2. Über die verstimzte Oktave bei Stimmgabeln und über Asymmetrietöne; von Franz Lindig.

[Auszug aus der Kieler Dissertation, II. Teil.¹⁾]

Bedeutung der Oktavenschwebung für die Phasenfrage, bisherige Behandlung des Problems und Ergebnisse vorliegender Untersuchungen.

Bei der Frage, ob bei einem Tonintervall ein Phasenunterschied der Komponenten unserem Ohr hörbar wird, oder nicht, ist vielfach der Fall der verstimzten Stimmgabeloktave angeführt und für die eine wie die andere Entscheidung benutzt worden: Wenn man zwei Stimmgabeln, die annähernd das Intervall der Oktave bilden, zusammen ertönen läßt, während sie auf ihren Resonanzkästen stehen, so hört man dabei leise schwebungsartige Klangveränderungen. Es scheint, als ob Grundton und Oktave abwechselnd hervortreten. Hat man es hier mit einem wirklichen Hörbarwerden der Phasen zu tun? Dies stände in Widerspruch mit dem, was von Helmholtz²⁾, Hermann³⁾ und zuletzt von mir vermittelt der *Telephonsirene*⁴⁾ über die Phasenfrage gefunden worden ist.

Helmholtz sieht die Erklärung der Oktavenschwebung in dem sich während des Zusammenklanges der Gabeln bildenden ersten Differenztone; dieser bilde mit der Oktavengabel Schwebungen des Einklangs. Wenn die Erscheinung aber auch bei schwach angeschlagenen Stimmgabeln auftritt, so muß jene Erklärungsweise uns wenigstens zweifelhaft erscheinen, denn die Helmholtzschen Kombinationstöne treten gemäß ihrer Theorie⁵⁾ immer nur dann auf, wenn die ver-

1) Der Fakultät eingereicht im Mai 1902.

2) H. v. Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, I. Aufl. p. 190 f. 1863.

3) L. Hermann, Pflügers Archiv 56. p. 467 f. 1894; Wied. Ann. 58. p. 392 f. 1896.

4) F. Lindig, Ann. d. Phys. 10. p. 242 ff. 1903.

5) H. v. Helmholtz, Pogg. Ann. 99. p. 497 f. 1856; Wissenschaftl. Abhandl. 1. p. 263 f. 1882.

wendeten, kombinierten Töne so stark sind, daß auch „die Quadrate der Verschiebungen einen merklichen Einfluß auf die Größe der Bewegungskräfte erhalten“.

Lord Kelvin¹⁾, sowie R. König²⁾ sehen in der schwebungsartigen Klangveränderung der verstimmten Oktave den direkt durch das Ohr wahrgenommenen allmählichen Phasenwechsel zwischen Grundton und Oktave. Denn sie gehen von der Voraussetzung aus, daß die Stimmgabeln gar keine, oder doch nur hohe, unharmonische Obertöne, aber nicht die Oktave, erzeugen können. Daher ist ihnen dieser Fall ein klarer Beweis für den Einfluß der Phasen auf die Klangfarbe.

Eine andere Erklärung des vorliegenden Phänomens gründet sich auf die Annahme, die Stimmgabeln hätten harmonische Obertöne, darunter die Oktave. Dieser Oberton bilde also mit der verstimmten Oktavengabel Schwebungen des Einklangs. Solche Erklärung gibt Hr. Prof. Hermann.

Diese Lösung des Rätsels wäre freilich die einfachste; nur müssen wir uns dann Rechenschaft davon geben, wie die Oktave in der Stimmgabelschwingung zu stande kommt. Solche Erscheinung spräche doch offenbar allen bisher über die Bewegung freischwingender Stäbe bekannten Gesetzen Hohn!

Hr. Prof. Hermann gibt für die harmonischen Obertöne der Stimmgabeln keine Erklärung, sondern beruft sich nur darauf, daß solche vielfach beobachtet seien, zuletzt von Hrn. Prof. Stumpf.³⁾ Dieser hat an verschiedenen Stimmgabeln durch Schwebungen eine ganze Reihe von Obertönen nachgewiesen, vor allen die Oktave, sie fehlte bei keiner Gabel. Stumpf zitiert auch ausführlich die bisherige Literatur über Beobachtungen harmonischer Obertöne an Stimmgabeln und ähnlichen Tonquellen; er selbst aber entscheidet sich für keine der gegebenen Erklärungsweisen, sondern stellt nur durch seine Beobachtungen die Tatsache vom Vorhandensein der harmonischen Obertöne fest. Auf die vor Stumpf gemachten Beobachtungen und diesbezüglichen Erklärungsversuche der Stimmgabelobertöne werde ich später (p. 44) eingehen.

1) Lord Kelvin, Proc. Roy. Soc. Edinb. 9. p. 602. Taf. 5. 1878.

2) R. König, Wied. Ann. 14. p. 369 f. 1881; 57. p. 555. 1896.

3) C. Stumpf, Wied. Ann. 57. p. 660 f. 1896.

Es ist offenbar von der größten Wichtigkeit, für die von vielen beobachtete Tatsache des Auftretens der harmonischen Obertöne an Stimmgabeln, Klangstäben, Platten etc., deren höhere Eigenschwingungen sämtlich als unharmonisch zur Grundschwingung bekannt sind, eine rein auf Beobachtungen gegründete, alle Erscheinungen in sich fassende Erklärungsweise zu finden. Dies gilt nicht zum wenigsten auch für die Phasenfrage; denn *beim Mangel an deutlicher Einsicht in die Entstehung dieses harmonischen Obertones wird man denselben auch nicht mit voller Zuversicht zur Erklärung der Erscheinungen der verstimmten Stimmgabeloktave heranziehen können.*

Gleich hier sei das *Ergebnis* meiner hier folgenden Untersuchungen in Kürze zusammengestellt:

Das *Vorhandensein der Oktave im Klange einer einzelnen Stimmgabel* wird zunächst *bestätigt* und, wie wir glauben, zum ersten Mal eine einwandfreie und zugleich in das Einzelne der Erscheinungen gehende *Erklärung für das Auftreten dieser Oktave* gegeben.

Es zeigt sich, daß das Auftreten jener Oktave zwar unter die *v. Helmholtzsche Theorie der Kombinationstöne* fällt, daß dasselbe jedoch nicht bedingt ist durch große Intensität des Grundtones — was bei den eigentlichen Kombinationstönen der Fall ist —, vielmehr durch die an der Grenze zwischen Stimmgabelzinke und Luft bestehende *Asymmetrie* in der Lagerung der Luft.

Deshalb, und weil es sich außerdem bei einer Stimmgabel überhaupt nicht um die Kombination der Wirkungen zweier Schallwellenzüge auf die Luftteilchen handelt, so wird für die behandelte Oktave und die anderen in gleicher Weise auch bei reiner Sinusschwingung der Stimmgabelzinken entstehenden harmonischen Obertöne der Name „*Asymmetrietöne*“ vorgeschlagen.

Diese, sowie die anderen schon vorhandenen Erklärungsweisen der Oktave bei Stimmgabeln werden an einer großen Zahl besonderer Versuche geprüft.

Eine weitere Reihe von Versuchen, die zeigt, daß, wie bei den Stimmgabeln auch bei anderen Tonquellen in gleicher Weise harmonische Obertöne in der Luft — *Asymmetrietöne* — entstehen, bildet den Schluß der Arbeit.

Beobachtung der Oktavenschwebung.

Ich wiederholte zunächst die Versuche, die in dieser Hinsicht von Helmholtz, König, Lord Kelvin und Hermann vorgenommen waren und zwar mit zwei Königschen Stimmgabeln neuester Konstruktion: $Ut_3 = c'$ (16 cm lang, 0,8 cm dick, 1,4 cm breit), $ut_4 = c''$ (10 cm lang, 0,6 cm dick, 1,4 cm breit).

Der freie Abstand der von der Stielkrümmung an parallel verlaufenden Zinken betrug bei beiden Gabeln 1,9 cm. Die Stimmgabeln erzeugten einen sehr lange andauernden Ton. Der Stiel hatte an seinem Ende Schraubengewinde, das durch eine Mutter von der Innenseite des Resonanzkastens gehalten wurde. Diese Einrichtung erwies sich namentlich in Hinsicht auf das nachher notwendige Aufhängen der Gabeln als sehr praktisch. Die Lissajoussche Gabel, die auf ihrer oberen Zinke das Objektiv des Vibrationsmikrokopes trug, war die niedere Oktave von Ut_3 , also gleich Ut_2 (c); sie war 21 cm lang, 0,7 cm dick und 1,5 cm breit. Zunächst stellte ich die beiden Gabeln c' c'' auf ihre Resonanzkästen, und stimmte die tiefere von ihnen, die fortan „Grundtongabel“ genannt werden soll (während c'' „Oktavengabel“ heißen möge) mit der Lissajousschen Vergleichsgabel in die reine Oktave, sodaß die Oktavenfigur im Mikroskop sich nicht änderte. Dann wurde c'' um ein gewisses Maß verstimmt.

Die Erregung der Lissajousschen Stimmgabel geschah nicht auf elektrischen Wege, sondern wie die der beiden anderen Gabeln, mittels eines mit einem Tuch überzogenen Korkhammers.

Die Versuche hatten das schon bekannte Resultat. Die Schwebung trat am besten hervor, wenn die Oktavengabel schwächer angeschlagen wurde, als die Grundtongabel. Doch schien mir der Charakter der Klangveränderung, solange beide Gabeln auf ihren Resonanzkästen standen, nicht ganz klar zu Tage zu treten.

Ich hängte daher späterhin jede Gabel ohne Resonanzkasten in folgender Weise auf: Auf einem dünnen dreieckigen Holzbrettchen, von den Seitenlängen 11:11:8 cm, war ein starkes Stück festen Korkes aufgenagelt, sodaß das Brettchen hiermit in den Arm eines eisernen Statives eingeklemmt werden

konnte. Von den Ecken dieses Brettchens führten drei gleich lange Kautschukschläuche zu einem gleichen hinunter, durch das von unten her der Stiel der Stimmgabel geführt und von oben mittels der Schraubenmutter fest angezogen werden konnte.

Bei solcher Aufhängung gaben die Stimmgabeln gar keinen Schall, außer durch Luftleitung, ab. Nur in nächster Nähe konnte man ihr Tönen wahrnehmen. Ich stellte demnach die beiden Stative so auf, daß die Gabeln, ohne sich zu berühren, dicht nebeneinander und zwar mit den vier Zinken in einer Ebene hingen, und führte zwischen beide Gabeln ein kleines Glasröhrchen von 6 mm Durchmesser ein, von dem aus ich einen 1 m langen Schlauch zum Ohre leitete. In dieser Weise beobachtet, kam der Charakter der Klangveränderung viel deutlicher zu Gehör. Ich erkannte, daß die Veränderung darin bestand, daß in dem Takte, wie ich die Oktavengabel verstimmt hatte, jedesmal die *Oktave* des Klanges einmal *schwächer und stärker* wurde, daß der *Grundton* dagegen immer *seine anfängliche Stärke beibehielt*. Nur bei ungenügender Aufmerksamkeit konnte man durch Kontrastwirkung zu dem Glauben verleitet werden, daß auch der Grundton seine Intensität ändere.

Alle diese Versuche weichen von den bisher üblichen, namentlich denen Prof. Hermanns, nur insoweit ab, daß ich meistens die Oktavengabel, er jedoch die Grundtongabel um ein gewisses Maß verstimmt. Er erhielt also doppelt so viele Schwebungen der Oktavengabel mit der Grundtongabel, als wie diese mit der rein gestimmten Grundtongabel gab; ich dagegen bekam überall die gleiche Anzahl von Figurenwechseln und Schwebungen. Weil dies die Überlegungen wesentlich einfacher gestaltet, habe ich meine Methode späterhin auch beibehalten. Doch habe ich es nicht unterlassen, zunächst auch Versuche in der üblichen Art durchzuführen, und zwar mit demselben objektiven Versuchsergebnis wie Hr. Prof. Hermann.

Es muß nach alle diesem als sehr wahrscheinlich gelten, daß die auftretende Klangveränderung beim Intervall der verstimmtten Oktave von dem Schweben der Oktavengabel mit einer von der Grundtongabel mit erzeugten Oktave herrührt. Denn eine Klangveränderung, die auf Phasenwechsel beruht,

würde doch wohl am stärksten bei gleicher Amplitude beider Töne zu erwarten sein, während dies durchaus nicht der Fall ist. Hierzu kommt ferner, daß aus der Methode, die aufgehängten Gabeln mit einem Röhrchen zu beobachten, sich mit Sicherheit der Charakter der Klangveränderung als derart ergibt, daß nur die Oktave stärker oder schwächer wird, während der Grundton unverändert fort tönt. Von einem Alternieren beider Töne ist nicht die Rede.

Die wichtige Frage ist nun also, das Auftreten der Oktave bei Stimmgabeln physikalisch, und zwar durch Experiment und Theorie, genau zu analysieren. Bevor ich diesem Problem direkt näher trat, stellte ich mir zunächst die *Frage, in welcher Phase die Oktave der Stimmgabel zu ihrem Grundton steht*.

Es hat sich mir gezeigt, daß die Lösung dieser scheinbar abliegenden Voruntersuchung gerade zur Lösung des Hauptproblems beiträgt.

Die Feststellung der Phase der Oktave ist mit Berücksichtigung folgender Überlegungen möglich:

1. Wenn sich *eine* Stimmgabel *A* schwingend vor der mit dem Vibrationsmikroskop versehenen Lissajouschen Gabel *L* befindet, so sieht man an den Figuren direkt die Phasen zwischen *A* und *L*.

2. Wenn sich gleichzeitig *zwei* Stimmgabeln *A* und *B* in der geschilderten Lage befinden, so läßt sich aus den zwei Figuren ein Rückschluß auf die Phase zwischen *A* und *B* machen, und zwar vereinfacht sich dieser Rückschluß wesentlich dann, wenn die eine Stimmgabel, etwa *A*, ein harmonisches Intervall mit *L* bildet und also ihre Figur stillsteht.

3. Es sei nun unter *A* die Grundtongabel (*c'*), unter *B* die Oktavengabel (*c''*) verstanden. Dann ergibt sich die Phase der von der Grundtongabel miterregten Oktave zu deren Grundton in folgender Weise: Wenn beim gleichzeitigen Erklängen von Grundtongabel *A* und verstimmtter Oktavengabel *B* eine Schwebung der Oktave auftritt — denn als solche hat sich die Klangveränderung herausgestellt —, so ist sicher die Oktavengabel *B* mit der von der Grundtongabel *A* erregten Oktave in dem Augenblick, wo die Oktave stark war, in gleicher, wo sie schwach war, in entgegengesetzter Phase gewesen.

Solche Momente müssen wir also akustisch und optisch fixieren, d. h. wir müssen die Phase der beiden Stimmgabeln *A* und *B* untereinander für den Augenblick feststellen, wo die gehörte Oktave in der Schwebung ihr Maximum hatte. Für solchen Augenblick gibt die Oktavengabel auch die Phase der Obertonoktave an.

Praktisch ist jene oben gestellte Versuchsbedingung, beide Gabeln gleichzeitig im Gesichtsfelde des Lissajousschen Mikroskopes zu beobachten, schwer durchführbar. Denn gerade bei diesem wichtigen Versuche muß man ganz sicher sein über den Weg, auf dem die Töne in das Ohr gelangen; daher muß jedes direkte Festklemmen der Gabel vermieden werden. Dabei könnte nämlich einerseits das Stativ zum Tonleiter werden, andererseits könnte es auch als Resonator auf die Periode der Stimmgabel variierend einwirken.

Ich hängte daher beide Stimmgabeln getrennt in der oben beschriebenen Weise an Kautschukschläuchen auf und brachte sie einander so nahe, wie es ohne Berührung der Gabeln und Brettchen angehen konnte; dann schob ich das Lissajoussche Mikroskop schnell von der einen zur anderen Gabel hinüber. Der Abstand der nebeneinander hängenden Gabeln betrug im Durchschnitt 3—4 cm. Vorher stimmte ich, wie schon oben, die Grundtongabel absolut rein mit der Lissajousschen, so daß sich die Figur während einer Minute nicht änderte.

Um eine möglichst große Garantie für die Richtigkeit dieser wichtigen Versuche zu haben, ist auch der Temperaturkoeffizient der Stimmgabeln berücksichtigt worden. Er wurde durch schon drei Stunden vorher konstant gehaltene Temperatur im Zimmer (20°) eliminiert. Auch gegen strahlende Wärme wurden die Gabeln, und zwar durch einen Schutzmantel von Nickelpapier, geschützt.

Ferner ist zu beachten, daß viele der Lissajousschen Figuren mehrdeutig sind. Eindeutige Resultate gaben also auch nur die eindeutigen Figuren, d. h. bei den hier in Betracht kommenden Intervallen der Oktave und Doppeloktave die Parallelbögen einerseits und die Σ artigen Figuren andererseits.

Endlich mußte volle Sicherheit darüber herrschen, zu wissen, auf welchem Wege die Töne in das Ohr gelangten.

Dies wurde dadurch erreicht, daß der von einer oder von zwei Glasröhrchen aufgenommene Ton der Gabeln durch einen sich mittels Gabelstücks in zwei teilenden Kautschukschlauch in die Ohren geleitet ward. Jedes Schlauchende wurde dann einem Ohre mit Siegelack genau eingepaßt und die Längen der Schläuche so gewählt, daß darin eine halbe Wellenlänge der verwendeten Töne vermieden wurde.

Die Zeit eines ganzen Versuches betrug nach dem Anschlagen der Gabeln ungefähr 20 Sek., oder nach Wunsch länger. Es erfordert allerdings erst einige Übung und Gewandtheit, die beiden aufgehängten Gabeln nach dem Anschlagen durch Berührung des Aufhängebrettchens gleich ganz in Ruhe zu bringen, und auch das Ohr muß sich erst an die genaue Beobachtung der recht kleinen Tonintensitäten gewöhnen.

Die Versuche wurden in vier wesentlich verschiedenen Anordnungen durchgeführt: Zwei mit einfachem Aufnahme-röhrchen der Töne, zwei mit doppeltem, von denen sich noch jede wieder durch die Stellung der Röhrenmündungen zu den Zinken unterschied. Doch kann ich auf die Einzelbeschreibung dieser Versuche, die sich in der Dissertation ausführlich finden, verzichten und zwar schon darum, weil, wenn sie auch allerdings für mich grundlegend, zwingend und unmittelbar beweisend waren, ich später angestellte Versuche schildern will, die dasselbe Resultat auf die allereinfachste Weise erkennen lassen.

Das Resultat dieser hunderte von Malen durchgeführten Versuche war folgendes:

An welcher Stelle vor den Zinken der Stimmgabel ich auch immer den Klang der Grundtongabel in das Glasröhrchen eintreten ließ, immer ergab sich als Phase des Druckes zwischen deren Grundton und Oktave die Phase Null, d. h. überall beginnt mit dem positiven Druck des Grundtones auch positiver Druck der Oktave. Dann muß die Oktave also auch *zu derselben Zeit* überall in derselben Phase sein. Dies bedeutet, es geht z. B. Verdichtung gleichzeitig nach allen Seiten aus. *Die Zinken mußten sich also, falls diese selbst die Oktavenbewegung transversal ausführten, im Oktaventakte zugleich nach innen und nach außen bewegen.* Dies ist ein *Unding*. Folglich

kann die Oktave kein aus der transversalen Schwingungsbewegung der Zinken sich ergebender Oberton der Stimmgabel sein.

Danach bleiben noch drei Möglichkeiten offen: Erstens könnte die Oktave das Resultat einer longitudinalen Schwingung der Zinken sein, oder zweitens das einer Volumenschwingung, d. h. beruhend auf Expansion und Kompression der Zinken. Diese beiden Schwingungsarten ergeben aber, wenn mechanisch auch vielleicht zulässig, doch kein so einfach harmonisches Verhältnis zur Transversalschwingung, wie das der Oktave, sondern wären unharmonisch.

Als dritte Möglichkeit bleibt die, daß die Oktave erst in der Luft, durch deren Schwingung, erzeugt wird. —

Bevor ich auf die Erklärung der Oktave weiter eingehe, seien hier zunächst noch die Versuche angeführt, die die Richtigkeit der gewonnenen Resultate auf die allereinfachste Weise dartun.

Wenn nämlich die Oktave bei Stimmgabeln auftritt, und zwar überall in gleicher Phase, so muß sich dies auch in einfacherer Weise, wie bei der Oktavenschwebung, durch direkte Versuche zu erkennen geben.

Direkte Beobachtung der Oktave bei Stimmgabeln.

I. Beobachtungen an nur einer Stimmgabel.

Zur Beobachtung der Stimmgabeln wandte ich auch hier mit großem Vorteil die, wie ich nachträglich in der Literatur gefunden habe, schon von Kiessling¹⁾ und Stefan²⁾ gebrauchte Methode an, nämlich die Methode, die Zinken der Stimmgabeln direkt mit einem Röhrchen zu behören, von dem man einen oder zwei gleich lange Kautschukschläuche in das Ohr leitet. Ein Doppelnöhrchen aber ist, soweit ich weiß, noch nicht zu diesem Zwecke verwendet worden. Dagegen hat gerade diese Modifikation der Versuche mich zur Auffindung von manchem Neuen geleitet. Bei den hier folgenden Versuchen sind zur Aufnahme der Töne zwei einfache Röhrchen mit 4 mm innerem Durchmesser benutzt worden, von denen eines in eine 2 mm

1) K. Kiessling, Pogg. Ann. **130**. p. 177. 1867.

2) M. J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, mathem. Klasse **61**. 2. Abt. p. 491. 1870.

dünne Spitze ausgezogen war. Ferner wurde ein Doppelröhrchen mit parallelen Gabelenden verwandt und diese, wenn erforderlich, durch zwei Ansatzstücke mittels Kautschukzwischenstücken verlängert.

Um die gefundenen Resultate besser formulieren zu können, diene folgende schematische Zeichnung:

Die beigesetzten Buchstaben deuten die Stellungen der Röhrenmündungen an. Die ersten Beobachtungen führte ich an der schon bei der Oktavenschwebung benutzten Stimmgabel Ut_3 (c') aus.

a) Versuche mit einfachem Röhrchen.

Ich hängte die zu prüfende Stimmgabel in der oben beschriebenen Weise in dem Brettchen mit Kautschukschläuchen auf, schlug sie mit dem Korkhammer an und näherte den Zinken bis auf 3—4 mm zunächst das einfache Glasröhrchen, von dem der Schall in das Ohr geleitet ward. Es ist schon vornherein zu erwarten, daß man so die Oktave nur da wird hören können, wo der Grundton nicht vorhanden ist. Also ergaben sich die Punkte: b , f , h , k .

Von b und f konnte ich mit der Röhrenmündung noch eine ganze Strecke an den Zinken der über Kopf hängenden Gabel hinaufgehen; immer noch war dort die Oktave deutlich zu hören. Mit überraschender Deutlichkeit ist die Oktave bei h und k , direkt unter den Zinken, zu hören. Geht man mit dem Röhrchen an den bezeichneten Stellen etwas weiter von den Zinken ab, so erlischt die Oktave sehr schnell. Ferner ist mit dem einfachen Röhrchen noch ein Klangunterschied zwischen den Stellungen a und d zu vernehmen. Da bei d der Grundton in doppelter Stärke wie in a wirkt, die Oktave aber wegen des größeren Abstandes nur wenig vernehmbar ist, so hört man in a die Oktave deutlich aus dem Klange

heraus, während bei d vergleichsweise nichts von ihr zu hören ist.

b) Versuche mit Doppelröhrchen.

Hier benutzte ich das Doppelröhrchen mit parallelen Gabelenden. Die Oktave war bei diesen Versuchen deutlich zu hören, wenn sich die Rohrenden befanden in

$$a-c, a-e, e-g, c-g; \quad b-f, h-k, b-k, h-f.$$

Dagegen trat der Grundton stark hervor in den Stellungen: $c-e, a-g$. Aus diesen Versuchen geht klar hervor, daß an all den Stellen, wo sich der Grundton in entgegengesetzter Phase befindet, die Oktave in gleicher Phase nachbleibt. Nun ließe sich vielleicht einwenden, daß die Oktave nur an den Außenseiten der Zinken erregt würde. Auch dann könnte sie in den Stellungen $a-c, a-e$, sowie $e-g, c-g$ auftreten, da sich dort der Grundton vernichtet; sie käme dann eben nur von a und andererseits von g her, und die Behauptung der gleichen Phase ließe sich hierdurch nicht beweisen. Aber gegen das Nichtvorhandensein der Oktave an den Innenseiten der Zinken spricht der Umstand, daß man mit dem Doppelrohr an den bezüglichen Stellen die Oktave überall stärker hört, als mit dem Einzelrohr an den Interferenzstellen des Grundtones. Zweitens spricht für die Behauptung der Gleichheit der Phase der Versuch $h-k, b-f$, sowie $b-k, h-f$. Befinden sich die Enden des Doppelrohres in diesen Stellungen, so ist die Oktave nicht etwa schwächer, als in den Einzelstellungen, oder gar erloschen, sondern sie tritt verstärkt auf. Also befindet sie sich dort in gleicher Phase.

II. Beobachtungen an zwei Stimmgabeln von annähernd gleicher Höhe.

Hierzu bediente ich mich zweier neuer Königscher Stimmgabeln von der Höhe Re_3 (d). Sie hatten beide genau dieselben Dimensionen, waren 13 cm lang, 0,6 cm dick, 1,4 cm breit. Der freie Abstand der parallelen Zinken betrug ebenso wie bei den oben beschriebenen Gabeln 1,9 cm. Auch hier hängte ich die eine Stimmgabel, um nicht durch einen immer tönenden starken Grundton behindert zu sein, an den Kautschukschläuchen über Kopf auf und näherte ihr die

andere, während ich sie mit dem am Stiele angebrachten Holzstückchen aufrecht in der Hand hielt. Dadurch war jede äußere Resonanz der Gabeln verhindert. Die Schwebungsdauer betrug bei diesen Versuchen etwa 4 Sek. Mögen die Zinken der einen Stimmgabel durch a und b , die der anderen durch a_1 und b_1 bezeichnet werden, so brachte ich beide Gabeln anfangs zueinander in die Stellung:

$$a \quad b \quad a_1 \quad b_1.$$

Den Abstand $b \ a_1$ machte ich ungefähr gleich 5 mm. Zwischen b und a_1 führte ich die Mündung des in eine Spitze auslaufenden einfachen Glasröhrchens ein und klemmte es an einem Nebenarm des Aufhängestatives der Stimmgabel in der erforderlichen Stellung fest. Wenn beide Stimmgabeln mit dem Hammer angeschlagen waren, hörte man im Takte der hervorgebrachten Verstimmung durch den Schlauch den Grundton der Gabeln abwechselnd anwachsen und verschwinden. Im Augenblick seines Verschwindens aber trat die Oktave sehr deutlich hervor. Für meine Behauptung der gleichen Phase der Oktave beweist dieser Versuch nichts, da ich zwei gleiche (äußere) Kanten der Zinken einander genähert habe; diese enthalten natürlich die Oktave in gleicher Phase zum Grundton. Auch wenn die Oktave aus der Eigenbewegung der Zinken hervorginge und also innen und außen in entgegengesetzter Phase zum Grundton stände, würde die hier beobachtete Erscheinung auftreten. Dieser Versuch beweist nur abermals die Existenz der Oktave.

Wesentlich anders werden die Verhältnisse, wenn ich folgende Stellung der beiden Stimmgabeln wähle:

$$a \quad a_1, \quad b \quad b_1.$$

Ich will gleich das hier erhaltene Resultat voranstellen: Sowohl zwischen a und a_1 , wie zwischen b und b_1 , wie auch zwischen a_1 und b tritt während der Auslöschung des Grundtones die Oktave hervor. Die erstgenannten beiden Fälle sind gleichartig. Jedesmal wirken eine Außenseite und eine Innenseite der Stimmgabelzinken zusammen. Der zuletzt genannte Versuch, wo das Röhrchen sich zwischen a_1 und b befindet, ist dem in der vorhin geschilderten Nebeneinander-

stellung der Stimmgabeln in gewisser Weise analog. Hier sind zwei Innenseiten der Zinken einander zugekehrt. Wenn also dann die Oktave bei Auslöschung des Grundtones auftritt, so ist das ein schlagender Beweis dafür, daß die Oktave auch an der Innenseite der Zinken erregt wird. Für die Phase aber sagt dieser Fall ebenso wenig etwas aus wie jener der Nebeneinanderstellung der Gabeln.

Mit Benutzung des Resultates von $a_1 - b$ können wir jedoch weiter schließen: Da zwischen aa_1 und zwischen bb_1 auch die Oktave bei Auslöschung des Grundtones auftritt, so muß sie an der Außen- und Innenseite der Zinken in gleicher Phase zum Grundton stehen. Gerade dies war zu beweisen.

Kurz sei hier darauf hingewiesen, daß ich bei der oben angeführten einfachen Nebeneinanderstellung der Gabeln noch eine an sich wertvolle und interessante Beobachtung habe machen können. Man kann bei diesem Versuch mit der Dauer einer Schwebung viel weiter gehen, als anfangs zu erwarten. Wurden die Zinken einander bis auf etwa 5 mm nahe gebracht, so habe ich noch Schwebungen gut feststellen können, die eine Dauer von je 80—90 Sek. hatten. Ja, ich habe diese Grenze sogar noch auf das Doppelte erweitert, indem ich die in der Hand gehaltene Gabel um 90° drehte, nachdem ein Erlöschen des Grundtones beobachtet worden war. Dadurch tritt dies nämlich schon nach der halben Schwebungszeit wieder ein. Also konnten so *allein durch das Ohr Schwebungen von der Dauer von je 160—180 Sek. beobachtet* werden.

Die zum Beweis der Oktavenphase bei Stimmgabeln angeführten Versuche werden genügen, um das Resultat sicher zu stellen. Es ist jetzt nötig, zu einer theoretischen Begründung der durch diese Versuche gewonnenen Tatsachen zu gelangen.

Erklärung der Oktave.

Daß die beobachtete Oktave nicht als Oberton der Stimmgabel im gewöhnlichen Sinne gefaßt werden darf, habe ich gezeigt.

Der erste, der überhaupt die Oktave bei Stimmgabeln beobachtet hat, ist, soweit ich die Literatur hierüber rück-

wärts verfolgen konnte, 1839 Roeber¹⁾ gewesen. Er unterscheidet die beobachtete Oktave sehr wohl von den vorher behandelten Klirrtönen und erkennt, daß sie sich ebenso wenig aus den bekannten Schwingungsgesetzen der Stäbe erklären lasse. Demnach läßt er die Frage nach ihrer Entstehung offen. Fernerhin machte A. Seebeck²⁾ Beobachtungen an Glocken und Stimmgabeln, aus denen hervorgeht, daß dabei harmonische Obertöne auftraten. Dann hat auch H. v. Helmholtz³⁾ bei Gelegenheit seiner Arbeiten über Kombinations-töne die Oktave bei Stimmgabeln gefunden. Auf seine Erklärungsweise komme ich gleich zu sprechen. Im Jahre 1866 fand Quincke⁴⁾ durch seine Untersuchungen mit Interferenzröhren die Oktave bei allen daraufhin geprüften Stimmgabeln; eine Erklärungsweise dafür gab er nicht. Eine Erklärung, die ziemlich isoliert dasteht, hat 1870 M. J. Stefan⁵⁾ für die Oktave gegeben. Er sagt, daß bei Stimmgabeln, Klangstäben, Glocken etc. Oktaven an den Interferenzstellen des Grundtones aufträten, die durch periodische Druckschwankungen, bei stärkeren Exkursionen der Luft, in der Mittelebene entstanden. Solange man nur mit einem einfachen Röhrchen die Oktave beobachtet, wie Stefan es tat, muß man freilich meinen, daß sie nur in der Mittelebene auftritt, und der Stefansche Erklärungsversuch scheint berechtigt; beobachtet man jedoch mit einem Doppelrohr, so findet sich, daß die Oktave nicht nur in der Mittelebene, sondern an allen Seiten der Stimmgabel auftritt, was aber seiner Erklärung widerspricht. Sodann gibt Stefan doch auch nur den Grund für das Entstehen der Oktave an, während auch noch andere, höhere harmonische Obertöne an Stimmgabeln etc. beobachtet worden sind. Daher muß man die Stefansche Erklärungsweise zum wenigsten als unzureichend bezeichnen.

Ich habe als Ausgangspunkt zu meiner Erklärung die schon oben zitierte *v. Helmholtzsche Untersuchung über Kom-*

1) Roeber, Doves Repertorium der Physik 3. p. 55. 1830.

2) A. Seebeck, Doves Repertorium der Physik 8. p. 69. 1849.

3) H. v. Helmholtz, Pogg. Ann. 99. p. 506 f. 1856.

4) G. Quincke, Pogg. Ann. 128. p. 177 f. 1866.

5) M. J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, math.-naturw. Klasse 61. 2. Abt. p. 491. 1870.

binationstöne gebraucht. Darin habe ich (p. 506) eine Bemerkung gefunden, aus der hervorgeht, daß er für die an Stimmgabeln auftretenden harmonischen Obertöne eine der hier folgenden ähnliche Erklärung schon als möglichen in das Auge gefaßt hat. Er sagt in Bezug auf diesen Gegenstand: „Ich glaube, daß der Grund dieser Erscheinungen darin zu suchen ist, daß die Schwingungen der betreffenden elastischen Körper bei diesen Versuchen die Grenze überschreiten, innerhalb deren die elastischen Kräfte den Elongationen proportional sind. Daß dadurch harmonische Obertöne entstehen müssen, läßt sich theoretisch durch eine ähnliche mathematische Entwicklung, wie wir sie später für die Theorie der Kombinationstöne geben werden, zeigen.“

Dies spricht Helmholtz im Jahre 1856 aus; dennoch benutzt er diese Erklärung nicht zur Begründung der Oktavenschwebung. Überhaupt spricht er in den drei ersten Auflagen der „Tonempfindungen“ von den Stimmgabeln immer als von Tonquellen mit nur unharmonischen Obertönen, ohne die dabei auftretende Oktave etc zu nennen.

Ich will im folgenden zeigen, daß man auf dem von Helmholtz angedeuteten Wege zu einer vollgültigen Erklärung aller vorliegenden Erscheinungen kommt. Im besonderen werde ich auch beweisen, daß die Phase der Oktave in der mathematischen Entwicklung mit Berücksichtigung der jeweiligen physikalischen Verhältnisse dieselbe ist, wie die von mir an den Stimmgabeln beobachtete. Helmholtz aber legt, nach jener Bemerkung zu urteilen, bei der Entstehung der harmonischen Obertöne das *Hauptgewicht auf die starken Elongationen* des Punktes. Es fragt sich nur, wo die Grenze zwischen starken und schwachen Elongationen zu setzen ist. Ich habe die Oktave sowohl an einer Stimmgabel direkt, als auch besonders mit zweien durch die bekannte Oktavenschwebung noch feststellen können, wenn die Gabeln nur sehr leise klangen; nur muß die höhere im Verhältnis zur tieferen immer noch geringer in Schwingung versetzt werden, dann hört ein aufmerksames Ohr ebenso charakteristisch hier die Schwebungen mit kleinen Tonintensitäten, als vorher mit großen. Meine Erklärung hierfür werde ich gleich geben.

Wir können zunächst die mathematische Entwicklung

ganz an die v. Helmholtzsche anlehnen, nur mit dem Unterschied, daß wir nur *ein* erregendes Wellensystem wirken lassen. In der die Stimmgabel umgebenden Luft wählen wir einen beweglichen Punkt von der Masse m . Seine Entfernung von der Gleichgewichtslage zur Zeit t sei x . Auf ihn wirke nun, infolge der Stimmgabelschwingung der äußere periodische Druck: $f \cdot \sin(pt)$ und infolge der Elastizität der Luftteilchen die ihn in die Gleichgewichtslage zurückziehende Kraft k . Diese setzen wir proportional der ersten und zweiten Potenz der Elongationen, also:

$$k = ax + bx^2.$$

Daß hier die zweite Potenz von x mit berücksichtigt werden muß, begründen wir so: Es habe *nicht etwa* x einen *besonders großen Wert*, wie dies für die Kombinationstöne im gewöhnlichen Sinne gilt, wohl aber sei *der konstante Faktor* b *des quadratischen Gliedes groß*. Auch wenn dies eintritt, wird das quadratische Glied von Einfluß auf die Bewegung des Massenpunktes m .

Dies bedeutet physikalisch, daß der hin- und herschwingende Massenpunkt sehr *unsymmetrisch* gelagert ist: denn durch großes b wird der absolute Betrag k sehr verschieden bei positiver und bei negativer Bewegungsrichtung des Massenpunktes.

Dies ist, so behaupte ich, in hohem Maße in der Nähe der Stimmgabelzinken der Fall. Zunächst werde aber jetzt die mathematische Entwicklung zu Ende geführt. Ich gebe dem b in der Rechnung vorerst einen positiven Wert. Die Bewegungsgleichung des Massenpunktes wird nach obigen Voraussetzungen:

$$-m \frac{d^2 x}{dt^2} = ax + bx^2 + f \sin(pt).$$

Setzen wir hierin $x = \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \dots$ und $f = \varepsilon f_1$, so können wir die mit gleichen Potenzen von ε multiplizierten Glieder einzeln gleich Null setzen:

$$(a) \quad ax_1 + m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -f_1 \sin(pt),$$

$$(b) \quad ax_2 + m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -bx_1^2,$$

$$(c) \quad ax_3 + m \frac{d^2 x_3}{dt^2} = 2bx_1x_2 \text{ etc.}$$

Die Integration der ersten Gleichung liefert:

$$x_1 = A \sin \left(t \sqrt{\frac{a}{m}} + h \right) + \frac{f_1}{m p^2 - a} \cdot \sin(p t).$$

Das erste Glied, in das die Integrationskonstanten mit aufgenommen sind, gibt die Bewegung an, die der Massenpunkt annehmen würde, wenn er, einmal aus der Gleichgewichtslage gebracht, sich selbst überlassen wäre. Wir dürfen aber, da diese Bewegung schnell erlischt, A gleich Null setzen und erhalten dann:

$$x_1 = \frac{f_1}{m p^2 - a} \cdot \sin(p t) = u \cdot \sin(p t).$$

Diese Schwingung des Massenpunktes m würde auch eintreten, wenn nur $k = a x$ gesetzt wäre.

Setzt man den Wert von x_1 in die Gleichung (b) ein, so ergibt sich:

$$a x_2 + m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -b u^2 \sin^2(p t).$$

Das Integral dieser Gleichung ist, wiederum mit Weglassung des die Eigenschwingung des Punktes darstellenden Gliedes:

$$x_2 = -\frac{b}{2a} u^2 - \frac{b u^2}{2(4m p^2 - a)} \cos(2 p t).$$

In diesem Gliede stellt der mit $\cos(2 p t)$ versehene Teil die von uns gesuchte Oktave dar.

Für diese haben wir unter Berücksichtigung der jeweiligen physikalischen Verhältnisse die Phase zum Grundton $\sin(p t)$ festzustellen. Dabei wird sich zugleich zeigen, mit welcher Berechtigung wir dem b einen großen Wert beigelegt und infolge dessen die zweite Potenz von x für k mit in die Rechnung eingeführt haben.

Ich denke mir einen Massenpunkt m_1 der Luft in der Nähe der Außenseite der Stimmgabelzinken (links):

k bedeutet eine den Punkt in die Gleichgewichtslage zurücktreibende Kraft, die sich aus der Elastizität der Luftteilchen ergibt. Das x sei positiv gerechnet auf die Zinke

zu (nach rechts). Dann wird offenbar der positiven Bewegung des Massenpunktes eine größere zurücktreibende Kraft entgegengesetzt, als der negativen. Denn bei positiver Bewegungsrichtung bieten die zwischen dem betrachteten Massenpunkte und der Zinke befindlichen Nachbarpunkte einen Widerstand für die Bewegung, während sie bei der negativen alle leicht ausweichen. Daher muß hier gewählt werden:

$$b > 0,$$

denn dann wird

$$h_{(+x)} = ax + bx^2,$$

$$h_{(-x)} = -ax + bx^2,$$

folglich:

$$|h_{(+x)}| > |h_{(-x)}|.$$

Demnach läßt sich auch die Phase der Oktave zum Grundton an der Außenseite der Zinke berechnen. Hier hat man für x_2 den Wert:

$$x_2 = -\frac{bu^2}{2a} - \frac{bu^2}{2(4mp^2 - a)} \cos(2pt)$$

und demgegenüber:

$$x_1 = u \sin(pt).$$

Da außer b alle anderen Teile des Koeffizienten als positive Größen betrachtet werden dürfen, so bleibt bei $b > 0$ das obige $-\cos(pt)$ bestehen.

Jetzt legen wir dem pt bestimmte Werte bei:

Ist $pt = 0$, so ist $\sin(pt) = 0$, $-\cos(2pt) = -1$.

Ist $pt = \frac{\pi}{2}$, so ist $\sin(pt) = 1$, $-\cos(2pt) = +1$ etc.

Also finden wir als Phase der Bewegung: Die Oktave eilt dem Grundton um $\frac{1}{4}$ ihrer Wellenlänge voraus (Fig. 1).

Fig. 1.

Fig. 2.

Soll aus der Bewegungskurve Fig. 1 die Kurve des in m_1 wirksamen Druckes gefunden werden, so hat man zunächst

beide Bestandteile der Kurve umzukehren, da beide positiven Bewegungsrichtungen negative Drucke in m_1 erzeugen (Fig. 2). Daraus ergibt sich die Druckkurve Fig. 3.

Fig. 3.

Also wird an der Außenseite der Stimmgabelzinken eine Oktave erzeugt, deren Druckkurve zu der des Grundtones in Phase Null steht.

Jetzt denke ich mir einen Massenpunkt m_2 der Luft an der Innenseite der Zinken, behalte aber die frühere Bewegungsrichtung (nach rechts) als positiv bei:

Hier findet in Bezug auf die Größe der zurücktreibenden Kraft k gerade das Gegenteil von vorhin statt: Jetzt wird der positiven Bewegung des Massenpunktes m_2 nur eine kleine Kraft entgegengesetzt, dagegen der negativen eine weit größere infolge der Zinkennähe. Also ist in diesem Fall zu wählen:

$$b < 0,$$

sodaß

$$k_{(+x)} = ax - bx^2,$$

$$k_{(-x)} = -ax - bx^2,$$

folglich:

$$|k_{(+x)}| < |k_{(-x)}|.$$

Daher erhält jetzt x_2 positive Vorzeichen:

$$x_2 = \frac{bu^2}{2a} + \frac{bu^2}{2(4mp^2 - a)} \cos 2pt.$$

Also muß die Phase zwischen $\sin(pt)$ und $+\cos(2pt)$ festgestellt werden.

Als Resultat ergibt sich durch eine ähnliche Überlegung wie oben, daß die Oktave dem Grundton um $\frac{3}{4}$ ihrer Wellenlänge vorseilt, also die Bewegungskurve Fig. 4.

Fig. 4.

Fig. 5.

Bei diesem Falle erzeugen beide positiven Bewegungsrichtungen zugleich positive Drucke in m_2 ; also gewinnt man direkt die Druckkurve der Fig. 5.

Die Phasenverhältnisse in den Druckkurven der Figg. 5 und 3 sind aber die gleichen, da beide Kurven als fortlaufend gedacht werden müssen. Folglich wird auch an der Innenseite der Stimmgabelzinken in der Luft eine Oktavenbewegung erzeugt, deren Druckkurve zu der des Grundtones der Stimmgabel in Phase Null steht. Mithin befindet sich diese Oktave an allen Seiten der Zinken in derselben Phase.

Was nun die Erklärung der Oktave bei Stimmgabeln angeht, so habe ich schon angeführt, daß *Helmholtz stets das ganze Gewicht auf die Größe der Elongationen legt*. Er sagt freilich in der Abhandlung über Kombinationstöne, daß in der Kraftgleichung $k = ax + bx^2$ implicite die Bedingung liege, daß der Massenpunkt unsymmetrisch befestigt sein müsse. Er wendet dies jedoch nur auf das unsymmetrisch gebaute Trommelfell an, um zu beweisen, daß den Kombinationstönen wirkliche Schwingungen des Trommelfelles und der Gehörknöchelchen entsprächen, diese also nicht nur subjektiv in der Empfindungsweise des Hörnerven vorhanden seien.

Aus meiner Entwicklung geht aber, denke ich, vor allem hervor, daß, wenigstens in unserem Falle, auf die Asymmetrie in der Lage des schwingenden Punktes das Hauptgewicht gelegt werden muß, in zweiter Linie erst auf große Elongationen. Ich möchte daher für die von mir beobachteten Töne auch nicht den Namen Kombinationstöne wählen, da es sich einmal hierbei überhaupt nicht um die Kombination von Wellen handelt, und dann auch die Größe der Elongationen hier keine Rolle spielt, sondern habe dafür den Namen *Asymmetrietöne* gewählt.

Der Unterschied zwischen Kombinationstönen und Asymmetrietönen ist also der:

Ist x groß, so entsteht ein **Kombinationston** *mitten in der Luft, wo zwei sehr intensive Töne zusammentreffen.*

Ist b groß, so entsteht ein **Asymmetrieton** *nur an Übergangsstellen (Grenzflächen) der Tonquellen selber.*

Ich habe meine obigen Untersuchungen und die theoretische Entwicklung nur auf die *Asymmetrieoktave* erstreckt. Berücksichtigt man die dritte aufgestellte Differentialgleichung (c), so ergibt sich durch deren Integration die Asymmetrieduodecime etc. Ich glaube daher in meine Erklärung auch die sonst an Stimmgabeln beobachteten höheren harmonischen Obertöne einbegreifen zu dürfen. Es ließe sich auf dem von mir eingeschlagenen Wege aus den höheren Gliedern x_3, x_4 etc. auch die Phase der höheren harmonischen Asymmetrietöne feststellen und dadurch ein Fingerzeig für ihre genauere Beobachtung gewinnen.

Die hier für die Stimmgabeloktave gegebene Erklärung als Asymmetrieton ist, wie man sieht, so allgemein, daß solche Oktave und weiterhin auch die höheren harmonischen Obertöne nicht auf den Schwingungsvorgang bei Stimmgabeln allein beschränkt bleiben darf; vielmehr müssen diese an den Grenzflächen auch noch anderer Tonquellen auftreten, nämlich überall da, wo die Luftteilchen unsymmetrisch hin- und herbewegt werden.

Auch darüber habe ich ausgedehnte Versuche angestellt, allerdings wieder mit Beschränkung auf die Asymmetrieoktave. Diese Versuche sind in der Dissertation ausführlich dargestellt, sollen hier jedoch nur im großen und ganzen behandelt werden. Als Kriterium der Existenz der Asymmetrieoktave, sozusagen als ihre Identitätsreaktion, diente mir immer die Beobachtung, daß diese Oktave überall da, wo sich die Eigentöne der Tonquelle in entgegengesetzter Phase befinden, selbst in gleicher Phase hervortritt.

Zunächst wurde an transversal schwingenden, in ihren Knotenlinien aufgehängten Metallstäben beobachtet. Sowohl allein als auch in der Erscheinung der Oktavenschwebung, die der bei Stimmgabeln ganz analog ist, war die Asymmetrieoktave zu beobachten.

Sodann wurden kreisförmige, transversal schwingende Metallplatten untersucht. Auch hier ergab sich, und zwar nicht weniger für die Oberschwingung, als für die Grundschwingung der Platten, die Oktave, die immer in gleicher Phase resultierte, wenn man sich an irgend einer Stelle der Platten von unten und oben zugleich mit einem Doppelröhrchen näherte.

Schließlich haben auch einige Metall- und Darmsaiten die Erscheinung der Asymmetrieoktave gegeben, aber nicht ganz so deutlich wie die anderen Tonquellen. Denn einmal ist hier die Asymmetrie der schwingenden Luftteilchen nicht so bedeutend wie etwa bei den Stimmgabeln, und dann ist es auch schwer, eine Saite so in Schwingung zu versetzen, daß sie nicht schon an sich durch ihre Schwingungsform die Oktave miterzeugt.

Somit ist gezeigt worden, daß die betreffs der Oktave bei Stimmgabeln gewonnenen Resultate ganz allgemeine Bedeutung und Gültigkeit haben.

Durch die vorstehenden Untersuchungen bin ich also zu dem Ergebnis gekommen, daß die Stimmgabeln in der Tat harmonische Obertöne haben, wenn man sie so nennen will, nämlich die in ihrer Zinkennähe auftretenden Asymmetrietöne. Wenn demnach zwei Stimmgabeln, die angenähert eine Oktave miteinander bilden, eine schwebungsartige Klangveränderung hören lassen, so ist eine zureichende Erklärung hierfür die, daß die Oktavengabel mit der von der Grundtongabel in der Luft erzeugten Asymmetrieoktave Schwebungen des Einklangs bildet.

In Hinsicht des Resultates der früher mitgeteilten Untersuchung ist demnach zu bemerken, daß auch hier keine Ausnahme des Phasengesetzes vorliegt.

Es geht aus der angegebenen Entstehungsweise der Oktave auch hervor, daß *es zur Erzeugung reiner Töne*, d. h. reiner Sinusschwingungen der Luft, *durchaus nicht genügt, eine Tonquelle mit reinen Sinusschwingungen zu haben*; denn jene Asymmetrieverhältnisse treten bei allen bekannten Tonquellen dort auf, wo die Abgabe der Schwingung von der Quelle an die Luft stattfinden soll, also werden dort auch überall Asymmetrietöne zu erwarten sein. Somit darf hier die Behauptung

aufgestellt werden, daß das Problem, reine Töne darzustellen, überhaupt noch nicht gelöst ist.

Zum Schlusse möge es mir gestattet sein, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. P. Lenard, für die stets bereitwillige Anregung und Hülfe, die er mir während meiner Untersuchungen hat zu teil werden lassen, an dieser Stelle meinen herzlichen Dank auszusprechen.

(Eingegangen 3. Februar 1903.)