die deutlich die Abweichung von der älteren zeigt, welche allein das erste Glied enthält.

Man erkennt, dass die Differenz für:

$$\frac{1}{\tau} (l_1 - l_3) \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_3} \right) = h\pi$$

verschwindet; ihr grösstmöglicher Werth ist $(n-1)^2/2n$, also circa 0,1.

Man vermeidet diese theoretischen Schwierigkeiten des Babinet'schen Compensators nach dem p. 232 Erörterten am sichersten, indem man sowohl der Dicke der Quarzkeile als auch ihrem Abstände eine erhebliche Grösse gibt.

Göttingen, April 1884.

VIII. *Ueber den Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Schicht eines circularpolarisirenden Mediums; von W. Voigt.*

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich die Grenzbedingungen erörtert, welche für den Uebergang des Lichtes aus einem gewöhnlichen isotropen in ein circularpolarisirendes Medium aufzustellen sind, um dem Princip der Erhaltung der Energie zu genügen, und habe dieselben bereits auf den Fall einer einfachen Reflexion angewandt. Es werde nun das praktisch wichtigere Problem des Durchganges des Lichtes durch eine Schicht der circularpolarisirenden Substanz vorgenommen, um vornehmlich zu untersuchen, wie die strenge Theorie das Gesetz der Drehung der Polarisationssebene bei diesem Vorgang ergibt, welches bisher immer nur durch eine angenäherte Betrachtung (aus der Annahme, dass die Welle ohne innere Reflexionen bloss einmal die Platte passirt) abgeleitet ist.

Die Schicht des circularpolarisirenden Mediums (1) liege zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = l$, die XZ -Ebene sei

1) W. Voigt, Wied. Ann. 21. p. 522. 1884.

die Einfallsebene; von $z = -\infty$ bis $z = 0$ erstrecke sich ein erstes isotropes Medium (0), von $z = l$ bis zu $z = -\infty$ ein zweites (2).

Im ersten Medium (0) tritt dann ausser der einfallenden eine reflectirte Welle auf; ihre Richtungscosinus seien α, γ und $\alpha, -\gamma$, die Verschiebungscomponenten:

$$\begin{aligned} u_e &= \gamma r_e, & v_e &= v_e, & w_e &= -\alpha r_e, \\ u_r &= -\gamma r_r, & v_r &= v_r, & w_r &= -\alpha r_r. \end{aligned} \quad 1)$$

Im zweiten, circularpolarisirenden Medium (1) treten je zwei Wellen auf, welche den Charakter der durchgehenden und den der reflectirten haben. Ihre Richtungscosinus seien demgemäss $\alpha_1, \gamma_1, \alpha_2, \gamma_2$ und $\alpha_1, -\gamma_1, \alpha_2, -\gamma_2$ und ihre Verschiebungscomponenten:

$$\begin{aligned} u_1 &= \gamma_1 r_1, & v_1 &= v_1, & w_1 &= -\alpha_1 r_1 \\ u_2 &= \gamma_2 r_2, & v_2 &= v_2, & w_2 &= -\alpha_2 r_2 \\ u_3 &= -\gamma_1 r_3, & v_3 &= v_3, & w_3 &= -\alpha_1 r_3 \\ u_4 &= -\gamma_2 r_4, & v_4 &= v_4, & w_4 &= -\alpha_2 r_4. \end{aligned}$$

Im dritten Medium gibt sich nur eine durchgehende Welle; ihre Richtungscosinus seien α', γ' , und ihre Verschiebungscomponenten:

$$u_d = \gamma' r_d, \quad v_d = v_d, \quad w_d = -\alpha' r_d.$$

Die Grenzbedingungen wollen wir in der einfachsten Form²⁾ benutzen, welche für die Normalcomponente der Verschiebung keine Abweichung von der Neumann'schen Formel enthält, nämlich setzen:

$$\begin{aligned} \text{für } z = 0 \quad & \alpha(r_e + r_r) = \alpha_1(r_1 + r_3) + \alpha_2(r_2 + r_4) \\ & \gamma(r_e - r_r) = \gamma_1(r_1 - r_3) + \gamma_2(r_2 - r_4) \\ & v_e + v_r = (v_1 + v_3) + (v_2 + v_4) \\ & \alpha\gamma(v_e - v_r) = \alpha_1\gamma_1(v_1 - v_3) + \alpha_2\gamma_2(v_2 - v_4) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. 1.$$

1) Diese Verfügung hat gegenüber der anderen $u_r = \gamma r_r, w_r = \alpha r_r$ den Nachtheil, dass die Grenzgleichungen für normalen Einfall nicht für die Componenten v und r identisch werden, aber den Vortheil, dass v und r in jeder Welle die gleiche relative Lage haben, also die Rotationsrichtung der circularen Wellen sich bequem beurtheilen lässt.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 21. p. 532. 1884.

$$\text{für } z = l \quad \left. \begin{aligned} \alpha' r_d &= \alpha_1 (r_1 + r_3) + \alpha_2 (r_2 + r_4) \\ \gamma' r_d &= \gamma_1 (r_1 - r_3) + \gamma_2 (r_2 - r_4) \\ v_d &= (v_1 + v_3) + (v_1 + v_4) \\ \alpha' \gamma' v_d &= \alpha_1 \gamma_1 (v_1 - v_3) + \alpha_2 \gamma_2 (v_2 - v_4). \end{aligned} \right\} 1.$$

Hierin sei:

$$\left. \begin{aligned} r_e &= E_p S & v_e &= E' S + E'' C' \\ r_r &= R_p'' S_r + R_p'' C_r & v_r &= R_s' S_r + R_s'' C_r \\ r_1 &= \Delta_1' S_1 + \Delta_1'' C_1 & v_1 &= \Delta_1'' S_1 - \Delta_1' C_1 \\ r_2 &= \Delta_2' S_2 + \Delta_2'' C_2 & v_2 &= -\Delta_2'' S_2 + \Delta_2' C_2 \\ r_3 &= P_1' S_3 + P_1'' C_3 & v_3 &= P_1'' S_3 - P_1' C_3 \\ r_4 &= P_2' S_4 + P_2'' C_4 & v_4 &= -P_2'' S_4 + P_2' C_4 \\ r_d &= D_p' S_d + D_p'' C_d & v_d &= D_s' S_d + D_s'' C_d, \end{aligned} \right\} 2.$$

worin bedeutet:

$$\begin{aligned} S &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega} \right) & C &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega} \right) \\ S_r &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right) & C_r &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right) \\ S_1 &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right) & C_1 &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right) \\ S_2 &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_2 x + \gamma_2 z}{\omega_2} \right) & C_2 &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_2 x + \gamma_2 z}{\omega_2} \right) \\ S_3 &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right) & C_3 &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right) \\ S_4 &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_2 x - \gamma_2 z}{\omega_2} \right) & C_4 &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha_2 x - \gamma_2 z}{\omega_2} \right) \\ S_d &= \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega'} \right) & C_d &= \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega'} \right). \end{aligned}$$

Die Einführung ergibt 16 Gleichungen mit 16 Unbekannten und sehr unübersichtliche Resultate.

Ich werde demgemäss schon von Anfang an die Vereinfachung vornehmen, dass ich ausserhalb der trigonometrischen Functionen S und C die in Wahrheit äusserst nahe gleichen Grössen $\alpha_1 \alpha_2$ und $\gamma_1 \gamma_2$ einander gleich setze; hierdurch kann nichts in einer der Beobachtung irgend merklichen Weise geändert werden. Ferner werde ich direct auf die Bestimmung nur der zumeist wichtigen Grössen D , d. h. der Amplituden der durch die Platte hindurchgehenden

Wellen ausgehen. Ihre Werthe können dann, wenn erwünscht, leicht auch die analogen Grössen R für die reflectirte Welle ergeben.

Durch Elimination von r_3 r_4 v_3 v_4 aus (1) erhält man zunächst folgende Gleichungen, falls bedeutet:

$$\begin{aligned} \lambda &= \alpha \gamma_1 + \alpha_1 \gamma' & \kappa &= \alpha \gamma_1 - \alpha_1 \gamma' & \sigma &= \alpha \gamma + \alpha_1 \gamma_1 & \delta &= \alpha \gamma - \alpha_1 \gamma_1 \\ \lambda' &= \alpha' \gamma_1 + \alpha_1 \gamma' & \kappa' &= \alpha' \gamma_1 - \alpha_1 \gamma' & \sigma' &= \alpha' \gamma' + \alpha_1 \gamma_1 & \delta' &= \alpha' \gamma' - \alpha_1 \gamma_1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ist für } z = 0 & \quad \left. \begin{aligned} \lambda r_e + \kappa r_r &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (r_1 + r_2) \\ \sigma v_e - \delta v_r &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (v_1 + v_2) \end{aligned} \right\} \\ \text{für } z = l & \quad \left. \begin{aligned} \lambda' r_d &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (r_1 + r_2) \\ \sigma' v_d &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (v_1 + v_2). \end{aligned} \right\} 3. \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Werthe hieraus:

$$\begin{aligned} \lambda E_p + \kappa R_p' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' + \Delta_2') \\ \kappa R_p'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1'' + \Delta_2'') \\ \sigma E_s' - \delta R_s' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1'' - \Delta_2'') \\ \sigma E_s'' - \delta R_s'' &= -2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' - \Delta_2') \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \lambda E_p + \kappa R_p' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' + \Delta_2') \\ \kappa R_p'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1'' + \Delta_2'') \\ \sigma E_s' - \delta R_s' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1'' - \Delta_2'') \\ \sigma E_s'' - \delta R_s'' &= -2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' - \Delta_2') \end{aligned}} \right\} 4_a.$$

$$\begin{aligned} \lambda' D_p' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' c_1 + \Delta_1'' s_1 + \Delta_2' c_2 + \Delta_2'' s_2) \\ \lambda' D_p'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' s_1 + \Delta_1'' c_1 - \Delta_2' s_2 + \Delta_2'' c_2) \\ \sigma' D_s' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' s_1 + \Delta_1'' c_1 + \Delta_2' s_2 - \Delta_2'' c_2) \\ \sigma' D_s'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' c_1 - \Delta_1'' s_1 + \Delta_2' c_2 + \Delta_2'' s_2) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \lambda' D_p' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (\Delta_1' c_1 + \Delta_1'' s_1 + \Delta_2' c_2 + \Delta_2'' s_2) \\ \lambda' D_p'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' s_1 + \Delta_1'' c_1 - \Delta_2' s_2 + \Delta_2'' c_2) \\ \sigma' D_s' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' s_1 + \Delta_1'' c_1 + \Delta_2' s_2 - \Delta_2'' c_2) \\ \sigma' D_s'' &= 2 \alpha_1 \gamma_1 (-\Delta_1' c_1 - \Delta_1'' s_1 + \Delta_2' c_2 + \Delta_2'' s_2) \end{aligned}} \right\} 4_b.$$

Hierin bedeutet:

$$\begin{aligned} s_1 &= \sin \frac{l \gamma_1}{\tau \omega_1}, & c_1 &= \cos \frac{l \gamma_1}{\tau \omega_1}, \\ s_2 &= \sin \frac{l \gamma_2}{\tau \omega_2}, & c_2 &= \cos \frac{l \gamma_2}{\tau \omega_2}. \end{aligned}$$

Dividirt man beide Seiten mit $\sqrt{2}$, so erhält man in (4_b) rechts ein orthogonales System Coëfficienten und kann sonach sogleich schreiben:

$$\begin{aligned} 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_1' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' c_1 - D_p'' s_1) - \sigma' (D_s' s_1 + D_s'' c_1)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_1'' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' s_1 + D_p'' c_1) + \sigma' (D_s' c_1 - D_s'' s_1)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_2' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' c_2 - D_p'' s_2) + \sigma' (D_s' s_2 + D_s'' c_2)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_2'' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' s_2 + D_p'' c_2) - \sigma' (D_s' c_2 - D_s'' s_2)] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_1' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' c_1 - D_p'' s_1) - \sigma' (D_s' s_1 + D_s'' c_1)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_1'' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' s_1 + D_p'' c_1) + \sigma' (D_s' c_1 - D_s'' s_1)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_2' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' c_2 - D_p'' s_2) + \sigma' (D_s' s_2 + D_s'' c_2)] \\ 2 \alpha_1 \gamma_1 \Delta_2'' &= \frac{1}{2} [\lambda' (D_p' s_2 + D_p'' c_2) - \sigma' (D_s' c_2 - D_s'' s_2)] \end{aligned}} \right\} 5.$$

Setzt man dies in (4_a) ein, so erhält man vier Gleichungen, die frei von den Δ und P sind, nämlich:

$$\begin{aligned}
 \lambda E_p + \kappa R_p' &= \frac{1}{2} \left[\lambda' \left(D_p' (c_1 + c_2) - D_p'' (s_1 + s_2) \right) \right. \\
 &\quad \left. - \sigma' \left(D_s' (s_1 - s_2) + D_s'' (c_1 - c_2) \right) \right] \\
 \kappa R_p'' &= \frac{1}{2} \left[\lambda' \left(D_p' (s_1 + s_2) + D_p'' (c_1 + c_2) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma' \left(D_s' (c_1 - c_2) - D_s'' (s_1 - s_2) \right) \right] \\
 \sigma E_s' - \delta R_s' &= \frac{1}{2} \left[\lambda' \left(D_p' (s_1 - s_2) + D_p'' (c_1 - c_2) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma' \left(D_s' (c_1 + c_2) - D_s'' (s_1 + s_2) \right) \right] \\
 \sigma E_s'' - \delta R_s'' &= \frac{1}{2} \left[\lambda' \left(-D_p' (c_1 - c_2) + D_p'' (s_1 - s_2) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sigma' \left(D_s' (s_1 + s_2) + D_s'' (c_1 + c_2) \right) \right]
 \end{aligned} \quad 6.$$

Ein analoges System folgt, indem man aus (1) $r_1 r_2 v_1 v_2$ eliminiert, wodurch man zunächst erhält:

$$\begin{aligned}
 &\text{für } z = 0 & z = l \\
 \kappa r_e + \lambda r_r &= 2\alpha_1 \gamma_1 (r_3 + r_4) & \kappa' r_d = 2\alpha_1 \gamma_1 (r_3 + r_4) \\
 -\delta v_r + \sigma v_r &= 2\alpha_1 \gamma_1 (v_3 + v_4) & -\delta' v_d = 2\alpha_1 \gamma_1 (v_3 + v_4)
 \end{aligned} \quad 7.$$

oder durch Einsetzen der Werthe:

$$\begin{aligned}
 \kappa E_p + \lambda R_p' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' + P_2') \\
 \lambda R_p'' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1'' + P_2'') \\
 -\delta E_s' + \sigma R_s' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' - P_2') \\
 -\delta E_s'' + \sigma R_s'' &= -2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' - P_2')
 \end{aligned} \quad 8a.$$

$$\begin{aligned}
 \kappa' D_p' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' c_1 - P_1'' s_1 + P_2' c_2 - P_2'' s_2) \\
 \kappa' D_p'' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' s_1 + P_1'' c_1 + P_2' s_2 + P_2'' c_2) \\
 -\delta' D_s' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (P_1' s_1 + P_1'' c_1 - P_2' s_2 - P_2'' c_2) \\
 -\delta' D_s'' &= 2\alpha_1 \gamma_1 (-P_1' c_1 + P_1'' s_1 + P_2' c_2 - P_2'' s_2)
 \end{aligned} \quad 8b.$$

Auch die Coefficienten der vier Gleichungen (8b) geben, wenn man beide Seiten durch $\sqrt{2}$ dividirt, ein orthogonales System, und man kann daher schreiben:

$$\begin{aligned}
 2\alpha_1 \gamma_1 P_1' &= \frac{1}{2} [\kappa' (D_p' c_1 + D_p'' s_1) - \delta' (D_s' s_1 - D_s'' c_1)] \\
 2\alpha_1 \gamma_1 P_1'' &= \frac{1}{2} [\kappa' (-D_p' s_1 + D_p'' c_1) - \delta' (D_s' c_1 + D_s'' s_1)] \\
 2\alpha_1 \gamma_1 P_2' &= \frac{1}{2} [\kappa' (D_p' c_2 + D_p'' s_2) + \delta' (D_s' s_2 - D_s'' c_2)] \\
 2\alpha_1 \gamma_1 P_2'' &= \frac{1}{2} [\kappa' (-D_p' s_2 + D_p'' c_2) + \delta' (D_s' c_2 + D_s'' s_2)]
 \end{aligned} \quad 9.$$

Das Einsetzen dieser Resultate in die vier Gleichungen (8a) ergibt:

$$\begin{aligned}
 \kappa E_p + \lambda R_p' &= \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} &\kappa' (D_p' (c_1 + c_2) + D_p'' (s_1 + s_2)) \\ &- \delta (D_s' (s_1 - s_2) - D_s'' (c_1 - c_2)) \end{aligned} \right] \\
 \lambda R_p'' &= \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} &\kappa' (-D_p' (s_1 + s_2) + D_p'' (c_1 + c_2)) \\ &- \delta' (D_s' (c_1 - c_2) + D_s'' (s_1 - s_2)) \end{aligned} \right] \\
 -\delta E_s' + \sigma R_s' &= \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} &\kappa' (-D_p' (s_1 - s_2) + D_p'' (c_1 - c_2)) \\ &- \delta' (D_s' (c_1 + c_2) + D_s'' (s_1 + s_2)) \end{aligned} \right] \\
 -\delta E_s'' + \sigma R_s'' &= \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} &-\kappa' (D_p' (c_1 - c_2) + D_p'' (s_1 - s_2)) \\ &+ \delta' (D_s' (s_1 + s_2) - D_s'' (c_1 + c_2)) \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \quad 10.$$

Die Combination von (10) mit (6) lässt leicht die sämtlichen R eliminiren und gibt die vier Gleichungen für die hindurchgegangenen Amplituden:

$$\begin{aligned}
 2 E_p (\lambda^2 - \kappa^2) &= D_p' (c_1 + c_2) (\lambda \lambda' - \kappa \kappa') - D_p'' (s_1 + s_2) (\lambda \lambda' + \kappa \kappa') \\
 &\quad - D_s' (s_1 - s_2) (\lambda \sigma' - \kappa \delta') - D_s'' (c_1 - c_2) (\lambda \sigma' + \kappa \delta') \\
 0 &= D_p' (s_1 + s_2) (\lambda \lambda' + \kappa \kappa') + D_p'' (c_1 + c_2) (\lambda \lambda' - \kappa \kappa') \\
 &\quad + D_s' (c_1 - c_2) (\lambda \sigma' + \kappa \delta') - D_s'' (s_1 - s_2) (\lambda \sigma' - \kappa \delta') \\
 2 E_s' (\sigma^2 - \delta^2) &= D_p' (s_1 - s_2) (\sigma \lambda' - \delta \kappa') + D_p'' (c_1 - c_2) (\sigma \lambda' + \delta \kappa') \\
 &\quad + D_s' (c_1 + c_2) (\sigma \sigma' - \delta \delta') - D_s'' (s_1 + s_2) (\sigma \sigma' + \delta \delta') \\
 2 E_s'' (\sigma^2 - \delta^2) &= -D_p' (c_1 - c_2) (\sigma \lambda' + \delta \kappa') + D_p'' (s_1 - s_2) (\sigma \lambda' - \delta \kappa') \\
 &\quad + D_s' (s_1 + s_2) (\sigma \sigma' + \delta \delta') + D_s'' (c_1 + c_2) (\sigma \sigma' - \delta \delta')
 \end{aligned} \quad 11.$$

Durch Einsetzen von $s_1 = s_2 = s$, $c_1 = c_2 = c$ gelangt man hiervon zu den Formeln für die durch eine gewöhnliche isotrope Platte hindurchgegangenen Amplituden.¹⁾

Das System Coëfficienten dieser vier Gleichungen hat die Form:

$$\begin{array}{cccc}
 a & b & c & d \\
 -b & a & -d & c \\
 e & f & g & h \\
 -f & e & -h & g
 \end{array}$$

und demgemäss merkwürdige Eigenschaften. Früher habe ich den Satz mitgetheilt, dass die Determinante dieses Systems II die Summe zweier Quadrate ist²⁾; nämlich:

$$II = (ag + df - bh - ec)^2 + (bg + ah - fc - ed)^2.$$

1) Vgl. Formel (2) und (5) der vorhergehenden Abhandlung.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 16. p. 314. 1882.

Setzt man dafür:

$$\Pi = K_1^2 + K_2^2, \quad | \quad 12.$$

so lassen sich auch die Partialdeterminanten von Π in eigenthümlicher Weise durch K_1 und K_2 ausdrücken.

Es ist nämlich, wenn ich mit Π_{h*} den Coefficienten des Elementes der h . Reihe bezeichne:

$$\left. \begin{array}{ll} \Pi_{11} = gK_1 + hK_2; & \Pi_{12} = -hK_1 + gK_2; \\ \Pi_{13} = -eK_1 - fK_2; & \Pi_{14} = fK_1 - eK_2; \\ \Pi_{21} = +hK_1 - gK_2; & \Pi_{22} = gK_1 + hK_2; \\ \Pi_{23} = -fK_1 + eK_2; & \Pi_{24} = -eK_1 - fK_2; \\ \Pi_{31} = -cK_1 - dK_2; & \Pi_{32} = dK_1 - cK_2; \\ \Pi_{33} = aK_1 + bK_2; & \Pi_{34} = -bK_1 + aK_2; \\ \Pi_{41} = -dK_1 + cK_2; & \Pi_{42} = -cK_1 - dK_2; \\ \Pi_{43} = bK_1 - aK_2; & \Pi_{44} = aK_1 + bK_2. \end{array} \right\} 13.$$

Man kann nun die gesuchten Grössen D ohne weiteres hinschreiben, und zwar mit Hülfe der Formeln (13) in bequemer Form, z. B.:

$$\begin{aligned} (K_1^2 + K_2^2) D_p' &= 8\alpha\gamma\alpha_1\gamma_1 [E_p (gK_1 + hK_2) \\ &\quad - E_s' (cK_1 + dK_2) - E_s'' (dK_1 - cK_2)], \end{aligned}$$

ebenso die anderen; die Werthe der noch übrigen Abkürzungen einzuführen, lohnt nicht. Fällt linear polarisirtes Licht ein, so ist $E_s'' = 0$.

Zu bemerken ist zu diesen Resultaten, dass sie unter der Voraussetzung unbegrenzter Wellen erhalten sind, also bei schiefem Einfall nur dann Anwendung auf die Beobachtung gestatten, wenn diese mit Platten der circularpolarisirenden Substanz angestellt ist, welche sehr ausgedehnt gegen ihre Dicke sind. Ferner ist nöthig, dass die Substanz sehr vollständig durchsichtig sei, damit die durch wiederholte innere Reflexionen entstandenen Wellen, welche bei unseren Betrachtungen in Rechnung gezogen sind, nicht durch Absorption unverhältnissmässig geschwächt werden.

Die Hauptfrage ist die nach der Grösse der Drehung der Polarisationssebene beim Durchgang durch unsere Platte.

Zunächst bemerkt man, dass einfallendes linear polarisirtes Licht — gerade wie bei einer Platte aus gewöhnlicher

isotroper Substanz — im Allgemeinen elliptisch polarisirt austritt, wenn auch bei kleinem Einfallswinkel die Abweichung von linearem gering ist.

Die Winkel φ und $(\pi/2) + \varphi$ der grossen und kleinen Ellipsenaxe gegen die Einfallsebene sind gegeben durch:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2(D_s' D_p' + D_s'' D_p'')}{(D_p'^2 + D_p''^2) - (D_s'^2 + D_s''^2)} \quad | \quad 14.$$

Dieser Ausdruck wird relativ einfach, wenn das einfallende Licht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene schwingt, im ersten Falle ist nämlich:

$$\Pi D_p' = \Pi_{11} E_p, \quad \Pi D_p'' = \Pi_{12} E_p, \quad \Pi D_s' = \Pi_{13} E_p, \quad \Pi D_s'' = \Pi_{14} E_p,$$

und:

$$\operatorname{tg} 2\varphi_1 = \frac{2(eg + hf)}{(e^2 + f^2) - (g^2 + h^2)} \quad | \quad 14_a.$$

im letzteren $E_s'' = 0$, $E_s' = E_s$ also:

$$\Pi D_p' = \Pi_{31} E_s, \quad \Pi D_p'' = \Pi_{32} E_s, \quad \Pi D_s' = \Pi_{33} E_s, \quad \Pi D_s'' = \Pi_{34} E_s,$$

und:

$$\operatorname{tg} 2\varphi_2 = \frac{2(ac + bd)}{(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2)} \quad | \quad 14_b.$$

Hierin ist:

$$\begin{aligned} a &= (c_1 + c_2)(\lambda\lambda' - \kappa\kappa'), & b &= -(s_1 + s_2)(\lambda\lambda' + \kappa\kappa') \\ c &= -(s_1 - s_2)(\lambda\sigma' - \kappa\delta'), & d &= -(c_1 - c_2)(\lambda\sigma' + \kappa\delta') \\ e &= (s_1 - s_2)(\sigma\lambda' - \delta\kappa'), & f &= (c_1 - c_2)(\sigma\lambda' + \delta\kappa') \\ g &= (c_1 + c_2)(\sigma\sigma' - \delta\delta'), & h &= -(s_1 + s_2)(\sigma\sigma' + \delta\delta'). \end{aligned}$$

Die Ausdrücke lassen sich nach Einsetzen dieser Werthe etwas vereinfachen, bleiben aber immer noch umfangreich genug.

Der wichtigste Fall ist der des senkrechten Einfalles, dessen Beobachtung ja bekanntlich benutzt wird, um die Differenz der Geschwindigkeiten der beiden im circularpolarisirenden Körper fortgepflanzten Wellen zu bestimmen. Indem man von den inneren Reflexionen absieht und die Welle nur einmal die Dicke der Platte passirend denkt, nimmt man bekanntlich den Drehungswinkel der Polarisationsebene gewöhnlich gleich $l/2r(1/\omega_1 - 1/\omega_2)$ an. Es ist nun die Frage, welcher Werth aus der strengen Theorie, die jene inneren Reflexionen berücksichtigt, erhalten wird.

Für senkrechten Einfall wird:

$$fg = eh$$

und demgemäss:

$$(eg + hf)^2 = (e^2 + f^2)(g^2 + h^2),$$

also:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \left(\sqrt{\frac{g^2 + h^2}{e^2 + f^2}} \right)_{u=0},$$

was auch aus $\operatorname{tg} \varphi_0 = D_s/D_p$ direct zu erhalten wäre.

Die Berechnung ergibt:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \operatorname{tg} \frac{l}{2r} \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right),$$

d. h. denselben Werth, wie die ungenauere Theorie; die inneren Reflexionen sind also ohne Einfluss.

Dies erklärt sich dadurch, dass die rechts rotirende Welle an der zweiten Fläche links rotirend reflectirt wird, d. h. (da diese Bezeichnung sich auf eine Betrachtung von der Seite der positiven Wellennormale bezieht und diese für die einfallende und reflectirte Welle entgegengesetzt liegt) ihre absolute Rotationsrichtung bei der Reflexion nicht ändert, und dass das analoge bei der zweiten (links rotirenden) Welle stattfindet. Beide Wellen verlieren also beim Rückgang nach der ersten Grenze den Gangunterschied, den sie auf dem Hergang gewonnen hatten, und beginnen zum zweiten mal ihren Weg von der ersten Grenze mit demselben Gangunterschied, den sie beim Eintritt in die Platte besaßen.

Dies lässt sich aus unseren Formeln in der That direct bestätigen.

Fällt circularpolarisirtes rechts rotirendes Licht auf die erste Grenze senkrecht auf, so ist zu setzen $E_p = E_s'' = E$, $E_s' = 0$. Dann muss nothwendig die durch die Platte durchgehende Welle ebenfalls rechts rotiren, d. h. also $\Delta_1' = \Delta_1'' = 0$ sein. Daraus folgt nach (4_a), da für senkrechten Einfall $\lambda = \sigma$, $\alpha = \delta$ ist, dass $R_p' = -R_s''$ und $R_p'' = R_s'$ sein muss. Dies ergibt aber für die in der Platte reflectirte Welle nach (8_a) $P_2' = P_2'' = 0$; die innere reflectirte Welle ist also eine links rotirende. Dasselbe gilt wegen $R_p'' = R_s'$ und $R_p' = -R_s''$ von der aussen an der Platte reflectirten.

Hiermit hängt zusammen, dass eine senkrecht auf die Platte auffallende Welle, welche linear polarisirt ist, bei der Reflexion, trotzdem diese mit einem wiederholten Durchgehen durch die Platte verbunden ist, keine Drehung der Polarisationssebene erleidet. Denn setzt man in (4_a) und (8_a) $E_s' = E_s'' = 0$ und wie nach der Symmetrie nöthig:

$$\Delta_1' = \Delta_1'' = \Delta_2' = \Delta_2'' \text{ und } P_1' = P_1'' = P_2' = P_2'',$$

so wird $R_s' \text{ und } R_s'' = 0$.

Diese Resultate sind um so auffälliger, als in anderen Hinsichten das gewöhnliche angenäherte Verfahren, das Verhalten der durchgegangenen Wellen nach der direct (ohne wiederholte innere Reflexionen) durchgegangenen zu beurtheilen, merkliche Fehler verursachen kann, wie ich in der vorhergehenden Mittheilung gezeigt habe.

Göttingen, im März 1884.

IX. Herstellung der japanischen magischen Spiegel und Erklärung der magischen Erscheinungen derselben¹⁾;
von Hanichi Muraoka in Japan.

Dass eine gewisse Sorte des japanischen bronceenen Spiegels den Namen „magischer Spiegel“ erhalten hat, kommt von den folgenden zwei merkwürdigen Erscheinungen her, welche er zeigt. 1) Fängt man das von dem Spiegel reflectirte Licht auf einer weissen Wand auf, so kommt das Bild der Figuren zum Vorschein, welche hinter dem Spiegel eingeprägt sind, und die sonst an der Spiegeloberfläche unsichtbar sind, und zwar erscheinen bei Anwendung divergenten Lichtes die dickeren Stellen, also die, an welchen die hinteren Figuren erhaben sind, lichtstärker als die übrigen. 2) Macht man auf die hintere Fläche des Spiegels mit einer Messerspitze einen Riss, so wird derselbe auch in der Pro-

¹⁾ Auszug aus einer japanischen technischen Zeitschrift „Tokio Gakugeisassi“.