 RICERCHE SPERIMENTALI SUGLI ARMONICI DELLE ONDE ELETTRICHE STAZIONARIE.

Nota del Prof. ENRICO CASTELLI.

1. Nelle precedenti ricerche sulle onde elettriche stazionarie emesse da un oscillatore a capacità variabile ¹⁾ ebbi occasione di rilevare la maggiore sensibilità mostrata da un micrometro a scintille, usato come esploratore, di fronte a quella di un tubo di Geissler. Prevedendo che l'uso sistematico di un *esploratore micrometrico* avrebbe fornito dei risultati molto più precisi di quelli allora trovati, e di potere con esso viemeglio sceverare i punti nodali ventrali appartenenti ad armonici diversi, ho ripetute le determinazioni fatte l'anno scorso, ed ho avuto immediatamente occasione di rilevare un fatto che mi ha indotto ad ulteriori indagini. Il fatto consiste in questo: coll'uso del micrometro situato al termine dei fili secondari, e coll'uso di ponti mobili lungo questi fili, ho osservato *otto* punti nodali situati rispettivamente alle distanze delle lamine secondarie di *m.* 1,14, 4,26, 5,15, 6,05, 9,22, 10,25, 10,80; ed avendo accertato la coesistenza del nodo 1,14 con 9,22 e del nodo 4,26 con 10,25 ho osservato, classificando questi nodi, che due vibrazioni (cioè quella costituente il II armonico e quella del III) erano caratterizzate entrambe da *due* nodi e che un'altra vibrazione (quella del IV armonico) presentava soltanto *tre* nodi. In altre parole, appariva che le *vibrazioni di un ordine superiore al II armonico presentano un nodo di meno di quelli che in teoria dovrebbero presentare*.

Questo fatto ha rievocato in me, il ricordo delle ricerche, fatte dal prof. Mazzotto ²⁾, il quale aveva già affermata l'esistenza di certe vibrazioni, da lui chiamate *vibrazioni secondarie*, caratterizzate dalla mancanza di un nodo — nodo latente — rispetto alle vibrazioni primarie, che sono le vibrazioni comunemente conosciute.

1) Nuovo Cimento, ser. 5., Luglio e Agosto 1903.

2) Atti della R. Accad. di Torino, Vol. 28 e 29, 1893.

Mi rammentai che seguendo il processo sperimentale del prof. Mazzotto si assiste precisamente alla scomparsa di questo nodo che prima si trova sui fili secondari e poi col diminuire della lunghezza d'onda, va gradatamente avvicinandosi alle lamine secondarie, sino ad occultarsi, passando dietro di esse, per poi emergere dalle lamine primarie e comparire sui fili primari quando la lunghezza d'onda sia sufficientemente diminuita.

Per tanto ho pensato che fosse opportuno adottare ordinatamente per queste ricerche il metodo sperimentale usato dal prof. Mazzotto, come quel metodo che poteva offrire più sicuri indizî per la classificazione di quel complesso di vibrazioni che vien prodotto dall'oscillatore Lecheriano.

2. Il dispositivo sperimentale usato in queste ricerche è quello già descritto nella citata memoria, salvochè per i fili primari e secondari ho usato del filo di rame del diam. di mm. 0,5 i primari erano lunghi m. 1,14 e i secondari m. 12,98 la distanza tra i fili secondari m. 12,98; la distanza fra le lamine di cm. 4,5. L'esploratore usato era costruito di due segmenti di filo di rame A, B (fig. 1) disposti per diritto e saldati nelle loro estremità esterne a due laminette di ottone

Fig. 1.

MN ripiegate così da abbracciare i fili secondari lungo i quali deve scorrere l'esploratore.

Le altre due estremità dei fili A e B sono saldate alle estremità di due grosse lamine di ottone R ed S, unite ad un manico di ebanite, la prima delle quali reca una lastrina di platino, mentre l'altra lamina di ottone S, è attraversata da una vite V di un passo di $\frac{1}{3}$ di mm., terminata in una punta di platino bene acuminata.

Nelle determinazioni fatte con questo esploratore i massimi valori delle distanze esplosive nel micrometro raggiunsero qualche volta sino ad 8 mm. ed erano accertabili con molta esattezza.

L'esploratore, posto in prossimità ad un punto ventrale serviva ad indicare quando la posizione dei ponti era tale da rendere la risonanza dei ponti più perfetta, essendo, in tal caso, massima l'intensità delle scintille. Il metodo del prof. Mazzotto ¹⁾ consiste nel determinare come varì la lunghezza d'onda, col variare in modo continuo la distanza del primo ponte dalle lamine secondarie; nel costruire con tali dati la I^a linea nodale, esprimente la relazione fra queste due variabili, e nel dedurne, con semplicissima costruzione, le altre linee nodali e ventrali, che danno tutti gli armonici dell'apparecchio possibili con qualsiasi lunghezza dei fili secondari.

Seguendo questo metodo collocavo un ponte fisso alla fine dei fili secondari, e disponevo un ponte mobile ad una certa distanza da esso; e dopo avere situato l'esploratore micrometrico a circa metà di distanza tra i due ponti, gradatamente spostavo il ponte mobile, mediante una funicella continua, o verso l'oscillatore, oppure nel verso opposto, fino a trovare una posizione in cui l'esploratore dava una scintilla permanente di massima lunghezza. Allora la distanza fra i due ponti misurava una semionda. Spostando il ponte fisso di 40 cm. verso l'oscillatore dovevo poi spostare anche il ponte mobile nello stesso senso da 15 a 25 cm. per tornare ad avere fra i due ponti una semionda, accertabile come nel precedente esperimento.

Operando via via in tal guisa venivo a misurare una prima serie di semionde, di lunghezza decrescente fino al punto che essendo giunto il ponte mobile quasi addosso alle lamine

1) Cfr. le memorie sopra citate.

secondarie, non era possibile un ulteriore avanzamento dei due ponti.

L'ultima semilunghezza d'onda che potei in tal guisa misurare fu di m. 6,17 essendo il ponte fisso alla distanza, dalle lamine secondarie, di m. 6,18 ed il ponte mobile alla distanza da quello di 1 cm.

Colle vibrazioni di questa serie, cessa, secondo il prof. Mazzotto, la vibrazione primaria. Trasportai poscia ciascuno dei due ponti di una lunghezza eguale a tale semionda ed avendo subito accertato, mercè il funzionamento massimo dell'esploratore, che, anche nella loro nuova posizione, essi contenevano precisamente la medesima semionda, ripetei il suddetto procedimento di avanzata dei due ponti e pervenni così a misurare una II^a serie di semionde, l'ultima delle quali fu di m. 2,11. Le vibrazioni di questa seconda serie sarebbero le vibrazioni secondarie del prof. Mazzotto.

3. I risultamenti sperimentali ottenuti sono registrati nelle seguenti tabelle I e II. Il nodo più vicino alle lamine è, nella I tabella rappresentato con N_1 e nella II con N_2 quello più lontano e rispettivamente rappresentato con N_1 o con N_3 .

TABELLA I. — *I. serie di vibrazioni.*

N_2	N_1	$\overline{N_1 N_2} = \frac{\lambda}{2}$
m. 12,98	m. 2,65	m. 10,33
» 12,58	» 2,50	» 10,00
» 12,18	» 2,48	» 9,68
» 11,78	» 2,37	» 9,39
» 11,38	» 2,25	» 9,13
» 10,98	» 2,06	» 8,92
» 10,58	» 1,92	» 8,56
» 10,18	» 1,82	» 8,36
» 9,78	» 1,60	» 8,18
» 9,38	» 1,51	» 7,87
» 8,98	» 1,32	» 7,66
» 8,58	» 1,16	» 7,42
» 8,18	» 0,90	» 7,28
» 7,78	» 0,62	» 7,16
» 7,38	» 0,60	» 6,78
» 6,98	» 0,40	» 6,58
» 6,58	» 0,20	» 6,38
» 6,18	» 0,01	» 6,17

TABELLA II. — *II serie di vibrazioni.*

N_2	N_3	$\overline{N_2 N_3} = \frac{\lambda}{2}$
m. 12,34=2×6,17	m. 6,17	m. 6,17
» 11,94	» 5,80	» 6,14
» 11,54	» 5,58	» 5,96
» 11,14	» 5,26	» 5,88
» 10,74	» 5,04	» 5,70
» 10,34	» 4,70	» 5,64
» 9,94	» 4,37	» 5,76
» 9,54	» 4,04	» 5,50
» 9,14	» 3,69	» 5,45
» 8,74	» 3,46	» 5,28
» 8,34	» 3,09	» 5,25
» 7,94	» 2,78	» 5,16
» 7,54	» 2,50	» 5,04
» 7,14	» 2,15	» 4,99
» 6,74	» 1,92	» 4,82
» 6,34	» 1,68	» 4,66
» 5,94	» 1,33	» 4,61
» 5,54	» 1,17	» 4,37
» 5,14	» 1,00	» 4,14
» 4,74	» 0,81	» 3,93
» 4,34	» 0,62	» 3,72
» 3,94	» 0,50	» 3,44
» 3,54	» 0,47	» 3,07
» 3,14	» 0,39	» 2,75
» 2,74	» 0,29	» 2,45
» 2,34	» 0,23	» 2,11

Dai valori numerici contenuti nelle precedenti tabelle risulta il vantaggio offerto dall'uso dell'*esploratore micrometrico* che ha permesso di misurare delle semionde persino di m. 2,11 che in condizioni quasi identiche non avevo potuto osservare quando usavo come esploratore il tubo di Geissler.

4. Per interpretare i nodi di vibrazione trovati, è stato costruito il diagramma delle *linee nodali* (fig. 2) riferendo a due assi coordinati ortogonali, la posizione dei nodi sui fili secondari (rappresentati sull'asse delle ascisse, e le semilunghezze d'onda misurate (sull'asse delle ordinate); riunendo i vari punti che rappresentano le posizioni del nodo N_1 si ha la li-

nea nodale N_1 , e quindi riunendo fra loro quelle rappresentanti i nodi N_2 delle due serie, si ha una linea continua costituente

Fig. 2.

la II linea nodale N_2 , e congiungendo i punti N_3 , si può completare trasportando di $\frac{1}{2}$ onda i punti, la linea nodale N_3 ; infine riunendo i punti equidistanti da due linee nodali consecutive, si tracciano le linee ventrali V_1 , V_2 , V_3 ecc.

Fatta questa costruzione, per trovare i punti nodali di tutti gli armonici possibili, nel caso delle esperienze pel § 1.

non v'è che da determinare i punti d'intersezioni delle *itnee ventrali* colle rette parallele all'asse delle ordinate che parte dall'ascissa 12,98 (lunghezza dei fili secondari) e tirare, da questi punti, delle parallele all'asse delle ascisse, le quali intersecano le linee nodali e ventrali nei punti corrispondenti ai nodi e ai ventri degli armonici cercati. L'esame del diagramma così tracciato ha recato le seguenti conclusioni:

1° Le oscillazioni osservate appartengono ai primi quattro armonici dell'onda fondamentale emessa dall'oscillatore adoperato, i cui elementi caratteristici sono registrati nella seguente tabella.

TABELLA III.

Vibrazioni	Armonici	I nodo	II nodo	III nodo	$\frac{\lambda}{2}$
Primaria	I armonico	m. 5	—	—	m. 15,96
	II »	» 1,50	m. 9,10	—	» 7,60
Secondaria	III »	» 4,60	» 10,10	—	» 5,50
	IV »	» 1,80	» 6,30	m. 10,80	» 4,30

Questi valori sono approssimativamente concordi con quelli misurati col metodo dell'esploratore terminale e di un sol ponte mobile, cioè con quei valori che sono stati riferiti nel § 1.

Il I e il II armonico appartengono alla vibrazione primaria perchè precedono il punto in cui N_1 si occulta dietro le lamine dei condensatori; mentre il III e il IV appartengono alla vibrazione secondaria.

2° Gli armonici III e IV presentano nell'area compresa tra le direzioni positive degli assi coordinati un nodo di meno di quello che teoricamente dovrebbe avere. Questo nodo latente appare ognora come occultato al di là delle lamine secondarie, cioè nella regione compresa fra la direzione positiva delle ordinate e la direzione negativa delle ascisse.

3° La linea nodale, opportunamente prolungata trasportando i punti della 2ª di $\frac{1}{2}$, onda verso sinistra, forma al di là

dell'asse delle semilunghezze d'onda, una acuminata convessità; e la tangente nel vertice di essa è totalmente esterna alla curva e sensibilmente parallela a quell'asse.

Il *vertice di convessità* si trova precisamente in corrispondenza della distanza del I nodo uguale alla lunghezza dei fili primari, cioè a m. 1,14 come aveva precedentemente trovato il prof. Mazzotto ¹⁾.

4° I valori numerici registrati nella tabella I e II mi hanno offerto l'occasione di fare una verifica della formula proposta dal prof. Salvioni ²⁾ allo scopo di formarmi un criterio circa la controversia sulla applicabilità o meno di quella formula a tutto il complesso di ondulazioni emesso dall'oscillatore Lecheriano.

Per fare più rapidamente tale verifica ho proceduto nel modo seguente: ho calcolato la capacità dei condensatori dell'oscillatore da me usato in queste ricerche mediante la nota formula di Kirchhoff:

$$(1) \quad C = \frac{R^2}{4a} \left\{ 1 + \frac{a}{\pi R} \log_e \frac{16 \pi e (a+b) R}{a^2} + \frac{b}{\pi R} \log_e \frac{a+b}{b} \right\}$$

ed ho trovato:

$$(2) \quad C = 18,05 \text{ (U. E. A.)}.$$

Quindi ho calcolato lo stesso valore di G dalle formule:

$$(3) \quad C_1 = \lambda \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi(z-x)}{\lambda}}{4 \pi \log_e \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{2 \pi(z-x)}{\lambda} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}$$

$$(4) \quad C_2 = \lambda \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}{4 \pi \log_e \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda} \cdot \operatorname{tg} \frac{2 \pi(z-x)}{\lambda}}$$

che si deducono con semplici trasformazioni trigonometriche, dalla formula di Salvioni, la (3) nel caso di punti appartenenti

1) Cfr. le sue note sopra citate.

2) Cfr. Rend. della R. Accad. dei Lincei, serie 5., vol. 1, pag. 206.

ad una linea nodale d'ordine dispari e la (4) per i punti d'una linea nodale d'ordine pari. In queste formule x è la lunghezza dei fili primari (cioè m. 1,14) z la distanza del primo nodo dalle lamine secondarie, λ la lunghezza di un'onda completa, a il raggio dei fili, primari e secondari, e b la loro distanza.

I risultamenti di questi calcoli, che mi sono limitato a fare per 18 punti appartenenti alla 2^a linea nodale, e perciò li ho eseguiti colla formula (4), sono raccolti nella seguente tabella:

TABELLA IV.

Serie di osservazioni	λ	z	C_1
I	cm. 2066	cm. 1298	cm. 21,29
	» 2000	» 1255	» 20,30
	» 1900	» 1190	» 19,33
	» 1800	» 1115	» 18,90
	» 1700	» 1035	» 19,27
	» 1600	» 960	» 18,78
	» 1500	» 872	» 19,65
	» 1400	» 777	» 21,55
	» 1300	» 680	» 23,90
II	cm. 1200	cm. 562	cm. 36,01
	» 1100	» 397	» 2901
	» 1000	» 230	» 11,32
	» 900	» 130	» 7,241
	» 800	» 82	» 5,737
	» 700	» 57	» 4,775
	» 600	» 42	» 3,807
	» 500	» 31	» 8,977
	» 400	» 21	» 81,86

Si vede da questi valori numerici, che mentre i punti della linea nodale considerata soddisfano alla formula (4) finchè z è inferiore al valore di cm. 680 corrispondente all'onda completa di 13 m., gli altri punti della medesima linea nodale non soddisfano a quella formula.

I valori che soddisfano provengono dalla prima serie d'osservazioni (*oscillazioni primarie*) quelle che non soddisfano provengono dalla seconda serie (*oscillazioni secondarie*).

Anche altri valori calcolati per C dalla formula C₁ per punti appartenenti alla I linea nodale e alla prima serie di vibrazioni (Tabella I) sono sensibilmente concordi con quelli dedotti dalle formule di Kirchhoff mentre sono affatto discordi da esso i valori calcolati in base alla II serie di vibrazioni (Tabella II).

Resta così confermata un'altra affermazione del prof. Mazzotto, che era stata contraddetta dal Lamotte ¹⁾, e cioè quella che alcune onde rivelate mediante il metodo sperimentale ch'Egli ha proposto, e precisamente quelle appartenenti alla *seconda* serie di ondulazioni, non sono prevedute dalle formule fornite dal calcolo per le oscillazioni prodotte dall'apparato di Lecher, mentre in tali formule sono contenute le oscillazioni della I serie.

Se il Lamotte trovò sempre confermate le formule ciò si deve al fatto ch'Egli le verificò solo nei casi d'esperienze con fili primari molto corti rispetto ai secondari; casi nei quali la vibrazione secondaria non si manifesta.

Anche l'esistenza del *nodo latente* fra i condensatori fu negata dal Lamotte, come assurda; ma le prove che di esso si hanno fra le quali la nuova da me addotta, *della presenza di due armonici differenti con egual numero di nodi sensibili* mi pare non permettano di porla in dubbio.

Padova, R. Istituto Tecnico
Luglio 1904.

1) Annales de Chimie et Physique, ser. 7, t. 24, pag. 205, 1901.