12. *Über die Berechnung der Impulsbreite der Röntgenstrahlen aus ihrer Energie;* *von W. Wien.*

Im Anschluß an Energiemessungen der Röntgenstrahlen hatte ich¹⁾ die gewonnenen Ergebnisse benutzt, um die Impulsbreite der Röntgenstrahlen unter der Voraussetzung zu berechnen, daß die erzeugenden Elektronen (auffallenden Kathodenstrahlen) eine gleichmäßige Verzögerung beim Aufprallen auf feste Körper erfahren. Nun hat Hr. van der Waals jr.²⁾ die Meinung ausgesprochen, daß die von mir gefundene sehr kleine Impulsbreite zur Übereinstimmung mit dem viel größeren Haga-Windschen Werte gebracht werden könne, wenn man annimmt, daß die Elektronen nicht einer einmaligen Verzögerung unterliegen, sondern entweder regelmäßige Schwingungen ausführen oder auf einer zickzackförmigen Bahn hin und her gehen und nur an den Umkehrpunkten der Zickzacklinie durch Kollision mit den Atomen Einbuße an Geschwindigkeit erleiden. Das letztere scheint ihm besonders durch die Abwesenheit einer merklichen Polarisierung der Röntgenstrahlen bewiesen.

Was nun zunächst die Schwingungen anlangt, die das Elektron ausführen könnte, bevor es zur Ruhe kommt, so läßt sich gegen die Möglichkeit einer solchen Annahme natürlich nichts sagen. Man kann unter dieser Voraussetzung auch jeden beliebigen Betrag der ausgestrahlten Energie erhalten bis zum vollen Betrage der lebendigen Kraft des auffallenden Elektrons. Dann würde auch zwischen der ausgestrahlten Energie und der Wellenlänge der Röntgenstrahlen keine Beziehung bestehen. Nur muß man sich klar darüber sein, daß diese Hypothese mit der Stokes-Wiechertschen, wonach die

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 18. p. 991. 1905.

2) J. D. van der Waals jr., Ann. d. Phys. 23. p. 603. 1907.

Röntgenstrahlen die durch die Bremsung der Elektronen hervorgerufene elektromagnetische Strahlung sind, nichts mehr zu tun hat. Hr. van der Waals bezeichnet dann auch diese Hypothese als unwahrscheinlich und meint, daß durch die zickzackförmige Bewegung bei gleicher ausgestrahlter Energie sich eine kleinere Impulsbreite ergebe.

Wenn ich nun auch nicht einsehe, weshalb die Abwesenheit von Polarisation gegen eine einmalige Verzögerung sprechen soll, da diese ja nicht immer in derselben Richtung zu erfolgen braucht, sondern eintreten kann, wenn die Kathodenstrahlen schon nach allen Richtungen zerstreut sind, so bin ich doch mit Hrn. van der Waals ganz einverstanden, eine zickzackförmige Bewegung der Elektronen anzunehmen, wobei sie nur an den Umkehrpunkten Verzögerungen erleiden. Nur ist es nicht möglich, auf diese Weise einen größeren Wert der Impulsbreite zu erhalten, er wird im Gegenteil noch viel kleiner und das ist der Grund, weshalb ich meiner Rechnung eine einmalige Verzögerung zugrunde gelegt habe, da sonst die Abweichung vom Haga und Windschen Werte noch größer geworden wäre.

Wenn das Elektron sich auf einer zickzackförmigen Bahn bewegt, so werden die Geschwindigkeitsverluste hauptsächlich an den Umkehrpunkten stattfinden, während im übrigen das Elektron sich mit nahe konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Strahlung des Elektrons findet nur dort statt, wo der Geschwindigkeitsverlust stattfindet, also an den Umkehrpunkten der Bahn, während im übrigen keine Strahlung stattfindet. Wir haben also einzelne Strahlungsimpulse, die bedingt werden durch die Umkehrpunkte der Zickzacklinie und die dort stattfindende Verzögerung.

Wir nehmen nun diese einzelnen Verzögerungen als gleichförmig an. Andere Formen der Verzögerungen würden zu keinem wesentlich verschiedenen Ergebnis führen.

Nennen wir die Geschwindigkeit beim Beginn jeder Verzögerung v_1 , so ist sie während der Verzögerung j

$$v = v_1 - j t,$$

$$l = v_1 t - \frac{j}{2} t^2,$$

während das Elektron die Strecke l zurückgelegt hat.

Den Geschwindigkeitsverlust an den Ecken der Zickzacklinie $v_1 - v$ setzen wir als klein gegen v_1 voraus.

Eliminieren wir t aus beiden Gleichungen, so ist

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} l &= \frac{v_1(v_1 - v)}{j} - \frac{1}{2j}(v_1 - v)^2 \\ &= \frac{v_1^2 - v^2}{2j} = \frac{(v_1 + v)(v_1 - v)}{2j} \end{aligned} \right.$$

Andererseits ist für nicht zu große Geschwindigkeiten die ausgestrahlte Energie, wenn wir $v_1 - v$ als klein voraussetzen,

$$E = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} j^2 dt = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} j^2 \frac{dv}{j} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} j (v_1 - v),$$

wo e die Ladung des Elektrons, c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, woraus

$$j = \frac{3}{2} E \frac{c^3}{e^2 (v_1 - v)}$$

folgt. Setzen wir dies in (1) ein, so haben wir in der Richtung senkrecht auf die Verzögerungsrichtung

$$\lambda = \frac{2lc}{v} = \frac{2(v_1 + v)(v_1 - v)^2 e^2}{3 E c^2 v} = \frac{4(v_1 - v)^2 e^2}{3 E c^2}$$

für die Impulsbreite jedes einzelnen Strahlungsimpulses.

Während wir bei einmaliger Verzögerung von der Geschwindigkeit $v = v_0$ bis $v = 0$

$$\lambda' = \frac{2lc'}{v} = \frac{2e^2 v_0^2}{3 c^2 E'}$$

haben.

Teilen wir im ersten Falle die Geschwindigkeit v_0 in n Teile, von denen sie einen bei jeder Verzögerung verlieren soll, so ist

$$v_1 - v = \frac{v_0}{n}.$$

Andererseits können wir $E = E'/n$ setzen, da die n einzelnen Energiemengen die ganze ausgestrahlte Energie geben müssen, so daß

$$\lambda = \frac{4e^2 v_0^2}{3 E' c^2 n}$$

ist. Die Impulsbreite ist also im Verhältnis $2:n$ kleiner als bei einmaliger Verzögerung.

Es liegt in der Natur der Sache, daß große ausgestrahlte Energie nur bei sehr starker Verzögerung der Elektronen eintreten kann und das führt mit Notwendigkeit zu kleiner Impulsbreite. Hr. van der Waals hat nicht angegeben, was er selbst unter der Impulsbreite oder Wellenlänge bei der zickzackförmigen Bewegung eigentlich versteht. Eine strenge Definition würde sich bei so komplizierter Bewegung nur durch die harmonische Analyse ergeben. Die in der obigen Rechnung angenommene Definition, die sich auf die Annahme gleichförmiger Verzögerung an den Enden der Zickzackbewegung stützt, wird der bei der Zerlegung nach Fourierschen Reihen nahekommen, wenn die Verzögerung nur an den Enden der Zickzacklinie stattfindet. Denn dann sind die einzelnen Strahlungsimpulse an den Zickzackenden durch strahlungsfreie Zwischenräume voneinander getrennt.

Nimmt man dagegen an, daß auch noch auf der ganzen Bahn schwächere verzögernde Kräfte wirken, so tritt zwischen diesen stärkeren Strahlungsimpulsen schwächere Strahlung auf. Bei der harmonischen Analyse müßten sich dann über die oben berechneten ganz kurzen Wellenlängen längere überlagern, denen aber nur ein ganz geringer Teil der Strahlungsenergie zukäme. In diesem Fall halte ich es aber für unberechtigt, diese längeren Wellen als Wellenlänge der Röntgenstrahlen anzusprechen, da ihnen eben nur ein kleiner Teil der Energie zukäme. Nimmt man dagegen an, daß die verzögernden Kräfte auf der ganzen Bahn nahe gleich sind, so nähert man sich wieder meiner ursprünglichen Annahme.

Man kann die von der Beobachtung bestimmte größere Energie der Röntgenstrahlen mit einer größeren Wellenlänge vereinigen, wenn man annimmt, daß die Ausstrahlung der Röntgenstrahlen durch die Richtungsänderung der auffallenden Elektronen hervorgerufen wird. Da diese beliebig oft erfolgen kann, so könnte auch ein großer Teil der Bewegungsenergie in Strahlung umgesetzt werden. Nur ist das auch nicht mehr die Stokes-Wiechertsche Hypothese.

Es ist klar, daß es mir bei der völligen Unkenntnis über die Erregung der Röntgenstrahlen fern gelegen hat, die Er-

gebnisse meiner Rechnung als einen Einwand gegen die Resultate von Haga und Wind aufzufassen. Ich wollte nur zeigen, daß man in konsequenter Verfolgung der Stokes-Wiechertschen Hypothese *ohne Hinzuziehung anderer Einflüsse* zu einer weit kleineren Wellenlänge für die Röntgenstrahlen gelangt, als Haga und Wind sie gefunden haben. Aus den obigen Betrachtungen geht hervor, daß dies bei Annahme einer zickzackförmigen Bewegung der Elektronen in noch höherem Grade der Fall ist.

(Eingegangen 6. März 1907.)