**IV. Ueber ein Verfahren zur Nachweisung der
Extraströme auf elektroskopischem Wege;
von Dr. Fr. Fuchs,**

Privatdocent in Leipzig.

1. **I**m Anschlusse an eine in den Berichten der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften veröffentlichten Untersuchung ¹⁾ theile ich im Nachfolgenden einige Erfahrungen über die elektroskopischen Wirkungen der Extraströme mit. Die Nachweisung und Messung der Gesamtspannung der Induction bietet in dem vorliegenden Falle einige Schwierigkeit, weil der inducirende und inducirte Vorgang nicht mehr, wie unter den Versuchsbedingungen meiner früheren Arbeit, in getrennten, sondern in einer und derselben Spirale verlaufen. Ist nämlich das eine Ende einer in einem Säulenkreise befindlichen Drahtrolle mit der Erde, das andere mit dem Goldblatte des Elektrometers verbunden, so entsteht bei der Schließung des Kreises eine dauernde Ablenkung, deren Gröfse den dem continuirlichen oder inducirenden Strome angehörigen Spannungsunterschied zwischen den Endpunkten der Spirale misst. Bei der Oeffnung schwingt das Goldblatt wieder in seine Ruhelage zurück. Durch diese Bewegungen werden die elektroskopischen Wirkungen der Extraströme verdeckt. Mittelst des folgenden Verfahrens kann man dieselben jedoch völlig befreit von der Einmischung des in derselben Rolle fließenden inducirenden Stromes zur Wahrnehmung bringen.

Von einer wohl isolirten Säule *S* geht eine Hauptleitung *afSgc* aus, welche sich bei *a* und *c* in die beiden Zweige *abc* und *adc* spaltet. Der Zweig *abc* ist eine

1) Sitzung am 29. Juni 1874. Dr. Fr. Fuchs, Versuch zur Bestimmung der Gesamtspannung und des Verlaufes der Spannung am freien Ende der abgeleiteten secundären Rolle. Vorgelegt von dem wirklichen Mitgliede G. Wiedemann.

mit einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd gefüllte Glasröhre von ungefähr 11 Cent. Länge, $3\frac{1}{2}$ Millim. Durch-

messer mit Elektroden von Kupfer; der Abschnitt ad ist eine grössere, gewöhnlich mit Eisenkernen versehene Spirale σ ; dc enthält einen Rheostaten R , welcher ebenfalls aus einer Kupferlösung mit Zuleitern von Kupfer gebildet ist.

Ein Punkt der Strecke abc wird bei b durch einen in die Kupferlösung tauchenden Kupferdraht zur Erde abgeleitet; der zwischen der Spirale und dem Rheostaten gelegene Punkt d wird mit dem Goldblatte des Elektrometers verbunden. Die Unterbrechungsstelle des Säulenkreises liegt in der Hauptleitung bei f oder g .

Der Rheostat wird nun so gestellt, daß das Goldblatt bei geöffnetem und geschlossenem Kreise die gleiche Ruhelage hat. Dieser Fall tritt ein, wenn sich die Widerstände ab zu bc wie ad zu dc verhalten. Alsdann sind b und d für den von der Säule S gelieferten Strom Punkte gleicher Spannung und ist b zur Erde abgeleitet, so behauptet auch d bei geschlossenem wie bei offenem Kreise die Spannung Null.

Die hier geforderte Einstellung des Rheostaten kann leicht und mit großer Genauigkeit bewerkstelligt werden. Ist dieses geschehen, so beobachtet man gleichwohl im Augenblicke der Schließung und der Oeffnung rasch verlaufende Ausschläge; das Goldblatt kehrt nach einer kurz-

dauernden Schwingung in die ursprüngliche Ruhelage zurück.

In dem vorliegenden Falle sind es lediglich die Extraströme, welche die Ausschläge verursachen. Der mit dem Goldblatte verbundene Punkt d bewahrt die Spannung Null nur hinsichtlich einer in der Hauptleitung, nicht aber hinsichtlich einer im Zweige adc befindlichen elektromotorischen Kraft. Während des inducirten Vorganges tritt bei d eine rasch bis zu einer gewissen Höhe anschwellende und dann wieder auf Null herabsinkende Spannung auf.

Die elektroskopische Wirkung der Extraströme ist hier eine derartige, als wenn dieselben selbstständig in den sich darbietenden Kreisen bei Abwesenheit einer jeden anderen elektromotorischen Kraft zu Stande kämen. $abcd a$ ist der Kreis für den Oeffnungsstrom. Der Schließungsstrom geht durch den Bogen adc , um sich alsdann auf die Zweige cba und $cgfa$ zu vertheilen.

Da somit die Kreise für die beiden Extraströme nicht identisch sind, so könnte es auf den ersten Anblick befremden, daß die Gröfse des Schließungs- und Oeffnungsausschlages als gleich befunden wird.

Eine kurze Ueberlegung zeigt jedoch, daß es sich so verhalten muß.

Die durch den kurzdauernden Impuls der Induction hervorgerufenen Ausschläge sind dem Zeitintegrale der Spannung, welche successive an dem mit dem Goldblatte verbundenen Punkte des Kreises auftritt, proportional.

Es seyen nun $w_1, n \cdot w_1, w_2, n \cdot w_2$ die Widerstände der Abschnitte ad, dc, ab, bc ; demnach ist $n \cdot (w_1 + w_2)$ der Widerstand von $dc b$ und $(w + 1)(w_1 + w_2)$ der Widerstand des ganzen dem Extrastrome der Oeffnung sich darbietenden Kreises $adcb c$. Ist nun zu irgend einer Zeit E die augenblickliche elektromotorische Kraft der Oeffnungsinduction ¹⁾, so ist die Spannung S am Punkte d zu derselben Zeit

1) Anmerk. Bei Abwesenheit von Eisenkernen ist hier E dem Aus-

drucke $-P \cdot \frac{dJ}{dt}$ proportional, wenn man mit P das Potential der

$$S = \frac{n(w_1 + w_2)}{(n+1)(w_1 + w_2)} E = \frac{n}{n+1} E$$

und zwar ist E und damit S positiv oder negativ, je nachdem der Extrastrom in der Richtung adc oder in der Richtung cda geht.

Die GröÙe des Ausschlages A ist somit

$$A = \text{const.} \frac{n}{n+1} \int_0^t E \cdot dt,$$

worin t den ganzen Zeitraum der Induction, E die elektromotorische Kraft derselben als Function der Zeit bedeutet.

Sofern also nur das Zeitintegral der elektromotorischen Kraft sowie das Verhältniß $1:n$ dasselbe bleibt, sind die Ausschläge unabhängig vom Widerstande des Kreises $adcb$.

Diese Betrachtung bezog sich zunächst auf die Oeffnungsinduction. Der Extrastrom der Schließung findet einen Kreis von geringerem Widerstand vor; denn das Hinzutreten des Boges $afgc$ ist einer Widerstandsverminderung des Bogens abc aequivalent. Man kann den Bogen $afgc$ entfernt und abc durch einen anderen Bogen von geringerem, aber durch die Erdleitung wieder im Verhältnisse $1:n$ abgetheiltem Widerstande ersetzt denken.

Der Schließungsausschlag ist demnach ebenfalls ¹⁾

Spirale auf sich selbst, mit J die augenblickliche Stromesintensität in derselben bezeichnet.

- 1) Anmerk. Dieses Resultat ergibt sich auch in folgender Weise. Es sey E die augenblickliche elektromotorische Kraft der Schließungsinduction, es seyen i_1, i_2, i_3 zu derselben Zeit die Intensitäten des Extrastromes in $adc, abc, afgc$; es seyen $w_1, n.w_1, w_2, n.w_2, w_3$ die Widerstände von $ad, dc, ab, bc, afgc$. Die in dem gedachten Zeitmomente bei d herrschende Spannung S ist alsdann

$$1) S = n.w_1.i_1 + n.w_2.i_2.$$

Zur Bestimmung der Stromesintensitäten hat man ferner nach den Kirchhoff'schen Sätzen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & E - (n+1)w_1.i_1 - w_3.i_3 = 0 \\ \text{II)} \quad & E - (n+1)w_1.i_1 - (n+1)w_2.i_2 = 0 \\ \text{III)} \quad & i_1 - i_2 - i_3 = 0. \end{aligned}$$

$A = \text{const.} \frac{n}{n+1} \int_0^i E \cdot dt$ und da das Zeitintegral der elektromotorischen Kraft für die Schließungs- und Oeffnungsinduction von gleichem absolutem Werthe und entgegengesetztem Vorzeichen ist, so muß, wie der Versuch auch ergab, der Schließungs- und Oeffnungsausschlag der Gröfse nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt seyn.

Bei der speciell angewendeten Versuchsanordnung — sie möge mit I bezeichnet werden — war der Widerstand der vier Abschnitte des Zweigsystemes von gleicher Gröfse,

also $w_1 = w_2$, $n = 1$ und mithin $A = \text{const.} \frac{1}{2} \int_0^i E \cdot dt$.

Bei Anwendung einer grofsen mit zahlreichen Eisenkernen versehenen Spirale, 5 Daniell in der Hauptleitung, hatten die Ausschläge, natürlich nach Maßgabe der dem Elektrometer gegebenen Empfindlichkeit nur eine Gröfse von etwa einem Scalentheile. Bei Entfernung der Eisenkerne sank dieselbe sogar auf 0,2 herab.

Man kann die Ausschläge jedoch durch geeignete Stellung der Platten des Elektrometers und durch Verstärkung der mit den Platten verbundenen Säule in beliebiger Weise vergrößern.

Bei den Versuchen wurde das von Prof. Hankel

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt für i_1 und i_2 die Werthe:

$$i_1 = \frac{E}{(n+1)w_1} - \frac{E \cdot w_2 \cdot w_3}{(n+1)w_1[(n+1)w_1 \cdot w_2 + w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_3]}$$

$$i_2 = \frac{E \cdot w_3}{(n+1)[(n+1)w_1 \cdot w_2 + w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_3]}$$

Durch Substitution dieser Werthe für i_1 und i_2 in Gl. 1 erhält man

$$S = \frac{n}{n+1} E.$$

Der Schließungsausschlag ist somit

$$A = \text{const.} \int_0^i S \cdot dt = \frac{n}{n+1} \int_0^i E \cdot dt.$$

nach dem Princip des Bohnenberger-Fechner'schen Elektrometers construirte und in den Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften Bd. 3 beschriebene Instrument benutzt. Die beiden Platten sind mit den Polen einer in der Mitte abgeleiteten, aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Säule verbunden. Die Ausschläge werden an dem Ocularmikrometer eines Mikroskops bei 70facher Vergrößerung abgelesen.

Bei dem bisherigen Verfahren fand der Extrastrom der Oeffnung einen besonderen Kreis zur Abgleichung vor. Anders verhält es sich, wenn man den Abschnitt *bc* durch eine zweite Spirale ersetzt, welche die gleiche Beschaffenheit und eventuell die gleiche Zahl von Eisenkernen haben möge wie die in *ad* befindliche. Die Widerstände der vier Abschnitte *ab*, *bc*, *ad*, *dc* seyen wieder von gleicher GröÙe.

Bei der Anordnung II — so möge die zuletzt angegebene Disposition bezeichnet werden — bietet sich der Oeffnungsinduction zwar wieder der Kreis *abcd a* dar; allein die elektromotorischen Kräfte der beiden Spiralen sind gegeneinander gerichtet, die Bildung eines Stromes kann nicht stattfinden.

Die Ausschläge verhalten sich jetzt so als wenn eine offene Rolle an dem einen Ende mit der Erde, an dem anderen mit dem Goldblatte verbunden wäre und von Außen eine Induction in derselben angeregt würde.

Die Formel der Oeffnungsausschläge ist daher

$$A = \text{const.} \int_0^i E . dt.$$

Da sich die Oeffnungsinductionen der Anordnungen I u. II nur dem Verlaufe und nicht dem Zeitintegrale nach unterscheiden, so werden die Ausschläge jetzt doppelt so groß seyn wie die früheren.

Die Schließungsausschläge werden durch dieselbe Formel ausgedrückt, obwohl die elektroskopische Wirkung beim Entstehen des Stromes eine derartige ist als wenn

sich sowohl der in bc als auch der in ad angeregte Extrastrom durch den Bogen $cgfa$ abgleichen könnte.

Es sey zu irgend einer Zeit E die elektromotorische Kraft der Schließungsinduction der im Abschnitte bc befindlichen Spirale, es seyen w_1 und w_2 die Widerstände der Abschnitte dc und bc , i_1 und i_2 die Intensitäten der Extraströme in adc und abc ; dieselben mögen in den Richtungen adc und abc fließen. Geht man von dem zur Erde abgeleiteten Punkte b über c nach d fort und zählt die Zu- und Abnahme der Spannung auf, so erhält man für die zu derselben Zeit an dem mit dem Goldblatte verbundenen Punkte d herrschende Spannung S

$$S = E - i_2 w_2 + i_1 w_1.$$

In der Versuchsanordnung ist aber $w_1 = w_2$ und i_1 muß gleich i_2 seyn, da die beiden Spiralen die gleiche Beschaffenheit und die Zweige, in denen sie sich befinden, dieselbe Beziehung zu dem ganzen Leitersysteme haben. Also $S = E$.

Die Formel für den Schließungsausschlag ist mithin ebenfalls

$$A = \text{const.} \int_0^i E \cdot dt.$$

Die Schließungs- und Oeffnungsausschläge hatten auch bei der Anordnung II trotz der später zu erwähnenden Alternationen bei der Oeffnung gleiche GröÙe und entgegengesetzte Richtung.

2. Bisheran waren die Platten des Elektrometers mit den Polen einer in der Mitte abgeleiteten Säule verbunden; das Goldblatt stand in der elektrischen Mitte zwischen denselben. Ausschläge einer zweiten Art entstehen, wenn die eine der Platten zur Erde abgeleitet und die andere sowie das Goldblatt mit einem Punkte einer offenen oder geschlossenen Spirale verbunden wird.

Die letzteren Ausschläge sind dem Zeitintegrale des Quadrates der an dem gedachten Punkte auftretende Spannung proportional.

Um bei einfacheren experimentellen Bedingungen von der Einmischung des inducirenden Stromes absehen zu können, werden zunächst von den Versuchsanordnungen des vorigen Paragraphen abgesehen und angenommen, daß das freie Ende einer abgeleiteten secundären Spirale mit dem Elektrometer verbunden sey und die Induction in derselben durch Schließung und Unterbrechung des Kreises einer primären Rolle angeregt werde. Die Ausschläge erster (*A*) und zweiter (*B*) Art sind alsdann

$$A = k \int_0^t E . dt$$

$$B = C \int_0^t E^2 . dt.$$

Denkt man die Spannung des mit dem Goldblatte verbundenen Punktes der Rolle als Ordinaten auf die Zeit als Abscisse aufgetragen, so sind die Ausschläge der ersten Art dem von der Curve und der Abscisse begränzten Flächenraume, die Ausschläge der zweiten Art jedoch dem Producte aus dem Flächenraume und dem Schwerpunktsabstande (*R*) desselben von der Abscisse proportional, also

$$B = c . R \int_0^t E . dt^2).$$

- 1) Anmerk. Es sey $y = fx$ die Gleichung einer Curve. Der Inhalt des zwischen den Gränzen x_0 , x_1 gelegenen Flächenstückes ist als-

dann gleich $\int_{x_0}^{x_1} fx . dx$. Ist nun *R* der Abstand des Schwerpunktes

dieses Flächenstückes, ist *r* der Abstand eines Flächenelementes $dr . dx$ von der Abscisse, ist *m* die Masse der Flächeneinheit, so besteht die Relation

$$R . m \int_{x_0}^{x_1} fx . dx = \int_{x_0}^{x_1} \int_0^{r=y} m . r . dr . dx$$

woraus sich ergibt

$$2 R \int_{x_0}^{x_1} fx . dx = \int_{x_0}^{x_1} (fx)^2 . dx.$$

Tritt in Folge des inducirten Vorganges abwechselnd positive und negative Elektricität im Goldblatte auf, schneidet also die Curve der Spannung mehrfach die Abscisse, so sind die Ausschläge der ersten Art der algebraischen Summe der einzelnen Flächenräume, die Ausschläge der zweiten Art dagegen der absoluten Summe der aus den Flächenräumen und den zugehörigen Schwerpunktsabständen gebildeten Producte proportional.

In Folge verschiedener Umstände tritt eine Formänderung der Curve ein, vermöge deren sich der Schwerpunktsabstand des Flächenraumes sehr erheblich vermindert, während der Inhalt desselben völlig oder nahezu derselbe bleibt.

Eine derartige Aenderung im Verlaufe der in der Nebenrolle beim Verschwinden des primären Stromes angeregten Induction läßt sich am Elektrometer nachweisen, wenn der Kreis der Hauptrolle zuerst in der gewöhnlichen Weise bei einfachem Schließungsbogen und wenn alsdann statt dessen nach dem bekannten Verfahren von Helmholtz eine gute zwischen den Polen der Säule angelegte Nebenleitung unterbrochen und geschlossen wird. So ergaben sich beispielsweise die folgenden Zahlen:

Ausschläge erster Art.

Schließung des einfachen Kreises —8,7; Schließung einer Nebenleitung +7,8
 Oeffnung " " " +8,8; Oeffnung " " —7,8

Ausschläge zweiter Art.

Schließung des einfachen Kreises 1,3; Schließung der Nebenleitung 0,5
 Oeffnung " " " 6,4; Oeffnung " " 1,1

Wird die secundäre Spirale durch einen unpolarisirbaren Leiter geschlossen, ein Punkt desselben mit dem Elektrometer, ein zweiter mit der Erde verbunden, so sind die Ausschläge erster und zweiter Art

$$A = k \frac{w}{W} \int_0^i E \cdot dt$$

$$B = C \frac{w^2}{W^2} \int_0^i E^2 \cdot dt,$$

worin w den Widerstand der zwischen den beiden genannten Punkten liegenden Strecke, W den Widerstand des ganzen secundären Kreises, die Nebenrolle mit einbegriffen bedeutet.

Giebt man demnach *cet. par.* w zwei derartige Werthe, daß sich die Ausschläge erster Art wie 1 : 2 verhalten, so verhalten sich die Ausschläge zweiter Art wie 1 : 4.

Die Ausschläge erster Art sind denen des Galvanometers, die Ausschläge zweiter Art sind denen des Elektrodynamometer analog. Das Elektrometer ist jedoch in soweit universeller als es die Bestimmung der Stärke und des Verlaufes der Induction sowohl bei offener als geschlossener Rolle gestattet.

Auch die Ausschläge zweiter Art lassen sich durch eine passende Wahl der Plattenstellung auf eine beliebige, zur bequemen Beobachtung geeignete GröÙe bringen. Am zweckmäÙigsten ist es, die Stellung der zur Erde abgeleiteten Platte zu variiren. Denn bei Annäherung der anderen Platte an das Goldblatt erreichen die Ausschläge bald ein Maximum und nehmen bei weiterer Annäherung wieder ab, so daß sich dieselben durch dieses Verfahren nur in geringer Breite verändern lassen.

3. Bei den Versuchsbedingungen des vorigen Paragraphen verliefen der inducirende und inducirte Vorgang in getrennten Spiralen. Entwickeln sich beide in derselben Rolle, so kann man sich, um die Ausschläge zweiter Art zu erhalten, zunächst der oben mit II bezeichneten Anordnung bedienen. In ad und bc befinden sich also zwei gleiche Spiralen. Der Punkt d wird mit dem Goldblatte und einer der Platten verbunden; die andere Platte ist zur Erde abgeleitet.

Selbst bei einer wenig empfindlichen Disposition des Elektrometers entstanden kräftige Oeffnungsausschläge. Die Schließung war jedoch durchaus wirkungslos.

In ausgesprochener Weise zeigte sich der Einfluß einiger den Verlauf der Induction mitbestimmender Umstände.

Wurden successive Eisenstäbe in die Rolle gelegt, so

nahmen die Oeffnungsausschläge zunächst bis zu einem Minimum ab, um alsdann bei weiterer Vermehrung der Stäbe wieder zu wachsen.

So ergaben sich die Zahlen

Ohne Eisenstäbe	6,5
Ein Stab in jeder Rolle	3,5
3 Stäbe	1,9
10 " " " "	1,5
30 " " " "	2,0
50 " " " "	2,9
70 " " " "	3,8
Ohne Stäbe	6,4

(Die Ausschläge erster Art nahmen dagegen bei successiver Einlegung von Eisenstäben lediglich zu.)

Die Verzögerung des Verlaufes durch die Nähe geschlossener metallischer Leiter war ebenso deutlich erkennbar, namentlich bei Abwesenheit der Eisenkerne.

So war der Ausschlag bei fehlenden Eisenkernen $6\frac{1}{2}$; wurden beide Spiralen mit Stanniol umwickelt, so sank derselbe auf $3\frac{1}{2}$.

Wurde die zweite Spirale aus dem Abschnitte *bc* entfernt und nach der ursprünglichen Anordnung I durch eine Strecke der Kupferlösung ersetzt, so fehlten nicht nur die Schließungs-, sondern auch die Oeffnungsausschläge.

Dieses Verhalten hat seinen Grund darin, daß die Stromesbildung jetzt im Kreise *abcd a* ungehindert von Statten geht und die Oeffnungsinduction daher in ähnlicher Weise wie die Schließungsinduction verläuft.

Die Ausschläge zweiter Art lassen sich übrigens auch bei Einschaltung der Spirale in einen unverzweigten Säulenkreis bestimmen. Das eine Ende derselben wird mit der Erde, das andere in der angegebenen Weise mit dem Elektrometer verbunden. Bei der Schließung verbreitet sich zwar Elektrizität von Seiten der Säule auf die Platte und das Goldblatt. Allein die Wirkung derselben ist in diesem Falle sehr schwach und hindert die Beobachtung der Oeffnungsausschläge nicht erheblich. Bei der Schließung

stellte sich beispielsweise das Goldblatt auf 0,9. Der von dieser Stellung an gerechnete Oeffnungsausschlag war $21\frac{1}{2}$. Auch bei diesen Verfahren liefs sich der Einfluß des verschwindenden Magnetismus, der Nähe benachbarter Leiter auf den Verlauf der Induction erkennen. Die Ausschläge waren jedoch unstäter als die früheren.

V. *Ueber den elektrischen Leitungswiderstand der Luft; von A. Oberbeck.*

(Vorgetragen in der phys. Ges. zu Berlin den 26. Februar 1875.)

Bekanntlich erhält man bei den Metallen nahezu dieselben Zahlenwerthe für ihre relativen Leitungsfähigkeiten für Elektricität und Wärme. Das eine solche Uebereinstimmung bei Flüssigkeiten, welche durch den Strom zersetzt werden, nicht mehr vorhanden ist, hat Paalzow ¹⁾ nachgewiesen. Dagegen könnte vielleicht bei Gasen wieder eine ähnliche Beziehung bestehen; wenigstens scheint der Wasserstoff die übrigen Gase an Leitungsfähigkeit für Wärme und für Elektricität zu übertreffen ²⁾. Während aber die Widerstandsbestimmungen fester und flüssiger Leiter in neuerer Zeit zu eine Reihe gesicherter Ergebnisse geführt haben, ist bei den Gasen noch nicht einmal die Vorfrage entschieden, ob man den Durchgang der Elektricität durch dieselben unter gewissen Umständen (bei hoher Temperatur oder geringer Dichtigkeit) qualitativ

1) Berl. Monatsber. 1868, S. 49.

2) Die relativ gute Leitungsfähigkeit des Wasserstoffs für Wärme ist von Magnus experimentell nachgewiesen (Pogg. Ann. Bd. 112) und von Clausius theoretisch hergeleitet worden (Pogg. Ann. Bd. 115). Auf die relativ gute Leitungsfähigkeit für Elektricität lassen Versuche von Morren (Pogg. Ann. Bd. 130) schließen.