Das Princip der gemeinschaftlichen Strecke.

Von

Th. W. Engelmann in Utrecht.

Mit 10 Figuren im Text.

Wenn mehrere in sich geschlossene Kreise, in deren jedem ein elektrischer Strom fließt, sich in einem Punkte berühren, verläuft nach bekanntem Satze der Strömungsvorgang in jedem Kreise so, als ob keine Berührung stattfände. Der Theorie nach darf die Berührung nur in einem Punkte erfolgen. In der Praxis darf dieser Punkt aber eine Strecke von endlicher Ausdehnung sein, falls nur der Widerstand dieser Strecke gegen den Widerstand eines jeden der Kreise verschwindet.

Von diesem Satze, welcher das Princip der gemeinschaftlichen Strecke heissen möge, lässt sich vielfach mit Vortheil praktisch Gebrauch machen, wo es darauf ankommt, gleichzeitig oder nacheinander mehrere Stromkreise zu schliessen, in deren jedem die Stromstärke unabhängig von der in den anderen Kreisen variabel sein soll.

Einige dieser Fälle, welche besonders für den Physiologen Interesse bieten, mögen hier näher betrachtet sein.

I. Absolut gleichzeitige Schliessung und Oeffnung mehrerer Kreise.

Es seien n Kreise vorhanden, deren Enden sämmtlich in zwei

Fig. 1.

Punkten, a und b , Fig. 1, zusammenkommen. In ihnen wirken die elektromotorischen Kräfte: $E_1, E_2 \dots E_n$; die Widerstände der Kreise seien $w_1, w_2, \dots w_n$. Die Punkte a und b können durch einen Leiter

von gegen $w_1, w_2 \dots w_n$ verschwindendem Widerstand, die „gemeinschaftliche Strecke“, miteinander verbunden werden.

Bei offenem Contact ab wird dann im Allgemeinen jeder Kreis von einem Strom durchflossen, dessen Intensität, $J_1, J_2 \dots J_n$, von den E und w aller Kreise abhängt und sich in jedem Falle aus diesen letzteren berechnen lässt.

Nach Schluss von ab durch die gemeinschaftliche Strecke hat man einfach:

$$J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad J_2 = \frac{E_2}{w_2}, \quad \dots \quad J_n = \frac{E_n}{w_n}.$$

Die Differenz zwischen diesen Werthen von J und den entsprechenden vor der Schliessung giebt für jeden der Kreise die Grösse der in ihm stattgehabten Schwankung.

1. Ein besonders wichtiger und häufiger Fall ist der, dass die Stromschwankung von Null ausgehen muss, also vor Schluss von ab in keinem Zweige der Leitung ein Strom fliessen darf. Dies ist unter Anwendung unseres Principes einfach dadurch zu erreichen, dass die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Kreise einander gleich und in Bezug auf a von gleicher Richtung gemacht werden.

Es ist dann, bei offenem ab ,

$$J_1 = J_2 = \dots J_n = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Schluss durch ab erzeugt jetzt positive, von Null ausgehende Stromschwankungen ΔJ , deren Werthe in jedem Kreise dem Widerstande desselben umgekehrt proportional und von den Stromschwankungen in den anderen Kreisen unabhängig sind:

$$\Delta J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad \Delta J_2 = \frac{E_2}{w_2}, \quad \dots \quad \Delta J_n = \frac{E_n}{w_n} \quad . \quad . \quad (2)$$

Die Ausführung dürfte nur bei inconstanten elektromotorischen Kraftquellen technische Schwierigkeiten bieten. Constante Quellen von beliebig verschiedener Kraft können stets durch Anwendung des Verfahrens der Compensation durch Nebenschliessung gleich gemacht werden.

Da die Stromstärke in allen Kreisen Null sein muss, wenn sie auch nur in einem einzigen Null ist, so genügt es für die Constaturierung der Stromlosigkeit aller, in irgend einem der Kreise ein Galvanometer oder ein anderes genügend empfindliches Rheoskop, direct oder als Nebenschliessung, aufzunehmen.

2. Zur Erzeugung negativer, bis Null herabgehender, Stromschwankungen beliebiger Grösse ist die Einrichtung so zu treffen, dass in dem Kreise, in welchem die Schwankung stattfinden soll, keine eigene elektromotorische Kraft ihren Sitz habe. War vor dem Schluss von ab die Intensität in diesem Kreise: $J = \frac{e}{w}$, wo e der Potentialunterschied zwischen a und b , und w der Widerstand des betreffenden Kreises, so sinkt sie dann beim Schluss auf 0.

Durch denselben Schliessungsact kann man wiederum in beliebig vielen Kreisen gleichzeitig negative Schwankungen beliebig verschiedener Grösse erzeugen. Denn J kann für jeden einzelnen Kreis beliebig gross gemacht werden.

3. Soll J nicht bis auf Null, sondern nur bis zu einem bestimmten Werth J^1 sinken, so hat man nur in dem betreffenden Kreise eine elektromotorische Kraft E anzubringen und den Widerstand w desselben so zu wählen, dass $\frac{E}{w} = J^1$.

4. Sind nur zwei Kreise, 1 und 2, und nur in einem von ihnen, z. B. in 1, eine elektromotorische Kraft E vorhanden, so ist vor Schliessung von ab die Intensität J in 1 und 2:

$$J = \frac{E}{w_1 + w_2}.$$

Schliessung von ab erzeugt in Kreis 1 eine positive Schwankung:

$$\Delta J_1 = \frac{E}{w_1} - \frac{E}{w_1 + w_2}$$

oder, wenn $\frac{w_2}{w_1} = n$:

$$\Delta J_1 = nJ \quad (3)$$

Die gleichzeitig in Kreis 2 entstehende negative Schwankung ist:

$$\Delta J_2 = \frac{E}{w_1 + w_2} \quad (4)$$

Sollen ΔJ_1 und ΔJ_2 gleich gross sein, so ist nur $w_1 = w_2$ zu machen. Beide Schwankungen haben dann den Werth:

$$\Delta J = J \quad (5)$$

5. Es kommt häufig vor, dass Kreis 1 und 2 noch durch eine leitende Strecke communiciren. So beispielsweise, wenn Strom 1 und 2 denselben Leiter an zwei verschiedenen Stellen

durchfließen, wie in Versuchen über gleichzeitige Reizung an verschiedenen Stellen desselben Nerv-Muskelpräparats, oder bei Polarisierung oder elektrischer Erregung und gleichzeitiger Ableitung der eigenen Ströme eines Körpertheils. Hier ist es vor Allem wichtig, zu wissen, in welchem Falle Strecke 3 — sie mag die „communicirende“ heissen — nicht, 1 und 2 aber gleichzeitig, wohl durchströmt werden ¹⁾.

Bezeichnen wir in Fig. 2 Strecke aE_1c mit 1, aE_2d mit 2, cd mit 3, cb mit 4, db mit 5 und die entsprechenden Widerstände und Intensitäten mit $w_1, w_2, \dots w_5$ und $J_1, J_2 \dots J_5$, so hat man für offenen Contact ab :

Fig. 2.

$$J_3 = \frac{(E_1 + E_2)(w_4 + w_5)}{(w_1 + w_2)(w_4 + w_5) + (w_1 + w_2)w_3 + (w_4 + w_5)w_3} \quad (6)$$

Und für geschlossenen Contact ab folgt aus den Kirchhoff'schen Gleichungen:

$$J_3 = \frac{E_1 w_4 (w_2 + w_5) + E_2 w_5 (w_1 + w_4)}{(w_1 w_4 + w_1 w_3 + w_3 w_4)(w_2 + w_5) + w_2 w_5 (w_1 + w_4)} \quad (7)$$

Der Bedingung $J_3 = 0$ kann nun für offenen und für geschlossenen Contact ab auf folgende Weise genügt werden:

α) Allgemein, bei beliebigen Werthen von E_1 und E_2 , wenn w_4 und w_5 gegen w_3 verschwinden, was wohl immer genügend zu realisiren sein wird.

β) Wird $E_1 = -E_2$, sind also beide in Bezug auf a gleich gerichtet, so ist:

bei offenem Contact ab

$$J_3 = J_1 = J_2 = 0,$$

und bei geschlossenem Contact wird $J_3 = 0$, falls $\frac{w_1}{w_4} = \frac{w_2}{w_5}$, da dann bekanntlich c und d Punkte gleichen Potentials sind.

Die Regulirung des Verhältnisses der Widerstände geschieht hier, wie überhaupt bei Nullmethoden, besonders bequem mittels

1) Durchströmung von 3 in Folge von Elektrotonus oder sogenannter Kernpolarisation kann hier unberücksichtigt bleiben.

der früher¹⁾ von mir als „Widerstandsschraube“ beschriebenen Kohlenrheostaten.

II. Schliessung mehrerer Stromkreise nacheinander durch die gemeinschaftliche Strecke.

Eine wesentliche Erweiterung des Anwendungsgebiets erfährt das Princip der gemeinschaftlichen Strecke, wenn letztere zur Schliessung mehrerer Kreise nacheinander benutzt wird.

Die allgemeine Versuchsanordnung entspricht dann dem

Fig. 3.

Schema Fig. 3. Punkt a kann durch die gemeinschaftliche Strecke entweder mit b_1 oder mit b_2 verbunden werden. Hier hat man, bei beliebigen Werthen von E_1 und E_2 , wie von w_1 und w_2 , im Falle

ab_1 und ab_2 offen:	$J_1 = 0$	$J_2 = 0$
ab_1 geschlossen, ab_2 offen:	$J_1 = \frac{E_1}{w_1}$	$J_2 = 0$
ab_1 „ „ ab_2 geschlossen:	$J_1 = \frac{E_1}{w_1}$	$J_2 = \frac{E_2}{w_2}$
ab_2 „ „ ab_1 offen:	$J_1 = 0$	$J_2 = \frac{E_2}{w_2}$

Beide Stromkreise dürfen hier also unter allen Bedingungen als von einander isolirt betrachtet werden. Es wird hierbei von unipolaren Wirkungen abgesehen.

Von den mancherlei Verwendungen, welche diese Versuchsanordnung finden kann, seien folgende näher betrachtet.

1) Erzeugung zweier, in der nämlichen Strecke einer Leitung aufeinander folgenden Ströme oder Stromschwankungen, deren Grösse beliebig und unabhängig von einander variirbar und deren Richtung nach Belieben gleich oder entgegengesetzt sein soll.

Die Lösung dieser Aufgabe ist beispielsweise Bedingung für eine allgemeine Behandlung des Problems der Summation, bezüg-

1) Zeitschr. für Instrumentenkunde VII. 1887. S. 333. — Onderzoek. physiol. lab. Utrecht. (3) X. S. 169.

lich der Interferenz von Erregungen durch Stromstösse oder Inductionsströme.

a) Beide Ströme sollen entgegengesetzte Richtung haben.

Die Strecke, in welcher die zwei Schwankungen stattfinden sollen (3 in Fig. 4), muss in diesem Falle die Contactstellen b_1 und b_2 miteinander verbinden.

Man hat nun, bei beliebigen Werthen von E_1 und E_2 und von w_1 , w_2 und w_3 , falls

Fig. 4.

1) ab_1 und ab_2 offen:

$$J_3 = \frac{E_1 + E_2}{w_1 + w_2 + w_3} = J_1 = J_2.$$

2) ab_1 geschlossen, ab_2 offen:

$$J_3 = \frac{E_2}{w_2 + w_3} \quad \text{und} \quad J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad J_2 = J_3.$$

3) ab_1 und ab_2 geschlossen:

$$J_3 = 0 \quad \text{und} \quad J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad J_2 = \frac{E_2}{w_2}.$$

4) ab_2 geschlossen, ab_1 offen:

$$J_3 = \frac{E_1}{w_1 + w_3} \quad \text{und} \quad J_1 = J_3, \quad J_2 = \frac{E_2}{w_2}.$$

Soll jede der beiden Stromschwankungen in Strecke 3 von Null ausgehen, so hat man nur, wie im Falle I, 1, der Bedingung zu genügen:

$$E_1 = -E_2.$$

Die absolute und relative Grösse der beiden Schwankungen ist hier durch variiren von w_1 und w_2 zu regeln.

Sollen beispielsweise beide Schwankungen gleich stark sein, so muss $w_1 = w_2$ gemacht werden.

b) Beide Ströme sollen gleichgerichtet sein.

Hier bedarf es nur einer elektromotorischen Kraftquelle, deren einer Pol mit a , deren anderer durch die zu durchströmende Strecke cd (Fig. 5, S. 598) mit b_1 und b_2 zu verbinden ist. Oder es wird die zu durchströmende Strecke zwischen E und a eingeschaltet und der andere Pol mit b_1 und b_2 verbunden. Die absolute und relative Stärke der beiden Ströme wird durch geeignete

Fig. 5.

Wahl der Widerstände von b_1d und b_2d in der erforderlichen Weise hergestellt.

Man kann auf diesem Wege auch statt zweier getrennter Stromstösse einen einzigen von mehrmals sprungweise wechselnder Intensität erzeugen, wenn man die Einrichtung so trifft, dass a erst mit b , dann mit b_1 und b_2 ,

endlich nur mit b_2 verbunden ist. Der Stromstoss hat dann nacheinander die drei folgenden Intensitäten:

$$J' = \frac{E}{w + w_1}, \quad J'' = \frac{E}{w + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}}, \quad J''' = \frac{E}{w + w_2}.$$

Hier ist w der Widerstand der Strecke aEd , w_1 der von db_1 , w_2 der von db_2 .

2) Erzeugung von inducirten Strömen, mit beliebiger Abblendung der Schliessungs- oder Oeffnungsströme.

Für diesen Zweck werden a und b_1 (Fig. 3) mit den beiden Enden des die primäre Spirale, a und b_2 mit den Enden des die sekundäre Spirale eines Inductionsapparates enthaltenden Kreises verbunden. Die Contactvorrichtung ist so einzurichten, dass, für den Fall nur Schliessungsströme einwirken sollen, b_2 vor b_1 , für den Fall nur Oeffnungsströme, b_2 nach b_1 geschlossen und wieder geöffnet wird. Falls b_2 vor b_1 geschlossen und nach b_1 geöffnet wird, gehen sowohl Schliessungs- wie Oeffnungsstrom, wird b_2 nach b_1 geschlossen und vor b_1 geöffnet, keiner von beiden durch den Kreis 2.

α) Sollen gleichzeitig in mehreren, von einander unabhängigen Kreisen Inductionsströme beliebiger Stärke und Richtung erzeugt, und wiederum von allen inducirten entweder die Schliessungs- oder die Oeffnungsströme abgeblendet werden, so ist nur von allen sekundären Kreisen das eine Ende mit a , das andere mit b_2 zu verbinden. Eine einzige elektromotorische Kraftquelle in einer Hauptleitung würde genügen, wenn alle primären Spiralen in Zweige der Hauptleitung zwischen E und a oder E und b_1 aufgenommen werden. Zur Abblendung der Schliessungs- bez. Oeffnungsschläge würde der eine Pol aller sekundären Spiralen mit a ,

der andere je mit einem eigenen isolirten Kontakte $b_2, b_3 \dots b_n$ zu verbinden und diese letzteren gleichzeitig durch die gemeinschaftliche Strecke zu schliessen sein.

Man sieht leicht, dass auch andere Aufgaben, z. B. Superposition von Schliessungs- oder von Oeffnungsströmen über bereits bestehende Ströme beliebiger Stärke und Richtung, sich in ähnlicher Weise bequem lösen lassen.

3) Untersuchung des zeitlichen Verlaufs von sekundären Strömen, d. h. allgemein von solchen Strömen oder Stromschwankungen, welche durch einen anderen, primären, Strom direct oder auf Umwegen hervorgerufen werden, wie inducirte Ströme, physiologische Actionsströme, Polarisationsströme u. s. w.

Der primäre Stromkreis muss in a und b_1 , der sekundäre in a und b_2 endigen, und es müssen, ähnlich wie bei Bernstein's Differentialrheotom, die Dauer der Schliessungen von Strecke ab_1 und ab_2 und der Zeitraum zwischen beiden genügend variirt werden können. Die specielle Wahl und Anordnung der elektromotorischen Kräfte und Widerstände hängt in jedem Falle von dem besonderen Versuchszwecke ab, ist aber an der Hand der oben abgeleiteten Bedingungsgleichungen immer bequem zu finden.

α) Nur in gewissen Fällen kann sich eine Schwierigkeit erheben, da nämlich, wo ein primärer und ein sekundärer Kreis sich nicht nur in a berühren, sondern ausserdem, wie in dem unter I, 5 besprochenen Falle, noch durch eine „communicirende“ Strecke miteinander leitend zusammenhängen.

Ein Beispiel hierfür liefert die Untersuchung des zeitlichen Verlaufs von Polarisationsströmen. Die einfachste Versuchseinrichtung wird hier im Allgemeinen dem Schema Fig. 6 entsprechen. Die Bedeutung der Buchstaben ist dieselbe wie in Fig. 2. — G ist die Vorrichtung zur Messung der Intensität, bezüglich der Kraft E_3 , des durch den Strom von E in Strecke 3 hervorgerufenen Polarisationsstroms. Es mag wiederum vorausgesetzt werden, was leicht realisirbar, dass w_4 und w_5 gegen w_1 und w_2 verschwinden.

Fig. 6.

Ist ab_1 geschlossen, ab_2 offen, so wird 3 vom polarisirenden Strom durchflossen, durch G geht kein Strom. Ist ab_2 geschlossen, ab_1 offen, so geht der Polarisationsstrom durch G und 3, der Strom von E fliesst nur durch 2 und 5.

Bis soweit besteht keine Schwierigkeit. Eine solche tritt ein, wenn ab_1 und ab_2 gleichzeitig geöffnet sind. Es geht dann der Strom von E über 3 durch G nach a und zurück nach E , Strecke 3 wird also schon vor Schluss von ab_1 polarisirt, und zwar wegen des grösseren Widerstandes von 1, von einem schwächeren Strome als nach dem Schlusse von ab_1 . Compensation von E durch eine gleiche, entgegengesetzt gerichtete Kraft in Kreis 1 würde diesen Uebelstand zwar beseitigen. Auch würde dann die Intensität des polarisirenden Stroms in 3 während des Geschlossenseins von ab_1 dieselbe sein, wie wenn in Kreis 1 keine compensirende elektromotorische Kraft vorhanden wäre. Aber beim Schluss von ab_2 würde jetzt ausser dem Polarisationsstrom auch der Strom der in 1 angebrachten elektromotorischen Kraft auf Strecke 3 und die Messvorrichtung G einwirken, was zum Mindesten als eine sehr unerwünschte Complication bezeichnet werden muss.

Soll also Strecke 3 vor Schluss von ab_1 nicht durchströmt und zugleich der letztgenannte Uebelstand vermieden werden, so muss Strecke Ea oder Ec erst gleichzeitig mit oder etwas nach ab_1 , keinesfalls vorher, geschlossen werden. Ebenso muss zwischen Oeffnung von ab_1 und Schluss von ab_2 der Kreis $EaGcd$ offen sein. Letzteres wäre einfach dadurch zu erreichen, dass ab_2 schon geschlossen würde, ehe ab_1 geöffnet wird. Dann wird aber, so lange ab_1 und ab_2 gleichzeitig geschlossen sind, die communicirende Strecke 3 durch 4 und 5 in sich geschlossen, also günstigste Gelegenheit zur Ausgleichung der zuvor erzeugten Polarisationswirkungen gegeben.

Alle diese Uebelstände lassen sich unter Beibehaltung des Principes der gemeinschaftlichen Strecke vermeiden durch Anbringen eines dritten Contactes b_3 nach dem Schema von Fig. 7. Hier hat man, wenn

$$1) \ ab_1 \text{ geschlossen:} \quad J_3 = J_1 = J_2 = 0.$$

$$2) \ ab_1 \text{ und } ab_2 \text{ geschlossen: } J_3 = \frac{E}{w_2 + w_3}, \quad J_2 = J_3, \quad J_1 = 0.$$

$$3) \ ab_2 \text{ und } ab_3 \text{ geschlossen: } J_3 = \frac{E_3}{w_1 + w_3}, \quad J_1 = J_3, \quad J_2 = \frac{E}{w_2}.$$

E_3 ist die Kraft des Polarisationsstroms; w_4 und w_5 werden wiederum als verschwindend klein angenommen. Der Werth von w_3 wird während des Versuchs variiren. Die Contacteinrichtung ist nur so zu treffen, dass erstens b_2 allein niemals mit a geschlossen ist,

Fig. 7.

da sonst der Strom von E ausser durch die communicirende Strecke 3 auch durch G fließen würde. Und zweitens dürfen b_1 und b_3 nicht gleichzeitig geschlossen sein, da sonst Strecke 3 über $b_1 b_3$ durch 4 und 5, also durch eine Leitung von verschwindendem Widerstande in sich geschlossen sein würde. Es müssten also folgende Akte durch die Vorrichtung nacheinander ausgeführt werden:

- 1) Schluss von ab_1 und, vor Oeffnung von ab_1 , Schluss von ab_2 :
Einwirkung des polarisirenden Stromes auf Strecke 3.
- 2) Oeffnung von ab_2 , dann von ab_1 .
- 3) Schluss von ab_3 : Schluss des Polarisationsstromes durch den G enthaltenden Kreis.
- 4) Oeffnung von ab_3 .
- 5) = 1 u. s. f.

Der Erfüllung dieser Bedingungen stehen keine technischen Schwierigkeiten im Wege.

In gleicher Weise wäre zu verfahren in Versuchen, Schema Fig. 8 entsprechend, wo ein primärer Strom durch einen Körpertheil (z. B. Nerv) geführt und zugleich die Wirkung hiervon auf die Eigenströme eines anderen Theils (z. B. des zugehörigen Muskels) in ihrem zeitlichen Verlauf untersucht werden soll.

Fig. 8.

Man wird indessen in sehr vielen, wo nicht in allen Fällen dieser und der vorigen Art die von Seiten der communicirenden Strecke drohenden Gefahren überhaupt vermeiden können, wenn man, wie das Schema Fig. 9 zeigt, statt den primären Stromkreis direct durch ab_1 zu schliessen, in Kreis 1 einen elektromagnetischen

Fig. 9.

Schlüssel ein-
geschaltet und
durch diesen erst
den Kreis (1a)
des erregenden
bezüglich polari-
sirenden Stroms
schliessen und

öffnen lässt. Hier kann dann der Strom von 1 niemals in 1a oder 2 und umgekehrt einbrechen, und man braucht nur die Verzögerung für Schliessung, bezüglich Oeffnung von 1a gegenüber Schluss und Oeffnung von ab_1 zu bestimmen und in Rechnung zu bringen, was keine Schwierigkeiten hat.

Ohne einen zweiten Strom zur Schliessung von 1a zu Hülfe zu nehmen, kann man endlich auch dadurch zum Ziele kommen, dass man, wie Fig. 10 schematisch zeigt, an Stelle von b_1 und b_2 ,

Fig. 10.

Fig. 6, zwei die Enden der beiden Kreise 1 u. 2 aufnehmende Doppelcontacte a_1b_1 und a_2b_2 durch eine gut leitende Brücke schliessen lässt. Hier brauchen dann auch w_4 und w_5 nicht gegen die andern Widerstände zu verschwinden. Nur dürfen

im Allgemeinen a_1b_1 und a_2b_2 nicht gleichzeitig geschlossen sein, was ja auch die Versuchszwecke nicht erfordern.

Ueberall da, wo eine communicirende Strecke von vornherein fehlt, also z. B. in allen Fällen, wo die Wirkung inducirter Ströme untersucht werden soll, wie ja bei den meisten Versuchen über elektrische Erregung von Actionsströmen, Messung von Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in Nerven, Muskeln u. s. w., genügt ohne Weiteres die einfache Versuchsanordnung des Schemas Fig. 3, mit zwei Contacten b_1 und b_2 , welche durch die gemeinschaftliche Strecke nach einander zu schliessen sind.

Ein Apparat, welcher auf dem Princip der gemeinschaftlichen Strecke beruht, und die im Vorhergehenden behandelten Aufgaben in sehr einfacher und, wie ich nach experimenteller Prüfung seiner Leistungen sagen darf, sehr genügender Weise zu lösen gestattet, wird im folgenden Aufsatz beschrieben.