weglicher Flügel aus blankem Aluminiumblech zur Anwendung kommt, der nur auf einer Seite mit einem sehr dünnen Glimmerscheibchen mit Hülfe von Wasserglas beklebt ist, geräth schon bei diffussem Tageslicht in sehr lebhaftes Rotation. Dieselbe geht in die entgegengesetzte Richtung bei Anwendung von dunklen Wärmestrahlen über, und zwar ganz übereinstimmend mit der oben gegebenen Erklärung.

Will man bei einem Radiometer den Einfluß der Emissionsprocesse der Wandung eliminiren oder doch möglichst gegenüber den Emissionsprocessen von der Oberfläche der beweglichen Flügel zurücktreten lassen, so müssen die Krümmungsverhältnisse der letzteren nach allen Seiten möglichst dieselben und trotzdem ein Unterschied der Emission zwischen der convexen und concaven Seite hergestellt seyn. Diesen Forderungen wird annähernd durch diejenige Construction der Flügel genügt, welche oben (S. 165) bei der Beschreibung des vierten Versuches angegeben wurde.

(Nachtrag und Fortsetzung im nächsten Heft.)

XVI. *Ueber die Bestimmung der Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems;* *von Dr. E. Hoppe in Göttingen.*

Gaufs hat in seinen dioptrischen Untersuchungen neben der bisher üblichen Methode, die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems zu bestimmen, auch noch eine zweite angedeutet, zu deren Ausarbeitung ich durch eine Aufgabe, welche Hr. Prof. Listing im hiesigen mathematisch-physikalischen Seminar stellte, veranlaßt wurde.

Zur Vereinfachung nehmen wir an, daß das erste und letzte brechende Medium dasselbe sey, also daß das Linsensystem sich etwa in Luft befinde, so daß $f = f'$ ist,

wo unter f die eine Brennweite, d. h. die Entfernung des ersten Brennpunktes vom ersten Hauptpunkte und unter f' die zweite Brennweite, d. h. die Entfernung des zweiten Brennpunktes von dem zweiten Hauptpunkte verstanden wird, oder was dasselbe ist, so, daß die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammenfallen.

Es habe das fragliche Linsensystem positive Brennweite, d. h. der erste Brennpunkt liege vom Object angerechnet vor dem ersten Hauptpunkte. Als Object wählt man am besten eine in Millimeter getheilte Glasscala.

Das Object befinde sich in A (Fig. 5, Taf. I), seine Gröfse in Millimetern sey L . Das Bild dieses Objectes wird auf dem in B aufgestellten Schirme aufgefangen, die Gröfse desselben sey L' . Man mißt nun die Entfernung AB , welche während des ganzen Versuches ungeändert bleibt. Ferner bestimmt man die Entfernung AB eines festen Punktes D an dem Linsensystem von dem Objecte (am besten wählt man dazu den Mittelpunkt der Fläche, welche durch den vorderen Rand der Fassung des Systems gelegt ist). Nun drehe ich ohne Object und Schirm zu verschieben das ganze Linsensystem um 180° um eine verticale Axe, so daß die Fläche, welche vorher dem Object zugekehrt war, jetzt dem Schirm zugekehrt ist und umgekehrt. Dann verschiebe ich das System in der optischen Axe so lange, bis das auf dem Schirm entworfene Bild wieder dieselbe Lage und dieselbe Gröfse hat, wie vor der Drehung. Ist das der Fall, so ist damit erreicht, daß jetzt der vormals erste Hauptpunkt auf die Stelle des ehemals zweiten Hauptpunktes fällt, und der vor der Drehung als zweiter Hauptpunkt bezeichnete an die Stelle des ersten kommt. Dann falle der Punkt D in D' , ich messe nun die Entfernung $D'L' = b$. Bezeichne ich nun mit f die Brennweite in der oben angegebenen Bedeutung, mit h die Entfernung des ersten Hauptpunktes von A , mit a die Entfernung des festen Punktes D von dem Object, mit b die Entfernung des festen Punktes D' (D in zweiter Lage) von dem Schirme, mit c den Abstand

des Bildes von dem Objecte, mit ε das Interstitium oder den Abstand der beiden Hauptpunkte von einander, endlich mit m den Quotienten $\frac{L}{L'}$, so ist

$$f = \frac{m(a-b)}{m^2-1}; \quad h = \frac{m(a-b)}{m-1}; \quad \varepsilon = \frac{(m+1)(b-a)}{m-1} + c.$$

Beweis: Bezeichne ich die Mitte des Interstitiums mit M , so daß $HM = \frac{1}{2}\varepsilon$ ist und setze $DM = d$, so ist nach der Drehung offenbar $DM = D'M = d$, also ist (cf. Figur 6, Tafel I)

$$AH = h = a + d - \frac{1}{2}\varepsilon$$

$$BH' = h' = b + d - \frac{1}{2}\varepsilon,$$

nun ist aber

$$\frac{L}{L'} = m = \frac{AH}{BH'} = \frac{a + d - \frac{1}{2}\varepsilon}{b + d - \frac{1}{2}\varepsilon},$$

ferner ist

$$d = \frac{c - (a+b)}{2};$$

also

$$m = \frac{a + \frac{c - (a+b) - \varepsilon}{2}}{b + \frac{c - (a+b) - \varepsilon}{2}} = \frac{a + c - b - \varepsilon}{b + c - a - \varepsilon},$$

d. h.

$$I) \quad \varepsilon = \frac{(m+1)(b-a)}{m-1} + c.$$

Nun ist

$$\frac{h}{h'} = m; \text{ d. h. } 1) \quad h = m \cdot h';$$

ferner besteht die Gleichung

$$h + h' + \varepsilon = c, \text{ oder } 2) \quad h + h' + \frac{(m+1)(b-a)}{m-1} = c.$$

Aus 1) und 2) folgt

$$II) \quad h' = \frac{(a-b)}{m-1}$$

oder auch

$$III) \quad h = \frac{m(a-b)}{m-1}.$$

Zur Bestimmung von f dient uns folgende bekannte Relation

$$\frac{f}{h} + \frac{f}{h'} = 1,$$

d. h.

$$\frac{\frac{f}{m(a+b)}}{\frac{f}{m-1}} + \frac{\frac{f}{a+a}}{\frac{f}{m-1}} = 1,$$

daraus ergibt sich

$$\text{IV) } \dots \dots f = \frac{m(a-b)}{m^2-1}.$$

Endlich kann ich den Abstand des ersten Hauptpunktes von dem festen Punkte D leicht bestimmen:

$$DH = q = AH - a = \frac{a-mb}{m-1}.$$

Es mag nun an einem Beispiele diese Methode illustriert werden. Bevor ich dazu übergehe, will ich jedoch einige Bemerkungen über Vorsichtsmaafsregeln einfügen, die man bei dem Versuche zu beobachten hat.

Es muß vor allem darauf gesehen werden, daß das Object und der Schirm streng vertical stehen, was ich durch Visiren nach einem frei hängenden Lothe erreichte; ferner muß die Mitte des Objectes sich genau in der optischen Axe des Linsensystems befinden. Um das zu erreichen, befestige man das Linsensystem S (Fig. 6, Taf. I) auf einem Stativ, welches in a eine Drehung um die horizontale Axe, durch Lösen der Schraube b eine Drehung um die verticale Axe und zugleich eine Verschiebung nach oben und unten erleiden kann. Oben auf das Linsensystem lege man eine Libelle c , um die horizontale Lage des Systems genau erreichen zu können. Um die Verschiebung auch in der optischen Axe zu bewerkstelligen, befestige man auf der horizontalen Unterlage einen Maafsstab, längs welchem man das Stativ des Systems nach der Umdrehung verschiebt, oder markire die Richtung der optischen Axe durch einen Kreidestrich auf der Unterlage. Damit sich Object und Schirm durchaus nicht verschieben, klemme man beide an die Unterlage (Tischplatte) fest.

Bei nachfolgendem Versuche waren diese Vorschriften beobachtet. Zur Bestimmung wählte ich eine Stablinse, deren Krümmungshalbmesser (für beide Flächen gleich) ich auf 28,168^{mm} bestimmte, die Dicke war 27,15^{mm}.

Für obige Buchstaben in den Formeln ergaben sich folgende Werthe:

$c = 174^{\text{mm}}$	daraus berechneten sich:	$\varepsilon = 23,699^{\text{mm}}$
$a = 46,1$		$h = 45,7105$
$b = 104,9$		$h' = 104,5905$
$L = 11$		$q = - 0,477$
$L' = 25,2$		$f = 31,8048.$

Zwei weitere Beobachtungen ergaben für ε , q , f Werthe, welche sich in der zweiten Decimalstelle von den angegebenen unterschieden, ein Beweis für die Genauigkeit dieser Methode. Der um 0,0875 resp. 0,0675 zu große Werth von q erklärt sich wohl aus dem Uebelstande, daß meine Tischplatte, auf welcher ich die Messungen ausführte, nicht ganz horizontal stand.

Bei concaven Linsen muß man beachten, daß die Bilder nur virtuell sind. Man hat daher die von Gauß in seinen dioptrischen Untersuchungen Art. 21 vorgeschlagene Verwendung des Mikroskops zu benutzen. Im Uebrigen ist der Versuch aber ganz analog dem beschriebenen. Zum Schlusse sey noch bemerkt, daß diese Methode jetzt mit gutem Erfolg auch bei den practischen Arbeiten der hiesigen Studirenden angewandt wird.

Bemerkung: „Nachdem obenstehender Aufsatz bereits abgeschickt war, erfuhr ich von Hrn. Dr. Meyerstein hier, daß er schon seit längerer Zeit sich eines Apparates bediene, der auf denselben Principien beruhe, wie der von mir angewandte, zur Bestimmung der Brennweite einer Linse und eines Linsensystems. Es ist das eine Uebereinstimmung der Gedanken, welche sich leicht aus der gemeinsamen Quelle: Gauß's, dioptrische Untersuchungen, erklärt“.