Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 96.

Nr. 2303.

23.

Ueber den Einfluss verbesserter Sternörter auf die Polhöhen der Gradmessung in Ostpreussen.

Eine, allerdings nicht sehr beträchtliche, Zahl von Ortsbestimmungen für die europäische Gradmessung fällt noch in die erste Hälfte unseres Jahrhunderts, bei deren Berechnung, wie natürlich, den Reductionen der mittleren Oerter der Sterne auf den scheinbaren Ort, die ältern Constanten der Praecession, Aberration und Nutation zu Grunde liegen. Da man aber gegenwärtig zumeist von den Struve-Peters'schen Constanten Gebrauch macht, hat mich der Präsident des königlichen geodätischen Instituts, Herr General Baeyer, im Interesse eines einheitlichen System's aller, der für die europäische Gradmessung zu verwerthenden Polhöhen, zunächst mit Berechnung der Correctionen beauftragt, welche die von Bessel und Baeyer bestimmten Polhöhen der Gradmessung in Ostpreussen erfahren, wenn man die Reduction unter Annahme der neuern Constanten durchführt.

Die Methode, nach welcher die Beobachtungen ausgeführt wurden, war die der Durchgangsbeobachtungen durch den I. Vertical, deren Anwendung zur Bestimmung der Polhöhen, wie allgemein bekannt, einige Jahre vorher, von Bessel zuerst vorgeschlagen worden war. Da die Zenithe der Beobachtungsstationen Trunz, Königsberg und Memel auf nicht allzusehr verschiedenen Parallelkreisen liegen, konnten dieselben 8 Sterne auf allen 3 Stationen beobachtet werden. Bei der Berechnung wurde das Verfahren eingeschlagen, die 1832 in Trunz, 1834 in Memel, 1836 in Königsberg beobachteten Durchgangszeiten auf die gemeinsame Epoche 1833.0 mittelst einer von Bessel, (G.i.O. Seite 343), gegebenen Formel zu reduciren. Die für diese Epoche resultirenden Stundenwinkel gaben mit den mittlern Declinationen für 1833.0 und den angenommenen Werthen der Polhöhe nach Formel

$$\sin(q-d) = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} t \sin(q+d) \quad (1)$$

die Meridianzenithdistanzen $(q-d)$ für die gewählte Epoche, behaftet mit einem von Δq — der Verbesserung der angenommenen Polhöhen — abhängendem Fehler*)

$$\Delta(q-d) = \frac{2 \sin(q-d) \cos(q+d)}{\sin 2\phi} \Delta q \quad (2)$$

Die aus diesen Meridianzenithdistanzen folgenden absoluten Polhöhen von Trunz und Memel werden zwar gegeben, (G. i. O. Seite 355 u. 392) aber nicht als Resultat angesehen, es sind, vielmehr die beobachteten Meridianzenithdistanzen nur benützt, um aus denselben die Differenz der Polhöhen Trunz-Königsberg (Meridiankreis) einerseits, und Königsberg-Memel andererseits herzuleiten. Aus diesen Differenzen werden endlich, durch Hinzuziehung der anderweit scharf bestimmten und als bekannt vorausgesetzten, Polhöhe von Königsberg, die definitiven Polhöhen gewonnen.

In Folge der eben dargestellten Beobachtungs- und Berechnungsmethode sind die Polhöhen von Trunz und Memel beinahe ganz frei von jedem Fehler der mittlern Declination der Sterne und, abgesehen von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern, nur noch beeinflusst von einer Aenderung der Reduction der Durchgangszeiten auf 1833.0 und dem etwaigen Fehler in der angenommenen Polhöhe von Königsberg.

Die Reduction der Durchgangszeiten auf 1833.0 ist eine Function der Differenzen der scheinbaren Oerter und des mittlern Orts für 1833.0 in beiden Coordinaten. Das von den Rectascensionen abhängende Glied verschwindet aber aus den Stundenwinkeln — den allein hier in Betracht kommenden halben Differenzen der Durchgangszeiten in Ost und West — vollständig, und

setzung eines constanten t und d giebt

$$d(q-d) = \frac{\operatorname{tg}(q-d)}{\operatorname{tg}(q+d)} \Delta q.$$

Formel (2) ist sehr nahe das Doppelte dieser, und mag vielleicht beim Zusammenziehen des Nenners nach Gleichsetzung von q und d entstanden sein. Die Coefficienten der Δq der G. i. O. müssen daher durch 2 dividirt werden. Der Einfluss auf das Endresultat ist in Folge der sehr nahe schon richtig angenommenen Polhöhen, fast verschwindend und beträgt für Trunz $-0''007$ und Memel $-0''012$.

*) Die Differentiation der Formel (1) nach q unter Voraus-

es verbleibt nur der Einfluss der Aenderungen der scheinbaren Declinationen.

Um den Betrag der gesammten, etwa in Betracht kommenden, Aenderungen auf die $(\varphi - \delta)$ zu ermitteln, ist es, da sie sämmtlich nur klein sind, gestattet, die Hauptformel (1) nach t , φ und δ zu differentiiren. Dies ergibt unter Berücksichtigung, dass im I. Vertical

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} t = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}$$

$$d(\varphi - \delta) = \frac{2 \operatorname{tg}(\varphi - \delta)}{\sin t} dt + \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \delta)}{\operatorname{tg}(\varphi + \delta)} (d\varphi + d\delta_0) \quad (3)$$

in welcher Gleichung die Symbole ihre gewöhnliche Bedeutung haben und nur $d\delta_0$ die Aenderung der mittlern Declination bedeutet.

Es folgen zunächst die numerischen Werthe des 2. Gliedes, welches zeigt, dass bei der gewählten Reductionsreihe, die Fehler der mittlern δ und angenommenen Polhöhen, die $(\varphi - \delta)$ in gleicher Weise beeinflussen.

	Trunz	Königsberg	Memel
β Draconis	— 0.0094	— 0.0123	— 0.0189
γ Draconis	— 0.0133	— 0.0163	— 0.0229
XVIII 170	— 0.0111	— 0.0141	— 0.0206
α Cygni	— 0.0063	— 0.0092	— 0.0158
7 Cygni	— 0.0114	— 0.0143	— 0.0209
ϵ Cygni	— 0.0138	— 0.0168	— 0.0234
δ Cygni	— 0.0192	— 0.0222	— 0.0287
ψ Cygni	— 0.0113	— 0.0142	— 0.0208
Mittel	— 0.0119	— 0.0149	— 0.0215

Aus diesen Coefficienten geht hervor, dass dem Fehler von 1'' in den mittlern δ ein Fehler von 0''01 bis 0''03 in den $(\varphi - \delta)$ entsprechen würde, da aber nur das Mittel der Differenzen der $(\varphi - \delta)$ in die Rechnung eingehen, müsste man die gewiss unstatthafte Voraussetzung machen, dass der Fehler des Mittels der Declinationen aller 8, in Altona und Königsberg an Meridiankreisen bestimmten, Sterne, 1'' betrage, um für Trunz — Königsberg einen Fehler von 0''003 und für Königsberg — Memel einen solchen von 0''007 befürchten zu dürfen. —

Das erste, demnach noch verbleibende Glied, enthält Functionen von t , welche durch Functionen von δ ersetzt werden müssen. Im I. Vertical ist aber

$$dt = - \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} \cdot \frac{d\delta}{\sqrt{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \delta)}} \quad \text{und}$$

$$\sin t = \frac{\sqrt{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \delta)}}{\sin \varphi \cos \delta}.$$

Nach Einsetzung dieser Werthe verwandelt sich das erste Glied der Gleichung (3) in

$$d(\varphi - \delta) = - \frac{\sin(\varphi + \delta) \cos(\varphi - \delta)}{\sin 2\varphi} \cdot \frac{\sin 2\varphi d\delta}{\sin(\varphi + \delta) \cos(\varphi - \delta)} \quad (4)$$

Aus dem negativen Vorzeichen dieser Gleichung geht wie selbstverständlich hervor, dass die $(\varphi - \delta)$ mit wachsendem δ abnehme, und umgekehrt; versteht man aber unter $d\delta$ die Aenderungen der Reductionen auf den scheinbaren Ort, so muss das Vorzeichen positiv genommen werden.

Die numerischen Werthe dieser Coefficienten sind für

	Trunz	Königsberg	Memel
β Draconis	0.9906	0.9877	0.9810
γ Draconis	0.9868	0.9838	0.9770
XVIII 170	0.9888	0.9858	0.9793
α Cygni	0.9938	0.9908	0.9842
7 Cygni	0.9886	0.9858	0.9790
ϵ Cygni	0.9861	0.9829	0.9765
δ Cygni	0.9809	0.9779	0.9698
ψ Cygni	0.9886	0.9858	0.9790

Alle diese Coefficienten sind sehr nahe gleich 1, woraus folgt, dass das Mittel der Differenzen der $d\delta$ fast völlig im Resultate verbleibt.

Um nun die Aenderungen, $d\delta$, zu finden, wurden die Reductionen auf den scheinbaren Ort nach Struve, Tabulae Quantitatum Besselianarum, Petrop. 1869 für die Tage Juli 8, 18, 28 und August 7, 17, 27 für die Jahre 1832 1834 und 1836 für die 8 beobachteten Sterne berechnet und nach Berücksichtigung der Verschiedenheit der Epochen mit den entsprechenden Werthen der Gradmessung in Ostpreussen verglichen.*) Aus diesen

*) Bei dieser Vergleichung waren die grösseren Differenzen des Jahres 1832 auffallend. Die directe Berechnung der scheinbaren Oerter nach Bessel's Tabulae Regiomontanae zeigte, dass die Jahre 1834 und 1836 mit den Tabellen der G. i. O. übereinstimmten. Für 1832 ergaben sich jedoch folgende constante Unterschiede in dem Sinne

Tab. Reg.	Gradmessung	in α	in δ
β Draconis	— 0''21	+ 0''07	
γ Draconis	— 1.09	+ 0.12	
XVIII 170	— 0.46	+ 0.22	
α Cygni	— 0.35	— 0.06	
7 Cygni	— 0.32	+ 0.32	
ϵ Cygni	— 0.12	+ 0.21	
δ Cygni	— 1.22	+ 0.85	
ψ Cygni	— 0.05	— 0.025	

Es scheint also, dass die Tabelle auf Seite 839 d. G. i. O. auf provisorischen Oertern beruht. Die Nachrechnung einiger Werthe der Reductionen der Durchgangszeiten auf 1833.0 auf Seite 343 hat jedoch bestätigt, dass Bessel nicht die scheinbaren Oerter der Tafel Seite 339, sondern die den definitiven Oertern Seite 318 entsprechenden scheinbaren Oerter, der Rechnung zu Grunde gelegt hat.

von 10 zu 10 Tagen laufenden Differenzen Struve—Bessel wurden die entsprechenden Unterschiede für jeden Beobachtungstag interpolirt und schliesslich das Mittel dieser Unterschiede als gültig für das in Rechnung kommende Mittel angesehen. Dieses etwas weitläufige Verfahren sollte einestheils gegen numerische Fehler schützen, andernteils dazu beitragen, den Einfluss der kleinen von der Länge des Mondes abhängigen Glieder, wenigstens theilweise, zu eliminiren.

Die auf diesem Wege gefundenen Differenzen der scheinbaren Declinationen waren folgende, im Sinne

	Struve — Bessel		
	1832	1834	1836
δ Draconis	+ 0'29	+ 0'11	— 0'05
γ Draconi	+ 0.25	+ 0.07	— 0.06
XVIII	+ 0.19	— 0.02	— 0.14
α Cygni	+ 0.13	— 0.06	— 0.17
η Cygni	+ 0.13	— 0.07	— 0.20
ϵ Cygni	+ 0.12	— 0.07	— 0.18
θ Cygni	+ 0.09	— 0.09	— 0.20
ψ Cygni	+ 0.07	— 0.12	— 0.22

$$\text{Trunz} - \text{Königsberg (M. Kr.)} = - 0^{\circ}29'39''.047 - 0.024 \Delta q_1$$

$$\text{Memel} - \text{Königsberg} = + 1 \ 0 \ 49.922 - 0.043 \Delta q_2,$$

dividirt man die Coefficienten der Δq durch 2 und addirt die obigen Correctionen, so erhält man

$$\text{Trunz} - \text{Königsberg (M. Kr.)} = - 0^{\circ}29'38''.741 - 0.012 \Delta q_1$$

$$\text{Memel} - \text{Königsberg} = + 1 \ 0 \ 50.041 - 0.021 \Delta q_2.$$

Ferner gaben die vorläufigen Polhöhen unter Annahme Königsberg $54^{\circ}42'50''.5$

$$\text{Trunz} - \text{Königsberg (M. Kr.)} = - 0^{\circ}29'38''.5 + \Delta q_1$$

$$\text{Memel} - \text{Königsberg} = + 1 \ 0 \ 50.5 + \Delta q_2$$

woraus $\Delta q_1 = - 0''.24$ und $\Delta q_2 = - 0''.45$, und die Polhöhen von Trunz = $54^{\circ}13'11''.76$

$$\text{Memel} = 55 \ 43 \ 40.55$$

sich ergeben.

Die Correctionen, welche die Polhöhen der G. i. O., unter Annahme der Struve — Peters'schen Constanten zur Reduction auf den scheinbaren Ort erfahren, betragen demnach für Trunz + 0'30

$$- \text{Memel} + 0.12.$$

Der Einfluss der Fehler der Sternörter auf die Polhöhe von Königsberg, die aus obern und untern Culminationen abgeleitet ist, ist wohl verschwindend.

Man kann aber, um auch in Bezug auf die kleinen Differenzen der scheinbaren Oerter, ganz sicher zu sein, die neuere von Bessel in seinen letzten Lebensjahren am Repsold'schen Meridiankreis bestimmte, von Luther*)

Zur Controlle wurden einige dieser Differenzen direct durch Subtraction der von Bessel und Struve aufgestellten Formeln abgeleitet und, innerhalb der Genauigkeit der geführten Rechnung, identisch gefunden.

Mittelst dieser $d\delta$ und den oben gegebenen aus (4) folgenden Coefficienten wurden die Verbesserungen der $(q-\delta)$ berechnet. Als das Mittel dieser Correction ergab sich

$$\text{für Trunz} \quad + 0.156$$

$$\text{Memel} \quad - 0.031$$

$$\text{Königsberg} \quad - 0.156$$

Nach der Seite 418 d. G. i. O. sind die Mittel der Unterschiede der Polhöhen, wie dieselben aus der Vergleichung der in Königsberg mit den in Trunz und Memel beobachteten $(q-\delta)$ sich ergeben

$$\text{publicirte, Polhöhe von Königsberg} \\ = 54^{\circ}42'50''.56$$

zu Grunde legen, dann wird

$$\text{Trunz} = 54^{\circ}13'11''.82$$

$$\text{und Memel} = 55 \ 43 \ 40.61.$$

Luther schliesst nach einer Vergleichung einer Reihe, im Herbst und Frühling, erhaltener Polhöhen seine Schrift mit den Worten „Qui numeri quamquam poli locum mutatum esse non indicent, tamen quos invenimus valores videntur ad proseguendas observationes excitare“, welche auf eine etwaige periodische Aenderung der Polhöhe hindeuten. Da hier der seltene Fall einer Reihe von, vor beinahe einem halben Jahrhundert, mit grosser Genauigkeit bestimmter Polhöhen vorliegt, wäre es von nicht geringem Interesse, in Anbetracht der ebenso unentschiedenen Frage, einer nicht periodischen, noch gegenwärtig stattfindenden Aenderung derselben, die Bestimmung dieser Polhöhen zu wiederholen.

Berlin, den 6. März 1880.

M. Löw.

*) Declinationes stellarum fundamentalium novae ex ultimis ill. Bessel observationibus derivatae. — Regiomonti Pr. M.D.CCC.LIX.