit Sicherheit auf die *Gesamtwirkung* schliessen. Nur in Bezug auf die in den continuirlichen Theilen des Schliessungsbogens erzeugte Wärme können wir als sicher voraussetzen, dafs jede in Einem Theile beobachtete Veränderung auch in den übrigen Theilen proportional stattfindet.

Wenn nun aber der Schliessungsbogen eine grofse reducirte Länge hat, so darf man wohl annehmen, dafs der grösste Theil der Gesamtwirkung zu seiner Erwärmung verwendet wird, und in diesem Falle werden also, wenn die übrigen Wirkungen auch von jener Proportionalität abweichen sollten, die dadurch entstehenden Differenzen verhältnissmässig gering seyn, so dafs man ohne bedeu-

1) Diese Ann. Bd. 43, S. 68 und 73. Der grofse Unterschied zwischen den Zahlen der ersten und zweiten Reihe beruht auf einer verschiedenen Wahl der Einheiten.

tende Ungenauigkeit die an irgend einer Stelle beobachteten Erwärmungen den entsprechenden Gesamtwirkungen proportional setzen kann.

Nun läßt sich aber die Gesamtwirkung nach den Gleichungen (18.) und (19.) für eine unvollständige Entladung durch

$$\frac{Q^2 - Q_1^2}{S} \cdot \text{Const.}$$

und für eine vollständige Entladung, wie sie bei den Riefs'schen Versuchen stattfand, nach (18.) und (20.) durch

$$- \frac{Q^2}{S} \cdot \text{Const.}$$

darstellen, und dieses ist gerade der Ausdruck, welchen Riefs für die Erwärmung im Schließungsbogen experimentell gefunden hat, indem die Gleichung (21) vollständig lautet ¹⁾:

$$(21_{\text{a}}) \quad C = \frac{a'}{1+bl} \frac{Q^2}{S},$$

worin a eine Constante ist ²⁾.

Die bisher betrachteten Fälle bezogen sich auf die vollständige Entladung einer gewöhnlichen Batterie. Wir wollen nur noch zwei andere Fälle untersuchen, nämlich *die unvollständige Entladung einer gewöhnlichen Batterie* und *die vollständige Entladung einer Franklin'schen sogenannten Cascadenbatterie oder Flaschensäule*.

In der ersteren Beziehung besitzen wir messende Versuche von Riefs ³⁾, welcher eine geladene Batterie dadurch theilweise entlud, daß er ihre beiden Belegungen

1) Diese Ann. Bd. 45, S. 23.

2) Diese Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung wird auch schon von Helmholtz angeführt, (seine Schrift S. 43) doch ist mir die Entwicklung seiner Formel nicht ganz verständlich, indem er darin eine GröÙe einführt, welche er AbleitungsgröÙe nennt, und von welcher er sagt, daß sie der Fläche der Batteriebelegung proportional sey, ohne jedoch ihre Bedeutung oder den Grund dieser Proportionalität näher anzugeben.

3) Diese Ann. Bd. 80, S. 214.

mit den entsprechenden Belegungen einer anderen ungeladenen Batterie in Verbindung setzte, so daß die vorher auf der einen Batterie angehäuften Elektricitäten sich nun über beide verbreiteten. Er änderte die Versuche dadurch ab, daß er beide Batterien von verschiedener Flaschenzahl nahm, und beobachtete jedesmal die Erwärmung in einem oder in beiden Verbindungsbogen. Die Flaschen jeder Batterie waren natürlich unter sich gleich, aber leider waren nicht auch die Flaschen der einen gleich denen der andern. Als Resultat giebt er an, daß die nachfolgende »Formel sich allen beobachteten Erwärmungen an einer constanten Stelle sowohl des innern als des äußern Schließungsbogens vollkommen angeschlossen« ¹⁾ habe:

$$(22.) \quad C = \frac{a Q^2}{\left(\frac{n}{n'} + \frac{s'}{s}\right) ns},$$

wobei ich nur zur leichtern Vergleichung mit meinen sonstigen Formeln die Buchstaben etwas anders gewählt habe, als Riefs. Es bedeutet nämlich C die beobachtete Wärme, Q die angewandte Elektricitätsmenge, s den Flächenraum der innern Belegung einer Flasche der ersten Batterie und n die Anzahl dieser Flaschen, s' und n' dieselben Größen für die andere Batterie, und endlich a eine Constante, welche für den innern Schließungsbogen etwas größer genommen werden mußte, als für den äußern, was sich daraus erklären läßt, daß sich auf der innern Belegung etwas mehr Elektricität befand, als auf der äußern.

Wir wollen nun diese Erwärmung mit der Zunahme des Potentials vergleichen.

Aus der Gleichung (18.) ergibt sich für das Potential der ersten Batterie vor der Entladung, wenn man die Elektricitätsmenge mit Q bezeichnet, und für den ganzen Flächenraum S seinen Werth ns setzt, der Ausdruck;

$$(23.) \quad W = - \frac{Q^2}{ns} \cdot \frac{k}{2}.$$

Um nun zu bestimmen, wie sich die ganze Elektricitäts-

1) A. a. O. S. 217.

menge Q bei der Entladung über beide Batterien vertheilt, kennt man die Bedingung, daß auf den verbundenen Belegungen die Potentialfunctionen gleich seyn müssen. Seyen nach der Entladung V_1 und V'_1 die Potentialfunctionen auf den innern Belegungen, und Q_1 und Q'_1 die gesuchten, auf ihnen befindlichen Elektricitätsmengen, so hat man nach (17.):

$$V_1 = -\frac{Q_1}{ns} k$$

$$V'_1 = -\frac{Q'_1}{n's'} k',$$

worin k' dieselbe Gröfse für die Flaschen der zweiten Batterie ist, wie k für die der ersten. Setzt man diese beiden Ausdrücke einander gleich, und bedenkt daß:

$$Q_1 + Q'_1 = Q$$

seyn muß, so erhält man:

$$(24.) \quad \begin{cases} Q_1 = \frac{\frac{ns}{k}}{\frac{ns}{k} + \frac{n's'}{k'}} Q \\ Q'_1 = \frac{\frac{n's'}{k'}}{\frac{ns}{k} + \frac{n's'}{k'}} Q. \end{cases}$$

Hieraus ergiebt sich weiter, wenn W_1 das Gesammpotential beider Batterien nach der Entladung ist:

$$(25.) \quad W_1 = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 + Q'_1 V'_1) = -\frac{\frac{1}{2} Q^2}{\frac{ns}{k} + \frac{n's'}{k'}}$$

und somit erhält man als Zunahme des Potentials:

$$(26.) \quad W_1 - W = \frac{\frac{1}{2} \frac{k^2}{k'} \cdot \frac{s'}{s} \cdot Q^2}{\left(\frac{n}{n'} + \frac{k}{k'} \cdot \frac{s'}{s}\right) ns}$$

Die Gröfse $\frac{1}{2} \frac{k^2}{k'} \cdot \frac{s'}{s}$ ist für die ganze Versuchsreihe constant, und man kann also schreiben:

$$(27.) \quad W_1 - W = \frac{A \cdot Q^2}{\left(\frac{n}{n'} + \frac{k}{k'} \cdot \frac{s'}{s}\right) ns}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem von Riefs für die Erwärmung gegebenen (22.), so zeigt sich, daß man, um beide einander proportional zu machen, nur anzunehmen braucht, daß in den Flaschen beider Batterien, obwohl sie nicht gleich waren, doch die Größen k und k' nahe denselben Werth hatten, und diese Annahme wird noch insbesondere dadurch gerechtfertigt, daß Riefs weiterhin ¹⁾ anführt, er habe durch directe Messungen gefunden, daß bei der Verbindung die Elektrizität sich über beide Batterien nach dem Verhältnisse der Oberflächen vertheilte, was nach den Gleichungen (24.) nur der Fall seyn konnte, wenn $k=k'$ war ²⁾).

Riefs änderte die Versuche auch dadurch ab, daß er den Schließungsbogen verlängerte, und beobachtete die dabei stattfindende Abnahme der Wärme an einer bestimmten Stelle. Die Resultate dieser Beobachtungen stimmen im Allgemeinen mit den schon oben besprochenen überein, und wir wollen sie daher hier übergehen und ebenso einige andere in demselben Aufsätze noch angeführte Versuche.

1) a. a. O. S. 220.

2) Da die Größen k und k' dem Obigen nach hauptsächlich von den Glasdicken beider Batterien abhängen, so schien es mir von Interesse zu seyn, diese Dicken kennen zu lernen, und ich habe daher, während dieser Aufsatz schon im Drucke begriffen war, noch Hrn. Riefs ersucht, eine Messung derselben anzustellen, worauf er so gut gewesen ist, mir folgende Mittheilung zu machen. In den kleinen Flaschen, (denen der zweiten Batterie) variirt die Glasdicke bedeutend und ist im Mittel $1\frac{1}{2}$ pariser Linien. Die großen Flaschen (die der ersten Batterie) hat er nicht selbst messen können, da sie oben geschlossen sind, und er hat dafür zwei überzählige Flaschen derselben Art, die zur Vorsicht mit den im Gebrauch befindlichen zu gleicher Zeit angefertigt worden sind, gemessen; das Glas ist in diesen nahe gleich und $1\frac{1}{2}$ Lin. dick. Da eine absolute Gleichheit der Glasdicken unter den von Hrn. Riefs angeführten Umständen nicht zu erwarten war, und auch durch die angenommene Gleichheit der Größen k und k' nicht nothwendig bedingt ist, indem die letzteren außer von der Glasdicke auch noch in einem gewissen, obwohl nur untergeordneten Grade von der Gestalt und Grösse der Flaschen, welche bei beiden Batterien verschieden sind, abhängen, so glaube ich, daß man die Uebereinstimmung der Zahlen $1\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$ als genügend betrachten kann.

In Bezug auf die *Cascadenbatterie* besitzen wir messende Versuche von Dove ¹⁾ und Riefs ²⁾. Sie besteht bekanntlich aus einer Anzahl einzelner Flaschen oder ganzer Batterien, welche isolirt und dann so unter einander verbunden sind, daß die äußere Belegung der ersten mit der innern der zweiten, die äußere der zweiten mit der innern der dritten u. s. f. in leitendem Zusammenhange stehen. Nur die innere Belegung der ersten und die äußere der letzten Batterie sind frei, und diese werden bei der Ladung wie die innere und äußere Belegung einer einzelnen Batterie behandelt.

Die Principien, nach welchen die Ladung einer solchen zusammengesetzten Batterie bestimmt werden muß, sind der Hauptsache nach schon von Green ³⁾ angegeben. Die Elektricitätsmengen, welche sich auf den beiden Belegungen der einzelnen Batterien befinden, und die entsprechenden Potentialfunctionen mögen der Reihe nach mit:

$$(28.) \quad \begin{cases} Q_1, Q'_1; Q_2, Q'_2; Q_3, Q'_3 \text{ etc.} \\ V_1, V'_1; V_2, V'_2; V_3, V'_3 \text{ etc.} \end{cases}$$

bezeichnet werden. Da nun, wenn der innern Belegung der ersten Batterie von einem Conductor positive Elektricität zugeführt wird, die äußere Belegung dieser Batterie ihre negative Elektricität nur von der innern der zweiten erhalten kann, und diese dadurch positiv geladen wird, so hat man:

$$Q'_1 = -Q_2;$$

und da ferner in zwei Körpern, welche leitend mit einander verbunden sind, die Potentialfunctionen gleich seyn müssen, so hat man für dieselben beiden Belegungen:

$$V'_1 = V_2,$$

und zwei eben solche Gleichungen gelten für jedes andere Paar verbundener Belegungen, so daß folgende Reihe von Gleichungen gegeben ist:

1) Diese Ann. Bd. 72, S. 406.

2) Diese Ann. Bd. 80, S. 349.

3) *An Essay on the Application of math. Analysis to the theories of Electr. and Magn. Art. 8.*

$$(29.) \quad \begin{cases} Q'_1 = -Q_2, & Q'_2 = -Q_3, & Q'_3 = -Q_4 \text{ etc.} \\ V'_1 = V_2, & V'_2 = V_3, & V'_3 = V_4 \text{ etc.} \end{cases}$$

Außerdem stehen für jede der Batterien die vier Größen Q , Q' , V und V' in solcher Beziehung zu einander, daß durch je zwei derselben die beiden anderen bestimmt sind. Zuzufolge der Bemerkungen am Schlusse meines vorigen Aufsatzes kann man nämlich, wenn man jene vier Größen für eine einzelne Flasche mit q , q' , V und V' bezeichnet, die Gleichung (15.), welche für den besonderen Fall, wo $V'=0$ ist, aufgestellt wurde, unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung in Bezug auf k in folgende allgemeinere verwandeln:

$$(30.) \quad V - V' = -\frac{k}{s} \frac{q - q'}{2},$$

worin man für $\frac{q - q'}{2}$ auch q oder $-q'$ schreiben kann.

Ferner hat man ganz allgemein die Gleichung,

$$(31.) \quad q + q' = -(\alpha V + \beta V')$$

worin α und β zwei positive Constanten sind, welche ebenso wie k von der Natur der Flasche abhängen, und daher im vorliegenden Falle, wo wir es nur mit gleichen Flächen zu thun haben, durchweg denselben Werth behalten. Für eine Batterie von n Flaschen und mit den Elektricitätsmengen Q und Q' gehen die beiden Gleichungen über in:

$$(32.) \quad V - V' = -\frac{k}{ns} \frac{Q - Q'}{2}$$

$$(33.) \quad Q + Q' = -n(\alpha V + \beta V').$$

Mittelst dieser Gleichungen in Verbindung mit den Gleichungen (29.) kann man, sobald irgend zwei der Größen (28.) gegeben sind, alle übrigen bestimmen.

Die von Dove und Riefs angestellten Versuche bestehen beide aus zwei verschiedenen Reihen. Bei der ersten war die Flaschenzahl in allen verbundenen Batterien gleich, aber die Anzahl der angewandten Batterien wurde geändert; bei der zweiten dagegen blieb die Anzahl der angewandten Batterien dieselbe, nämlich immer nur zwei,

aber in jeder dieser Batterien wurde die Flaschenzahl geändert, beide Versuchsreihen bieten bei der Vergleichung mit der Theorie mancherlei Schwierigkeiten dar, diese sind aber bei der zweiten Reihe weniger erheblich, als bei der ersten, und wir wollen daher mit der Betrachtung der zweiten beginnen.

Die Anordnung der Versuche war so getroffen, daß beide Batterien isolirt, und die innere Belegung der ersten mit dem Conductor der Elektrisirmaschine, die äußere der zweiten mit einer Lane'schen Maafsflasche verbunden waren. Demnach war durch die Anzahl der Funken der Maafsflasche die Elektrizitätsmenge der zweiten äußeren Belegung gegeben, und zugleich kann man die Potentialfunction auf dieser Belegung nach dem Ueberspringen jedes Funkens gleich Null setzen, wobei nur die Potentialfunction des jedesmal in der Maafsflasche bleibenden Rückstandes vernachlässigt ist.

Es sind also, wie oben gefordert wurde, zwei von den Gröfsen (18.) bekannt, und um aus diesen die übrigen abzuleiten, kann man von der zweiten äußeren Belegung nach einander zur zweiten inneren, zur ersten äußeren und endlich zur ersten innern fortschreiten. Man erhält auf diese Weise, wenn man die durch die Maafsflasche gemessene Elektrizitätsmenge mit $-Q$ und die Flaschenzahlen der beiden Batterien mit n_1 und n_2 bezeichnet, und alle Glieder, welche in Bezug auf k von höherer als erster Ordnung sind, fortläfst, folgende Reihe von Ausdrücken:

$$(34.) \begin{cases} Q'_2 = -Q & V'_2 = 0 \\ Q_2 = \left(1 + \alpha \frac{k}{s}\right) Q & V_2 = -\frac{k}{n_2^2 s} Q \\ Q'_1 = -\left(1 + \alpha \frac{k}{s}\right) Q & V'_1 = -\frac{k}{n_2 s} Q \\ Q_1 = \left\{1 + \left[2\alpha + (\alpha + \beta) \frac{n_1}{n_2}\right] \frac{k}{s}\right\} Q & V_1 = -\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{k}{s} Q. \end{cases}$$

Das Potential der ganzen zusammengesetzten Batterie ist nun:

$$(35.) \quad W = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 + Q'_1 V'_1 + Q_2 V_2 + Q'_2 V'_2)$$

und

und das giebt:

$$(36.) \quad W = - \left\{ 1 + \left[2\alpha + (\alpha + \beta) \frac{n_1}{n_2} \right] \frac{k}{s} \right\} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \frac{k}{2s} Q^2$$

oder wenn man wieder das Glied zweiter Ordnung in Bezug auf k fortläßt:

$$(37.) \quad W = - \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \frac{k}{2s} Q^2.$$

Da nach der Entladung das Potential Null ist, so ist $-W$ die bei der Entladung stattfindende Zunahme des Potentials, und wenn wir wieder, wie früher, annehmen, daß unter sonst gleichen Umständen die Erwärmung an einer einzelnen Stelle des Schließungsbogens der Gesamtwirkung proportional sey, so können wir schreiben:

$$(38.) \quad C = A \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \frac{Q^2}{2s},$$

worin C die erzeugte Wärme und A eine Constante ist.

Vergleichen wir diese Formel mit den Beobachtungsergebnissen, so finden wir zunächst die Proportionalität der erzeugten Wärme mit dem Quadrate der angewandten Elektrizitätsmenge auch hier, wie in allen anderen Fällen, bestätigt. Was aber die Abhängigkeit der Wärme von den Flaschenzahlen n_1 und n_2 betrifft, so giebt Dove dafür eine andere Formel. Bezeichnen wir nämlich die ganzen Flächenräume der Belegungen der beiden Batterien, also $n_1 s$ und $n_2 s$, mit S_1 und S_2 , so geht (38.) über in:

$$(39.) \quad C = A \cdot \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \frac{Q^2}{2},$$

und statt dessen giebt Dove die Formel:

$$(40.) \quad C = A \cdot \frac{Q^2}{\sqrt{S_1 \cdot S_2}} \quad ^1).$$

Die von ihm mitgetheilten Versuchsergebnisse schliessen sich auch sehr gut seiner Formel an, dagegen stimmen die späteren Versuche von Riefs besser mit der meinigen, wie die nachstehenden Tabellen zeigen.

1) Diese Ann. Bd. 72, S. 419.

Es wurde nämlich von beiden Beobachtern ¹⁾ ein Mal n_2 constant gelassen und n_1 so geändert, daß nach einander

$$n_1 = n_2, = 2n_2, = 3n_2 \text{ und } = 4n_2$$

war; ein anderes Mal wurde n_1 constant gelassen und n_2 so geändert, daß nach einander

$$n_2 = n_1, = 2n_1, = 3n_1 \text{ und } = 4n_1$$

war. Um die Resultate besser vergleichen zu können, habe ich in beiden Fällen die Erwärmung, welche bei dem ersten Versuche, wo $n_1 = n_2$ war, beobachtet wurde, als Einheit genommen, und darauf die übrigen Erwärmungen reducirt. Bei Riefs, welcher jedesmal zwei Beobachtungswerthe anführt, habe ich die Mittelzahlen genommen.

(I.) n_1 veränderlich, n_2 constant.

n_1	Erwärmungen			
	berechnet		beobachtet	
	nach Dove's Formel.	nach Formel 39.	von Dove.	von Riefs.
n_2	1	1	1	1
$2n_2$	0,71	0,75	0,72	0,76
$3n_2$	0,58	0,67	0,59	0,69
$4n_2$	0,50	0,63	0,51	0,66

(II.) n_2 veränderlich, n_1 constant.

n_2	Erwärmungen			
	berechnet		beobachtet	
	nach Dove's Formel.	nach Formel 39.	von Dove.	von Riefs.
n_1	1	1	1	1
$2n_1$	0,71	0,75	0,71	0,78
$3n_1$	0,58	0,67	0,60	0,72
$4n_1$	0,50	0,63	0,50	0,68

1) Diese Ann. Bd. 72, S. 417 und Bd. 80, S. 356.

Man sieht, daß in der ersten Tabelle zwischen den Zahlen der dritten und fünften Columnne eine genügende Uebereinstimmung stattfindet. In der zweiten Tabelle sind die Differenzen allerdings bedeutender, wenn man aber bedenkt, wie schwierig es seyn würde, die in der theoretischen Formel vorausgesetzten Bedingungen, besonders die der vollkommenen Isolation, genau zu erfüllen, und daß auch selbst für diesen Fall die Formel nur als eine annähernd richtige aufgestellt ist, so wird man auch diese Differenzen nicht für die Theorie bedenklich finden, und dabei muß noch bemerkt werden, daß alle Zahlen der fünften Columnne größer sind, als die Ergebnisse meiner Formel, während sie, um sich der Dove'schen Formel zu nähern, kleiner seyn müßten.

Noch weniger geeignet zu einer genauen Vergleichung mit der Theorie ist die erste der oben erwähnten Versuchsreihen. Bei dieser wurden 3 oder 4 gleiche Batterien oder einzelne Flaschen als Elemente angewandt, welche bei der Ladung immer alle zu einer Cascadenbatterie vereinigt waren. Die Entladung wurde dann aber entweder an der ersten allein, oder an der ersten und zweiten zusammen u. s. f. vorgenommen, und dabei jedesmal die Erwärmung im Schließungsbogen beobachtet.

Hierbei treten nun einige Uebelstände hervor, welche zwar auch bei den früheren Versuchen nicht ganz fehlten, aber doch dort nicht so einflußreich seyn konnten, als hier. Darunter ist besonders der hervorzuheben, daß durch jede bei der Entladung neu hinzugenommene Batterie auch der Schließungsbogen verlängert wird. In der vorher betrachteten Versuchsreihe wurden nämlich bei der Vermehrung der Flaschen einer Batterie die neuen Flaschen *neben* den schon vorhandenen eingeschaltet, und wenn daher auch durch sie und ihre Verbindungsdrähte das unter der Einwirkung der Elektrizität stehende Körpersystem vergrößert wurde, so war diese Vergrößerung doch nicht als eine für sich bestehende *Verlängerung* des Schließungsbogens zu rechnen, und ich habe deshalb diesen Umstand vorher unberück-

sichtigt gelassen, ebenso wie den ähnlichen früher bei der Vermehrung der Flaschen einer einzelnen Batterie. Bei der jetzt betrachteten Versuchsreihe dagegen ist jede neu hinzugenommene Batterie *hinter* den anderen eingeschaltet, so daß der zu ihr führende Zwischendraht und ihre beiden Belegungen selbständige Theile des Schließungsbogens bilden.

Hieraus folgt, daß die Annahme, welche wir früher bei *gleichbleibendem* Schließungsbogen gemacht haben, daß die Wärmeerregung an einer einzelnen Stelle der Gesamtwirkung proportional sey, auf den Fall, wo die letztere durch Vermehrung der Elemente einer Cascadenbatterie vergrößert wird, nicht angewandt werden darf, sondern daß in diesem Falle das Verhältniß der beobachteten Wärmeerregungen ein etwas geringeres seyn muß. Da sich nun aus den obigen Gleichungen die Gesamtwirkung oder die Zunahme des Potentials, unter Vernachlässigung aller Glieder von höherer als erster Ordnung in Bezug auf k , der Anzahl der zusammen entladenen Elemente proportional ergibt, so muß man von einem in dem Schließungsbogen befindlichen elektrischen Thermometer bei stufenweiser Vermehrung der Elemente Anzeigen erwarten, die etwas hinter den auf einander folgenden ganzen Zahlen zurückbleiben.

In den von Dove ¹⁾ mitgetheilten Versuchen tritt dieser Unterschied zwar nicht hervor, indem er bei vier Batterien für die Erwärmungen gerade die Zahlen 1, 2, 3 und 4 anführt. Die Versuche von Riefs ²⁾ dagegen zeigen sogar eine ziemlich bedeutende Abweichung, indem bei vier Flaschen die Zahlen statt von 1 bis 4 immer nur von 1 bis etwa 3, und bei drei Batterien statt von 1 bis 3 nur von 1 bis 2,5 wachsen. Ein bestimmtes Gesetz läßt sich über diese Zahlenreihe natürlich nicht aufstellen, indem dieselbe sehr von der Beschaffenheit der angewandten Batterien und der Zwischenverbindungen abhängen muß.

1) Diese Ann. Bd. 72, S. 408.

2) Diese Ann. Bd. 80, S. 351.

Die Richtigkeit der im Vorigen gemachten Annahme, daß jede Verbindung je zweier Elemente als ein selbständiger Theil des Schließungsbogens zu betrachten sey, ergibt sich übrigens noch insbesondere daraus, daß nach den Beobachtungen beider Physiker die Erwärmung in diesen Zwischendrähten nahe ebenso stattfindet, wie im Hauptschließungsbogen, und daß durch die Einschaltung eines schlechten Leiters in eine der Zwischenverbindungen die Erwärmung irgend einer Stelle des Hauptbogens nahe ebenso vermindert wird, als wenn jener Leiter in den Hauptbogen selbst eingeschaltet wäre.

Dove scheint den Umstand, daß bei vier Batterien, vier Verbindungsdrähte vorhanden sind, und in jedem derselben eine größere Wärmeerregung beobachtet werden kann, als in dem einen Verbindungsdrahte einer einzelnen Batterie, anders gedeutet zu haben, als es oben geschehen ist. Nachdem er davon gesprochen hat, daß er bei vier Batterien eine sechzehnmal so große Schlagweite gefunden habe, als bei Einer, daß aber, wenn man gleichzeitig in zwei Verbindungsdrähten den Zusammenhang der Batterien unterbrach, die Summe beider Schlagweiten sich noch kleiner ergab, als die einer einzigen Unterbrechung in einem Draht, fährt er fort: ¹⁾ »Während die Wärmeerregung bei einer combinirten Batterie in jedem der vier Verbindungsdrähte die vierfache ist, bezieht sich die sechzehnfache Schlagweite daher nur auf die Gesamtheit der die Schließung als ein Ganzes vermittelnden Drähte.« Hierbei scheint die Ansicht zu Grunde zu liegen, daß *in den vier Drähten zusammen die sechzehnfache Wärme erregt werde*. Noch deutlicher, obwohl ohne die bestimmten Zahlen, spricht sich diese Ansicht noch an einer anderen Stelle aus, wo davon die Rede ist, daß sich durch die Entladung einer Cascadenbatterie um so größere Drahtlängen schmelzen lassen, je mehr Elemente man bei der Entladung zusammengenommen hat. Es heißt nämlich da zum Schluß: ²⁾

1) Diese Ann. Bd. 72, S. 415.

2) A. a. O. S. 412.

»Da nun dieselbe Steigerung in den Zwischendrähten stattfindet, wenn die Zahl der combinirten Batterien allmählig vermehrt wird, so können bei vier Batterien vier Drahtlängen gleichzeitig geschmolzen werden, welche, jede einzeln, gröfser sind als die bei einer Batterie schmelzbare.«

Ganz abgesehen davon, ob Dove selbst bei diesen Aussprüchen jene Ansicht wirklich gehabt habe, oder nicht, so kann sie doch jedenfalls bei den Lesern seines Aufsatzes leicht entstehen, und da sie, wenn sie richtig wäre, der vorstehenden Theorie widersprechen würde, so glaube ich hier einige Worte darüber sagen zu müssen.

Die gesammte Wärmeerregung kann nicht gröfser seyn, als die bei der Entladung stattfindende Zunahme des Potentials, und diese ist, wie schon erwähnt, bei vier Batterien ungefähr viermal und nicht sechzehnmal so grofs, als bei Einer. Wenn man nun ein elektrisches Luftthermometer, dessen Draht eine grofse reducirte Länge hat, der Reihe nach in jedem der vier Verbindungsbogen einschaltet, so wird man allerdings jedesmal eine Wärmeerregung bemerken, welche sich unter günstigen Umständen der vierfachen von der, welche eine einzelne Batterie hervorbringen würde, wenigstens nähert. Dieses wird aber nicht mehr stattfinden, wenn man in allen vier Verbindungsbogen zugleich solche Thermometer einschaltet, indem dann die Gesamtwirkung, welche vorher zum grofsen Theile in dem einen Thermometer concentrirt war, sich über alle vier verbreitet. Dasselbe ergiebt sich auch unmittelbar aus der schon angeführten Beobachtung, dafs ein in Einer Verbindung eingeschalteter schlechter Leiter die Wärmeerregung auch in den anderen Verbindungen vermindert. Hiernach mufs nämlich bei vier gleichzeitig eingeschalteten Thermometern die Erwärmung in jedem einzelnen viel geringer seyn, als wenn dieses allein vorhanden wäre, indem die drei anderen durch ihren Leitungswiderstand die Wirkung des Stromes schwächen; und dasselbe wird natürlich auch bei vier zum Schmelzen eingeschalteten Drähten der Fall seyn.

Fassen wir nun das Ergebnifs aller bisher untersuch-

ten Fälle zusammen, so sind die meisten derselben allerdings zu complicirt, um eine ganz strenge Vergleichung mit der Theorie zuzulassen; so weit aber die Vergleichung möglich war, ist sie immer zu Gunsten des Hauptsatzes ausgefallen, und mir ist auch sonst keine experimentell feststehende Thatsache bekannt, welche gegen diesen Satz spräche. Ich glaube daher, dafs man denselben, sofern er dessen neben seiner theoretischen Begründung überhaupt noch bedarf, auch durch die Erfahrung als bestätigt ansehen kann.

II. *Ueber das Krystallwasser, sein Verhältnifs zur Constitution und Löslichkeit der Salze und sein Verhalten bei chemischen Zersetzungen;* *von Dr. P. Kremers.*

(Der physikalischen Gesellschaft zu Berlin mitgetheilt am 4. Juni 1852.)

Es ist eine bemerkenswerthe Thatsache, dafs von den schwerlöslichen Salzen verhältnifsmäfsig nur wenige Krystallwasser enthalten und selbst dann nur eine geringe Anzahl von Atomen. Es ist ebenso entschieden, dafs umgekehrt die leichtlöslichen Salze sich im Allgemeinen durch einen grofsen Reichthum an Krystallwasser auszeichnen. Wäre es noch nöthig, diese allgemein gehaltene Behauptung durch Zahlen zu bekräftigen, so reicht wohl die Bemerkung hin, dafs von allen mit Krystallwasser versehenen Salzen, welche ich theils in dem Handbuche der Chemie von Gmelin, theils in den Lehrbüchern von Berzelius und Mitscherlich angeführt fand, dafs von allen diesen Salzen nicht einmal der dritte Theil zu den schwerlöslichen zu rechnen ist. Bei dieser Vergleichung wurde schon jedes Salz, welches nur 30 Gewichtstheile Wasser zur Auflösung bedarf, als schwerlöslich angesehen. Die Gesamtzahl der in Be-