2. *Über das Vakuumbolometer;* *von E. Warburg, G. Leithäuser und* *Ed. Johansen.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

§ 1. Daß man Vorteile erreicht, wenn man einen Bolometerstreifen anstatt, wie gewöhnlich, in der Luft, in einem evakuierten Gefäß montiert, ist öfter bemerkt worden. Doch haben die gelegentlichen Angaben über die Wirkung des Evakuierens keine allgemeine Bedeutung. Man betrachte nämlich zwei schmale, über die Temperatur der Umgebung hinaus erwärmte Bolometerstreifen 1 und 2 von gleicher Länge, aber 2 sei doppelt so breit als 1. Dann ist der Wärmeverlust durch Ausstrahlung für 1 halb so groß als für 2, hingegen der Verlust durch Wärmeleitung der Luft für 1 nur wenig kleiner als für 2. Je schmaler also der Streifen gemacht wird, desto größer ist der Verlust durch Luftleitung im Vergleich zu dem Verlust durch Ausstrahlung, desto erheblicher die vorteilhafte Wirkung des Evakuierens, welche bei schmalen Linearbolometern von großer praktischer Bedeutung wird. Der erwähnte Umstand bewirkt außerdem, daß ein Bolometerstreifen in wichtigen Beziehungen sich anders im Vakuum als in der Luft verhält. Deshalb erscheint eine nähere Untersuchung des „Vakuumbolometers“ nicht überflüssig. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf die Benutzung des Bolometers zu Strahlungsmessungen, sind aber auf die anderen vorkommenden Fälle leicht anzuwenden. Die Versuche wurden von den Herren Leithäuser und Johansen gemacht.

I. Theorie.

§ 2. Der Bolometerwiderstand W bilde wie üblich den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke (Fig. 1), W' ist ein W nahezu gleicher, neben W montierter Zweig, W'' und W''' sind Vergleichswiderstände. Es werde gesetzt

$$(1) \quad W = W_{18} (1 + \alpha u - \beta u^2),$$

wo W_{18} den Widerstand bei der Temperatur 18° , W denselben bei der Temperatur $18 + u$ bedeutet.

Fig. 1.

Temperaturempfindlichkeit m des Bolometerstreifens heiße der Ausschlag in Skalenteilen, welchen die Temperaturerhöhung $u = 1$ in dem ursprünglich stromlosen Galvanometer hervorbringt. Sind J_G und G Stromstärke und Widerstand des Galvanometerzweiges, so ist

$$(2) \quad m = \frac{\partial J_G}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial u} \cdot \frac{1}{J_{1G}},$$

wo J_{1G} den Wert von J_G bedeutet, welcher einen Ausschlag gleich einem Skalenteil hervorbringt. Wird ein bestimmter Wickelungsraum für das Galvanometer angenommen, so ist

$$(3) \quad J_{1G} = \frac{1}{c\sqrt{G}},$$

wo c von der Beschaffenheit des Galvanometers abhängt. Die Theorie der Wheatstoneschen Brücke liefert

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\partial J_G}{\partial W} = \frac{J}{W} \cdot \frac{1}{\gamma}, \\ \gamma = 1 + \frac{G}{W} + \frac{G + W''}{W'''} \end{cases}$$

wo J die Stromstärke im Bolometerzweig bedeutet. Aus (1) bis (4) folgt

$$(5) \quad m = c\sqrt{G} \cdot \frac{J}{\gamma} \cdot \frac{\alpha - 2\beta u}{1 + \alpha u - \beta u^2}.$$

Die vorteilhafteste Schaltung erhält man, indem man $W' = W$, $W'' = W'''$ und groß gegen W , ferner $G = 2W$ macht¹⁾; sie empfiehlt sich hier gegenüber anderen Schaltungen dadurch, daß bei ihr Thermokräfte am wenigsten stören. Im Grenzfall $W/W'' = 0$ wird $\gamma = 4$ und

$$m = J \cdot \frac{c\sqrt{W}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\alpha - 2\beta u}{1 + \alpha u - \beta u^2}.$$

§ 3. Strahlungsempfindlichkeit n des Bolometerstreifens heiße der Ausschlag, welchen die senkrechte Bestrahlung des

1) Vgl. W. Jäger, Zeitschr. f. Instrumentenk. 26. p. 80. 1906.

Streifens mit der Intensität 1 in dem ursprünglich stromlosen Galvanometer hervorbringt. Es wird im folgenden immer vorausgesetzt, daß das Temperaturgleichgewicht bei der Bestrahlung sich hergestellt hat; ferner daß der Streifen vollkommen schwarz ist. Sei s die auf das Quadratcentimeter pro Sekunde fallende Strahlung in Wärmemaß, so ist

$$(6) \quad n = m \cdot \frac{\partial u}{\partial s}.$$

§ 4. $\partial u / \partial s$ hängt von den Wärmeverlusten des Streifens durch Leitung und Strahlung ab; doch kommt noch ein anderer Umstand in Betracht. Wenn die Temperatur des Streifens bei der Bestrahlung wächst, so nimmt 1. sein Widerstand W zu, 2. eben deshalb der ihn durchfließende Zweigstrom ab. Diese beiden Wirkungen beeinflussen die Stromleistung $J^2 W$ in entgegengesetztem Sinne; inwieweit sie sich kompensieren, lehrt folgende Betrachtung. Der Streifen habe die Gestalt eines Rechtecks, l cm lang, b cm breit, d cm dick. Die Bedingung des Temperaturgleichgewichtes lautet:

$$(7) \quad J^2 W \cdot 0,239 + b l s = V,$$

wo V den Wärmeverlust des Streifens pro Sekunde bedeutet. Daraus folgt

$$(8) \quad 0,239 \left(J^2 + 2 J W \cdot \frac{\partial J}{\partial W} \right) \frac{\partial W}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + b l = \frac{\partial V}{\partial s}.$$

Nach der Theorie der Wheatstoneschen Brücke kann man setzen

$$(9) \quad \frac{\partial J}{\partial W} = - \frac{J}{W} \cdot \frac{1 - \varphi}{2}.$$

Dadurch wird (8), indem $\partial W / \partial u = W_{18}(\alpha - 2\beta u)$

$$0,239 \cdot J^2 \cdot \varphi \cdot W_{18} \cdot (\alpha - 2\beta u) \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + b l = \frac{\partial V}{\partial s}.$$

Sei, indem $1/\kappa$ der Widerstand in Ohm eines Würfels von 1 cm Seite aus dem Metall des Bolometerstreifens bei 18° bedeutet,

$$(10) \quad j = 0,239 \cdot \frac{W_{18}}{l} = 0,239 \cdot \frac{1}{\kappa b d},$$

d. i. die Stromleistung in Wärmemaß pro Zentimeter. Demnach kann man schreiben

$$(11) \quad J^2 j (\alpha - 2\beta u) \cdot l \cdot \varphi \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + b l = \frac{\partial V}{\partial s},$$

oder auch

$$(11a) \quad \frac{J^2}{b^2} \cdot \frac{0,239}{\pi d} \cdot (\alpha - 2\beta u) \cdot \varphi \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + 1 = \frac{1}{bl} \cdot \frac{\partial V}{\partial s}.$$

Ist die Temperatur längs des Streifens konstant, so ist

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{\partial V}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial s}$$

und man erhält

$$(11b) \quad \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{bl}{\partial V / \partial u - J^2 j (\alpha - 2\beta u) \cdot l \cdot \varphi}.$$

Es ist

$$(12) \quad \frac{1-\varphi}{2} = \frac{(G + W'' + W''')(B + W W'' / W''') + W''(G + W''')}{B[(G + W'' + W''')(1 + W'' / W''') + G(W'' + W''') / W] + b W''(2 + W / W''' + W''' / W) + W''(W + W''')(1 + W'' / W''')}$$

wo B den Batteriewiderstand bedeutet. Für den besonderen Fall $W'' = W'''$, $W / W'' = 0$, $G = 2W$ (§ 2) wird

$$\frac{1-\varphi}{2} = \frac{2B + W''}{8B + 4W''} = \frac{1}{4}, \quad \varphi = \frac{1}{2}.$$

In diesem Fall ist φ , wie in der Regel, positiv und arbeitet die Resultante der beiden besprochenen Wirkungen dem Wärmeverlust an die Umgebung entgegen.

§ 5. Es werde zunächst der Fall so kleiner Strombelastung betrachtet, daß das Newtonsche Abkühlungsgesetz als gültig betrachtet werden kann, die Wärmeleitung im Streifen vorläufig vernachlässigt. Der Streifen sei beiderseits geschwärzt, dann ist der Verlust durch Ausstrahlung an die Umgebung pro Sekunde $2blA(T^4 - T_0^4)$, wo A die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes, T_0 die absolute Temperatur der Umgebung bedeutet; $T = T_0 + u$. Ist u klein, so wird der Verlust $8blAT_0^3u = \sigma l \cdot u$, wenn der Verlust pro Zentimeter und $u = 1$

$$(13) \quad \sigma = 8bA \cdot T_0^3$$

gesetzt wird.

Das Gas werde so verdünnt angenommen, daß von Konvektionsströmen abgesehen werden kann.¹⁾ Dann ist die Wärmeableitung durch dasselbe pro Sekunde

$$(14) \quad L = 4\pi k \cdot C \cdot u,$$

1) A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. 156. p. 179. 1875.

wo k das Wärmeleitungsvermögen des Gases, C die elektrostatische Kapazität des Streifens in einer zur Erde abgeleiteten Hülle von der Gestalt des Gefäßes bedeutet. Zur angenäherten Berechnung von C werde es so angesehen, als ob der Streifen die Gestalt einer Ellipse von den Achsen b und l habe. Die Niveauflächen des elektrisch geladenen Streifens sind dann die zu ihm konfokalen Ellipsoide, von denen dasjenige, dessen größte Achse die Länge $4l$ hat, von einer Kugel nicht sehr verschieden ist und der Hülle substituiert werde. Dann ist

$$(15) \quad C = \frac{\frac{1}{2} l}{F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2}\right) - F\left(\arcsin \frac{1}{4}, \sqrt{1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2}\right)},$$

wo das Zeichen F nach Legendre das elliptische Integral erster Gattung bedeutet. Solange $l/b > 20$, ist bis auf 1 Proz. genau

$$F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1 - \left(\frac{b}{l}\right)^2}\right) = \lg \text{nat} \frac{4l}{b},$$

das unvollständige Integral im Nenner merklich unabhängig von l/b und gleich 0,255. Mithin wird nach (14)

$$(16) \quad \begin{cases} \frac{L}{l} = \lambda, u, \\ \lambda = \frac{2 \pi k}{\lg \text{nat} \frac{4l}{b} - 0,255}. \end{cases}$$

Es ist für

$l/b =$	20	25	50
$\lg \text{nat} \left(\frac{4l}{b}\right) - 0,26 =$	4,12	4,34	5,03

Mit zunehmender Breite des Streifens wächst also der Verlust durch Wärmeleitung des Gases nur langsam, während der Verlust durch Strahlung der Breite proportional ist. Daher tritt jener gegen diesen um so mehr hervor, je schmaler der Streifen gemacht wird.

1) Ebenso ergibt sich für einen dünnen Draht vom Radius r und der Länge l , indem man denselben wie ein verlängertes Rotationsellipsoid betrachtet und $\left(\frac{\text{Dicke}}{\text{Länge}}\right)^2$ gegen 1 vernachlässigt:

$$\lambda = \frac{2 \pi k}{\lg \text{nat} \frac{l}{r} - 0,256}.$$

In dem behandelten Fall wird nach diesen Ergebnissen

$$(17) \quad V = (\sigma + \lambda) \cdot l \cdot u.$$

Zur Berechnung der Temperaturerhöhung u durch die Strombelastung dient (7), indem dort $s = 0$ gesetzt wird. Indem man βu^2 vernachlässigt, erhält man mittels (17)

$$(18) \quad u = \frac{J^2 j}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha}$$

und (11b) wird

$$(19) \quad \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{b}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha \cdot \varphi}.$$

§ 6. Es wird sich um 1 cm lange Bolometerstreifen handeln, bei welchen der Verlust durch innere Wärmeleitung nicht unbedeutend ist. Um sie in Rechnung zu ziehen, drücken wir das Wärmegleichgewicht für ein Längenelement dz des Streifens aus, wobei wir die Wärmeleitung durch das Gas nach (16) näherungsweise¹⁾ mit $L \cdot dz/l$ in Rechnung bringen. So entsteht, indem wir mit u' die längs des Streifens variable Temperatur bezeichnen, die Gleichung

$$J^2 j (1 + \alpha u') + b \cdot s = -k' b d \cdot \frac{d^2 u'}{dz^2} + (\sigma + \lambda) \cdot u'$$

oder

$$(20) \quad \begin{cases} \frac{d^2 u'}{dz^2} = \varepsilon^2 \cdot u' - Q, \\ \varepsilon^2 = \frac{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha}{k' b d}, \\ Q = \frac{J^2 j + b s}{k' b d}, \end{cases}$$

wo k' das kalorimetrisch gemessene Wärmeleitungsvermögen des Streifenmetalles ist. Daraus ergibt sich, wenn der Anfang der z in die Streifenmitte gelegt und angenommen wird, daß die Streifenenden die Temperatur der Umgebung bewahren:

$$(21) \quad u' = \frac{Q}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{e^{\varepsilon z} + e^{-\varepsilon z}}{e^{1/2 \varepsilon l} + e^{-1/2 \varepsilon l}} \right)$$

und die mittlere Temperaturerhöhung u

$$u = \frac{Q}{\varepsilon^2} \left(1 - \frac{2}{\varepsilon l} \cdot \frac{e^{\varepsilon l} - 1}{e^{\varepsilon l} + 1} \right) = \frac{Q}{\varepsilon^2} \cdot f(\varepsilon l),$$

1) Diese Gleichung setzt voraus, daß die Oberfläche des Streifens eine isotherme Fläche ist, was in dem jetzt behandelten Falle nicht mehr zutrifft.

oder

$$(22) \quad u = \frac{J^2 j + b s}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha} \cdot f(\varepsilon l).$$

Für $k' = 0$ wird nach (20) $\varepsilon = \infty$, wodurch, wenn $s = 0$ gesetzt wird, u den Wert der Gleichung (18) annimmt.

Aus (22) ergibt sich, indem man die Größe $J^2 j \alpha$ als klein gegen $\sigma + \lambda$ sowie gegen σ behandelt (§ 10) und in Betracht zieht, daß mit s auch J sich ändert (§ 4)

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{b}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha \cdot (1 - (1 - \varphi) \cdot f(\varepsilon l))} \cdot f'(\varepsilon l).$$

Mithin werden die Schlußformeln für kleine Strombelastung, indem u wieder die mittlere Temperaturerhöhung des Streifens durch die Strombelastung bezeichnet:

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{J^2 j}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha} \cdot f(\varepsilon l), \\ n = C \cdot \sqrt{G} \cdot \frac{J}{\gamma} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha u} \cdot \frac{b}{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha \cdot \psi} \cdot f(\varepsilon l), \\ f(\varepsilon l) = 1 - \frac{2}{\varepsilon l} \cdot \frac{e^{\varepsilon l} - 1}{e^{\varepsilon l} + 1}, \\ \varepsilon^2 = \frac{\sigma + \lambda - J^2 j \alpha}{k' b d}, \\ \sigma = 8 b A T_0^3, \\ \lambda = \frac{2 \pi k}{\lg \text{nat} \frac{4 l}{b} - 0,255}, \\ j = 0,239 \cdot \frac{W_{18}}{l}, \\ \psi = 1 - (1 - \varphi) \cdot f(\varepsilon l). \end{array} \right.$$

Der Term $J^2 j \alpha \psi$ kann bei kleinen Strombelastungen, bei welchen u nicht mehr als 2° beträgt, vernachlässigt werden (§ 10), ebenso αu gegen 1. Mit diesen Vereinfachungen ergibt sich für das Verhältnis der Strahlungsempfindlichkeiten des Vakuum- und Luftbolometers, n_v und n_L , bei kleiner Strombelastung

$$(24) \quad \frac{n_v}{n_L} = \frac{\sigma + \lambda}{\sigma} \cdot \frac{f(\varepsilon l)_v}{f(\varepsilon l)_L}.$$

1) Diese Größe kommt zwar auch in ε vor, aber $\partial \varepsilon / \partial J$ ist klein von zweiter Ordnung, daher kann $f(\varepsilon l)$ als konstant behandelt werden.

§ 7. Nach (23) ist die Strahlungsempfindlichkeit n bei kleiner Strombelastung J dieser nahezu proportional. Anders verhält es sich erfahrungsgemäß bei höheren Belastungen. Bei den schmalen Vakuumbolometern gelangt man nämlich bei fortgesetzt gesteigerter Stromstärke bald an ein Maximum der Strahlungsempfindlichkeit, jenseits dessen dieselbe wieder sinkt; und zwar wird dieses Maximum erreicht bei einer Belastung, bei welcher die Empfindlichkeit des Luftbolometers noch nicht allzusehr von der Proportionalität mit der Belastung abweicht.

Bei der Erklärung dieses Verhaltens wollen wir von der inneren Wärmeleitung im Streifen absehen. Soll die Empfindlichkeit von der Belastung, also auch von der Streifentemperatur nahezu unabhängig sein, so muß nach (11b) der Wärmeverlust V der Temperaturerhöhung u proportional, oder $\partial V / \partial u$ von u unabhängig sein. Der Hauptteil von V rührt nun beim linearen Luftbolometer von der Luftleitung her (§ 10) und für diesen Teil ist die genannte Bedingung nahe erfüllt. Dagegen ist der für das Vakuumbolometer maßgebende Verlust durch Strahlung gleich

$$2 b l A (T^4 - T_0^4), \quad \text{also} \quad \partial V / \partial u = 8 b l A T^3,$$

d. h. der dritten Potenz der absoluten Temperatur proportional, außerdem ist für die gleiche Strombelastung die Temperaturerhöhung u beim linearen Vakuumbolometer viel größer als beim Luftbolometer. Es kommt hinzu, daß auch die Temperaturempfindlichkeit m nach § 2 mit wachsender Streifentemperatur abnimmt.

§ 8. Die theoretische Behandlung des Falles hoher Strombelastung wird durch die Notwendigkeit, die innere Wärmeleitung zu berücksichtigen, sehr schwierig. Man pflegt nun die Bolometerstreifen aus einer größeren Tafel von nahezu gleichförmiger Dicke auszuschneiden, wobei besonders die Frage nach dem Einfluß der Breite auf die Strahlungsempfindlichkeit praktisch interessiert. Diese Frage läßt sich für das Vakuumbolometer folgendermaßen beantworten. Man betrachte zwei Streifen 1 und 2 im Vakuum aus demselben Material, von gleicher Länge und Dicke, aber verschiedener Breite; z. B. sei 2 viermal so breit als 1. Man mache die Strombelastung dieser Streifen der Breite proportional und bewerkstellige dies

dadurch, daß man alle Widerstände der Brückenordnung, den Galvanometerwiderstand einbegriffen, der Breite umgekehrt proportional wählt. Dann verhält sich 2 in allen Beziehungen wie vier nebeneinander liegende Streifen 1, da die im Vakuum allein in Betracht kommenden Verluste durch Ausstrahlung und innere Wärmeleitung der Breite proportional sind.¹⁾ Deshalb müssen u und $\partial u / \partial s$ für beide Streifen den gleichen Wert haben,

Die allgemein gültigen Gleichungen (5) und (6) ergeben nun

$$\frac{\gamma}{\sqrt{G}} \cdot \frac{n}{b} = C \cdot \frac{J}{b} \cdot \frac{\alpha - 2\beta u}{1 + \alpha u - \beta u^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial s}.$$

Setzt man

$$\frac{\gamma}{\sqrt{G}} \cdot \frac{n}{b} = y, \quad \frac{J}{b} = x,$$

so ist $y = f(x)$, wo die Funktion f , da es sich um Streifen handelt, die sich nur durch die Breite unterscheiden, von b unabhängig ist. Für einen gewissen, von der Schaltung unabhängigen Wert x, x_1 , erreicht y seinen größten Wert y_1 . Bezeichnet n_1 die diesem entsprechende Strahlungsempfindlichkeit, so ist

$$(25) \quad \begin{cases} n_1 = y_1 \cdot b \cdot \frac{\sqrt{G}}{\gamma}, \\ \gamma = 1 + G/W + (G + W'')/W'''. \end{cases}$$

In dem besonderen Fall $W'' = W'''$, $W/W'' = 0$, $G = 2W$ (§ 2) wird $\gamma = 4$ und

$$(25a) \quad n_1 = \frac{y_1}{2\sqrt{2}} \cdot b \cdot \sqrt{W}.$$

In diesem Hauptfall ist also das Maximum der Strahlungsempfindlichkeit beim Vakuumbolometer der *Quadratwurzel aus der Breite proportional*, da W sich umgekehrt wie die Breite verhält; und es erweist sich praktisch als zulässig, mit der Strombelastung nahe an dieses Maximum hinanzugehen. Beim Luftbolometer wächst die Empfindlichkeit schneller als die Breite, und zwar ist sie der Breite ungefähr proportional (§ 13).

1) Für das Luftbolometer trifft dies nicht zu, da der Verlust durch Luftleitung mit der Breite nur wenig sich ändert (§ 5).

II. Versuche.

§ 9. Die benutzten Bolometer waren nach den Angaben von Lummer und Kurlbaum gebaut. Sie bestanden aus einer kreisförmigen Schieferplatte R (Fig. 2) von 38 mm Durchmesser, die im Innern eine rechteckige Aussparung (10×16 mm) besaß. Der zu bestrahlende Zweig W aus geschwärztem Platin befand sich in der Mitte, der gleiche Zweig W' nahe dem Rande der Aussparung. W' war durch ein auf die Schieferplatte aufgekittetes, blank poliertes dünnes Kupferblech gegen Strahlung geschützt. Die Zuleitungen zu den Streifen W und W' bestanden aus 0,5 bis 1 mm dickem Kupferblech, das mit ein wenig Kitt auf dem Schiefer befestigt war und stets bis zur Aussparung heranreichte, so daß die wirksame Länge der Streifen der Länge der Aussparung gleichkam. Ein Ende von W und eines von W' hatten eine gemeinsame Zuleitung, so daß drei Anschlußklemmen an der Schieferplatte genügten. Das Abätzen und Schwärzen der Streifen geschah in bekannter Weise. Die ganze Vorrichtung be-

Fig. 2. $\frac{1}{4}$ nat. Größe.

bestand sich in dem Glasapparat G , bestehend aus zwei durch einen Schliff S verbundenen Teilen. In den unteren Teil waren drei Glasröhren mit Zuleitungsdrähten eingeschmolzen, der obere Teil kommunizierte mit dem mit Kokosnußkohle gefüllten Gefäß K . Die Strahlung fiel durch ein Steinsalz- oder Glasfenster auf den exponierten Streifen W . Ein 2 mm dicker Kupfermantel schützte G gegen fremde Strahlung. Zur Herstellung des Vakuums in G wurde, nachdem der Luftdruck durch die Wasserstrahlpumpe auf ungefähr 2 cm Hg erniedrigt war, die Kohle auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt. Bei den Messungen stören die an den Verbindungsstellen der Rheostatenwiderstände auftretenden Thermokräfte. Deshalb wurden die Wider-

stände, welche die beiden Zweige W'' und W''' (Fig. 1) bildeten, mittels eines Petroleumbades auf konstanter Temperatur gehalten. Zur genauen Abgleichung der Bäder war zu W'' ein fein regulierbarer großer Nebenschlußwiderstand parallel geschaltet. Das benutzte Panzergalvanometer besaß differentiale Wickelung, so daß sein Widerstand mehrfach variiert werden konnte; die Halbschwingungsdauer der Nadel betrug gewöhnlich 8 Sek.

§ 10. Es wurden vier aus derselben Tafel geschnittene Bolometerstreifen der beschriebenen Art benutzt. Tab. 1 gibt die Maße und die nach (23) berechneten Konstanten. Es ist gesetzt:

$$W_t = W_0(1 + 0,003966 t - 58,2 \cdot 10^{-8} t^2)^1),$$

also

$$W = W_{18}(1 + 0,003684 u - 54,3 \cdot 10^{-8} \cdot u^2),$$

$$1/\kappa = 0,108 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm } (18^\circ);$$

also

$$d = 0,108 \cdot 10^{-4} \cdot l/b \cdot W_{18},$$

$$k' = 0,17 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2},$$

$$k = 0,0000569(1 + 0,00253 t^3),$$

also

$$k_{18} = 0,0000584,$$

$$A = 0,01265 \cdot 10^{-10} \frac{15^\circ\text{-Kal.}}{\text{qcm sec}^4},$$

$$T_0 = 291^\circ.$$

Tabelle 1.

Bolo- meter	l cm	b cm	$d \cdot 10^4$ cm	W_{18} Ohm	j	$\sigma \cdot 10^6$	$\lambda \cdot 10^6$	λ/σ	$(\lambda+\sigma)/\sigma$
VI	1,04	0,0195	0,560	10,3	2,364	4,863	71,84	14,8	15,7
III	1,00	0,0354	0,599	5,09	1,217	8,829	82,06	9,3	10,3
VII	1,10	0,0645	0,520	3,54	0,769	16,09	92,47	5,9	6,9
IV	1,02	0,0940	0,486	2,41	0,569	23,44	104,4	4,5	5,5

Nach der vorletzten Kolumne ist der Wärmeverlust durch Luftleitung bei dem breitesten Streifen IV 4,5mal, bei dem

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. 6. p. 251. 1901.

2) W. Jäger u. H. Diesselhorst, Berliner Ber. p. 726. 1899.

3) W. Schwarze, Ann. d. Phys. 11. p. 316. 1903.

4) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 65. p. 746. 1898.

schmalsten VI 14,8 mal so groß als der Wärmeverlust durch Ausstrahlung. Es wurde nun für kleine Strombelastungen das Verhältnis der Strahlungsempfindlichkeiten im Vakuum und in der Luft, d. h. das Verhältnis n_v/n_L einerseits experimentell bestimmt, andererseits aus (24) berechnet. Der Fall des Luftbolometers bezieht sich auf einen Luftdruck von etwa 5 cm Quecksilber, bei welchem die Strahlungsempfindlichkeit für Bolometer VII um etwa 10 Proz. größer war als bei vollem Luftdruck; der kleinere Druck ist gewählt, um den Voraussetzungen der Theorie gemäß die Konvektionsströme zu vermeiden. Es ist angenommen, daß die Wärmeleitung der Luft in dem mit der gekühlten Kokosnußkohle hergestellten Vakuum vernachlässigt werden kann. Tab. 2 enthält die Ergebnisse zugleich mit den nach (23) berechneten Hilfsgrößen und mittleren Temperaturerhöhungen u der Streifen.

Tabelle 2.

Bol.	$J \cdot 10^3$	$J^2 j 10^6$	$J^2 j \alpha \cdot 10^6$	$(\varepsilon l)_L$	$(\varepsilon l)_v$	$f(\varepsilon l)_L$
VI	0,256	15,49	0,06	21,14	5,29	0,905
III	0,505	31,05	0,11	15,88	4,92	0,874
VII	0,500	19,23	0,07	15,17	5,83	0,868
IV	1,50	127,1	0,5	13,09	5,55	0,847

Bol.	$f(\varepsilon l)_v$	u_L	u_v	n_v/n_L	n_v/n_L beob.
VI	0,626	0,18	2,02	10,9	10,3
III	0,597	0,30	2,13	7,03	7,0
VII	0,659	0,15	0,79	5,12	5,39
IV	0,643	0,84	3,56	4,14	4,42

φ war bei diesen Versuchen etwa 0,5, das Glied $J^2 j \alpha \psi$ in (23) ist also im Vergleich zu σ ganz zu vernachlässigen. Es ist auch ersichtlich, daß die Strombelastungen hinlänglich klein waren, nämlich nur kleine Temperaturerhöhungen hervorbrachten. Die innere Wärmeleitung setzt die Strahlungsempfindlichkeit bei den Luftbolometern um etwa 15 Proz., bei den Vakuumbolometern um etwa 38 Proz. herab. Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten von n_v/n_L ist im allgemeinen befriedigend, die Abweichungen sind wohl darauf zurückzuführen, daß dem rechteckigen Streifen ein elliptischer substituiert ist (§ 5).

§ 11. Nunmehr wurden für die Bolometer VI, III, VII die Strahlungsempfindlichkeiten n im Vakuum bis zu den höchsten Belastungen bestimmt, bei welchen die Ruhelage des Galvanometers sich noch hinreichend konstant erwies. Bei den verschiedenen Reihen ist die Einheit der Empfindlichkeit eine verschiedene. Um die Beobachtungen auf dasselbe Maß zu reduzieren, berechnet man das *Verhältnis* der Empfindlichkeiten zweier Bolometer B' und B für die kleinsten angewandten Stromstärken nach den Formeln (23), deren Voraussetzungen hier zutreffen. Da σ/b von b unabhängig, $\lambda \doteq 0$ und $J^2 j \alpha \varphi$ zu vernachlässigen ist, so ergibt sich

$$\frac{n'}{n} = \frac{J' \cdot \sqrt{G'} \cdot f(s l)' \gamma \cdot (1 + \alpha u)}{J \cdot \sqrt{G} \cdot f(s l) \cdot \gamma' (1 + \alpha u)}.$$

Tab. 3 enthält die Daten für die Berechnung. So ergibt sich für $J = 0,256 \cdot 10^{-2}$ bei VI und $0,68 \cdot 10^{-2}$ bei III

$$\frac{n^{\text{III}}}{n^{\text{VI}}} = \frac{0,68 \cdot 0,597 \cdot 4,74}{0,256 \cdot 0,626 \cdot 9,4} = 1,278.$$

Setzt man also für VI und $J = 0,256 \cdot 10^{-2}$ $n = 46,2$, so ergibt sich für III und $J = 0,68 \cdot 10^{-2}$ $n = 46,2 \cdot 1,278 = 59,0$. Daher sind die bei III beobachteten n -Werte mit $59,0/51,5$ zu multiplizieren. Ebenso findet man für VII und $J = 0,5 \cdot 10^{-2}$

$$\frac{n^{\text{VII}}}{n^{\text{VI}}} = \frac{0,5 \cdot 0,659 \cdot 4,74 \cdot 1,007}{0,256 \cdot 0,626 \cdot 13,35 \cdot 1,003} = 0,733.$$

Daraus folgt für VII und $J = 0,5 \cdot 10^{-2}$ $n = 46,2 \cdot 0,733 = 33,9$ und mithin für VII der Reduktionsfaktor $33,9/21,2$.

Es handelt sich darum, die Theorie des § 8 zu prüfen. Zu diesem Zweck sind die Werte

$$y = \frac{n}{b} \cdot \frac{\gamma}{\sqrt{G}} \quad \text{und} \quad x = \frac{J}{b}$$

berechnet worden. Die folgende Tab. 3 enthält die Ergebnisse. Auch die Temperaturerhöhungen u der Bolometerstreifen sind aufgenommen, berechnet aus den beobachteten Streifenwiderständen, indem $W/W_{18} - 1 = \alpha u - \beta u^2$. Die Fälle maximaler Empfindlichkeit sind durch wagrechte Striche gekennzeichnet.

Tabelle 3.

Bolometer VI	$J \cdot 10^3$	n	n red.	W	γ	B	φ	$y = \frac{n\gamma}{b\sqrt{G}}$	$x = \frac{J}{b}$	u
$b = 0,0195$										
$l = 1,04$	0,256	46,2	46,2	—	4,74	3560	0,53	2250	0,131	2
$d \cdot 10^4 = 0,56$	0,512	91,2	91,2	10,5	4,70	1760	0,52	4400	0,263	5,4
$W'' = 100$	1,025	149,2	149,2	11,0	4,59	850	0,50	7020	0,526	18,9
$W''' = 95$	<u>1,54</u>	165,8	165,8	12,0	4,40	550	0,47	<u>7480</u>	<u>0,790</u>	<u>45</u>
$G = 25$	2,05	156,0	158,0	13,3	4,20	395	0,44	6720	1,050	79,2
$W_{18} = 10,3$										
$f(s l) = 0,626$										
Bolometer III										
$b = 0,0354$	0,68	51,5	59,0	—	9,4	140	0,50	3130	0,192	2,1
$l = 1,00$	1,36	92,2	105,7	5,3	9,22	„	0,49	5500	0,384	10,8
$d \cdot 10^4 = 0,599$	2,03	125	143,3	5,5	9,05	„	0,48	7330	0,574	21,6
$W'' = W''' = 10$	<u>2,78</u>	139,2	159,5	5,8	8,81	„	0,47	<u>7940</u>	<u>0,785</u>	<u>38,2</u>
$G = 25$	3,44	138,2	158,4	6,2	8,53	„	0,45	7630	0,972	60,2
$W_{18} = 5,09$										
$f(s l) = 0,597$										
Bolometer VII										
$b = 0,0645$	0,5	21,2	33,9	—	13,33	198	—	1400	0,0775	0,8
$l = 1,10$	1,82	71,0	113,4	3,65	13,14	48	0,49	4620	0,282	8,1
$d \cdot 10^4 = 0,520$	3,61	113,5	181,3	3,88	12,73	48	0,47	7160	0,560	27,0
$W'' = 6$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$W''' = 5,86$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$G = 25$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$W_{18} = 3,54$	<u>5,10</u>			4,07					<u>0,791</u>	<u>40,9</u>
$f(s l) = 0,659$										

Es war nicht möglich, die Schaltungen genau den Annahmen des § 8 entsprechend einzurichten. Um diesen Annahmen möglichst nahe zu kommen, wählte man die Widerstände so, daß φ überall nahezu denselben Wert 0,5 erhielt. Alsdann ist bei gleichem J/b die linke Seite von (11a) und annähernd auch die rechte von b unabhängig. Für Bol. VII konnte auf diese Weise das Maximum der Empfindlichkeit nicht erreicht werden, da das Galvanometer zu unruhig wurde. Um wenigstens die von der Schaltung unabhängige Strombelastung für das Maximum der Empfindlichkeit zu bestimmen, machte man $W'' = W''' = 100$, wobei das Galvanometer noch hinreichend ruhig stand.

In der Fig. 3 ist für Bol. VI y als Funktion von x durch eine Kurve dargestellt. Die Endpunkte der den verschiedenen x entsprechenden y sind für Bol. III durch Kreuze, für Bol. VII durch Kreise bezeichnet und sollten in die Kurve hineinfallen. Bei der Beurteilung der Abweichungen muß man bedenken, daß Gleichförmigkeit der einzelnen Streifen in bezug auf Dicke,

Fig. 3.

Breite, Schwärzung nicht erwartet werden kann; auch ist die Voraussetzung gleicher Länge und Dicke der verschiedenen Streifen nicht genau erfüllt. Die den Maximalempfindlichkeiten entsprechenden Werte von x zeigen befriedigende Übereinstimmung; die zugehörige Temperaturerhöhung u ergibt sich für die benutzten, ungefähr $0,5 \mu$ dicken Streifen im Mittel gleich $41,4^\circ$.

§ 12. Für das Luftbolometer ist y , als Funktion von x betrachtet, nicht, wie beim Vakuumbolometer, von der Breite unabhängig, sondern wächst mit der Breite. Dies ist eine Folge des mehrfach erwähnten Gesetzes, nach welchem die durch Luftleitung einem schmalen Streifen entzogene Wärme nicht der Breite proportional ist, sondern mit der Breite nur langsam wächst. Um diesen charakteristischen Unterschied

näher zu beleuchten, berechnen wir zuerst die Strahlungsempfindlichkeit des Luftbolometers für kleine Belastungen nach (23), 2. Schreibt man diese Gleichung, indem man αu und $J^2 j \alpha \psi$ vernachlässigt

$$\frac{n}{b} \cdot \frac{\gamma}{\sqrt{G}} = C \cdot \frac{J}{b} \cdot \frac{b}{\sigma + \lambda} \cdot f(\varepsilon l),$$

oder

$$y = C \cdot x \cdot \frac{b}{\sigma + \lambda} \cdot f(\varepsilon l),$$

so ist für dasselbe x

$$(26) \quad y_L = y_v \cdot \frac{\sigma}{\sigma + \lambda} \cdot \frac{f(\varepsilon l)_L}{f(\varepsilon l)_v},$$

$$(27) \quad \frac{y'_L}{y_L} = \frac{b'}{b} \cdot \frac{\sigma + \lambda}{\sigma' + \lambda'} \cdot \frac{f(\varepsilon l)_L}{f(\varepsilon l)_L}.$$

Für Bol. VI und $x = 0,131$ ist y in den gewählten Einheiten 2250, daher

$$y_L = 2250 \cdot \frac{4,86}{76,70} \cdot \frac{0,905}{0,626} = 206,3.$$

Die Erfahrung lehrt, daß die Strahlungsempfindlichkeit des Luftbolometers bis zu dem der Maximalempfindlichkeit des Vakuumbolometers entsprechenden Wert $x = 0,79$ sich nicht allzusehr von der Proportionalität mit x entfernt. Nehmen wir diese Proportionalität hier, da es sich nicht um eine genaue Darstellung handelt, als erfüllt an, so folgt für Bol. VI und $x = 1$ $y = 1574$. Daraus berechnet man nach (27) mittels der oben gegebenen Werte von b , σ , λ , $f(\varepsilon l)$ für Bol. III und VII für $x = 1$ bzw. $y = 2329$ und 3528 . Hiernach sind in der Fig. 3 die gestrichelten Linien gezogen, welche für die Luftbolometer VI, III, VII y als Funktion von x darstellen. Man sieht, daß die drei Kurven, welche für die Vakuumbolometer in eine zusammenfallen, für die Luftbolometer auseinandergehen, so daß den breiteren Bolometern größere Werte von y entsprechen. Da in Wirklichkeit die Empfindlichkeit der Luftbolometer bei den höheren Belastungen etwas hinter den getrichelten Linien zurückbleibt, so erhält man aus der Figur die Empfindlichkeit des Vakuumbolometers relativ zu der des entsprechenden Luftbolometers hier etwas zu klein.

§ 13. Mit Hilfe dieser Figur wollen wir die Strahlungsempfindlich n selbst als Funktion von J/b für den normalen

Fall $W'' = W'''$, $W/W'' = 0$, $G = 2W$ darstellen. Dazu hat man die y -Werte mit $\sqrt[3]{b}$ zu multiplizieren. Fig. 4 gibt diese Darstellung, wobei wieder die nur in roher Annäherung gültigen Werte für die Luftbolometer gestrichelt gezeichnet sind. Für

Fig. 4.

dieselbe Stromdichte ist in diesem Fall die Strahlungsempfindlichkeit gleich dicker Streifen im Vakuum der Quadratwurzel aus der Breite, in der Luft ungefähr der Breite selbst proportional.

§ 14. Für die Praxis fragt es sich, in welchem Verhältnis die Strahlungsempfindlichkeiten im Vakuum und in der Luft stehen, wenn die Strombelastung jedesmal auf den höchsten zulässigen Wert gebracht wird. Unter diesem höchsten Wert ist derjenige zu verstehen, bei welchem das Galvanometer noch hinreichend ruhig steht; daraus folgt, daß die gestellte Frage einer scharfen Beantwortung nicht fähig ist. Immerhin sind diesbezügliche Versuche gemacht worden. Die folgende Tab. 4 enthält in der vierten Kolonne die Verhältnisse der Strahlungsempfindlichkeiten im Vakuum und in der Luft bei den in den beiden vorhergehenden Kolonnen verzeichneten Höchstwerten der Stromstärken J_v und J_L ; J_L bezieht sich wieder auf Luft

von etwa 5 cm Hg Druck. Aus dem oben angegebenen Grunde sind diese Verhältnisse etwas größer als die aus Fig. 4 zu entnehmenden. Zum Vergleich sind in die letzte Kolumne noch jene Verhältnisse für sehr kleine Strombelastung aufgenommen.

Tabelle 4.

Bolometer	Breite cm	$J_v \cdot 10^2$	$J_L \cdot 10^2$	$\frac{\text{Vak.}}{\text{Luft}}$ max.	$\frac{\text{Vak.}}{\text{Luft}}$ kl.
VI	0,0195	1,5	2,2	4,9	10,3
III	0,0354	3,0	3,4	3,7	7,0
VII	0,0645	4	4	3,8	5,4
IV	0,102	4,5	6	3,3	4,4

Die vierte Kolumne zeigt den durch das Vakuumbolometer zu erzielenden Vorteil. Derselbe ist besonders groß für sehr schmale Bolometerstreifen, wie sie zur Erzielung einer sehr hohen spektralen Auflösungskraft im Ultrarot gebraucht werden.

Charlottenburg, 9. August 1907.

(Eingegangen 12. August 1907.)