Ableitung der Aberrationsconstante, der mittleren Polhöhe, und einer von der Rectascension abhängigen Periode in den Declinationen des Fundamental-Catalogs der A. G.

aus den 1891–92 auf der Königl. Sternwarte zu Berlin ausgeführten Polhöhenbestimmungen.

(Vorläufige Mittheilung.)

Von *H. Battermann*.

Im Folgenden möchte ich einige vielleicht allgemeiner interessirende Resultate der von mir 1891–92 am Universal-Transit der Berliner Sternwarte ausgeführten Polhöhenbestimmungen mittheilen. Diese Resultate waren bereits im Anfang des Jahres 1896 fertig gestellt und in einem ausführlichen Manuscript niedergelegt. Da die Veröffentlichung desselben nicht zur Ausführung gelangte, habe ich die Resultate in diesem Sommer nochmals etwas umgearbeitet; eine Veröffentlichung von Seiten der Internationalen Erdmessung ist in Aussicht genommen.

Ausführung und Reduction der Beobachtungen erfolgte im Allgemeinen in der üblichen Weise. Bei Anbringung der Correction für Refraction wurde der mittlere Barometerstand und die mittlere Temperatur während jeder Gruppe berücksichtigt, ferner die Aenderung der meteorologischen Daten zwischen den Culminationen der beiden zusammengehörigen Sterne; der Einfluss dieser Glieder auf die Polhöhe steigt bis auf 0".03 an.

Eine erste Rechnung hatte die erhebliche Correction +0".063 der Struve'schen Aberrationsconstante ergeben; der definitiven Rechnung wurde daher der Werth 20".5064 zu Grunde gelegt, welcher jedenfalls als sehr genähert zu betrachten ist. Daher wurden die Reductionen auf Gruppennittel als unabhängig von einer weiteren Verbesserung dieser Constante angenommen; die Coefficienten einer Verbesserung der letzteren sind bei den unvollständigen Gruppen für die Mittel der beobachteten Paare selbst gerechnet, nicht für die Mittel der vollständigen Gruppen.

Bei der Aberration wurden die kleinen Glieder berücksichtigt, welche aus den Störungen der Sonnen- und der Erdbewegung herrühren. Irgend ein Planet und die Sonne beschreiben um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt beider als Brennpunkt ähnliche Ellipsen, deren Axen sich umgekehrt wie die Massen verhalten. Wird Neigung und Excentricität der Planetenbahn vernachlässigt und bezeichnet λ die heliocentrische Länge des Planeten, so ist der Ausdruck für die entsprechende Aberration in Declination:

$$(\delta' - \delta)_{Pl.} = + C_{Pl.} [\cos \lambda (\cos \varepsilon \sin \delta \sin \alpha - \sin \varepsilon \cos \delta) - \sin \lambda \sin \delta \cos \alpha] ;$$

$$\text{für Jupiter ist } C_{Pl.} = 0''.0086, \text{ für Saturn ist } C_{Pl.} = 0''.0019.$$

Von den Störungen der Erdbahn kommt nur die lunare Gleichung in Betracht. Bei Vernachlässigung von Excentricität und Neigung der Mondbahn ergibt sich, wenn ζ die mittlere Länge des Mondes bezeichnet, als Ausdruck für die entsprechende lunare Aberration:

$$(\delta' - \delta)_{\zeta} = + 0''.0080 [\cos \zeta (\cos \varepsilon \sin \delta \sin \alpha - \sin \varepsilon \cos \delta) - \sin \zeta \sin \delta \cos \alpha] .$$

Endlich habe ich die Störung der Lothrichtung durch die Attraction von Sonne und Mond berücksichtigt, indem ich die unmittelbar erhaltene Declination des gestörten Zeniths auf diejenige des ungestörten Zeniths reducirt habe. Nach Helmert (Theorien der höheren Geodäsie II S. 384) ist, wenn ζ die Zenithdistanz, A das südwestlich gerechnete Azimuth von Sonne bez. Mond bezeichnet, die Reduction auf die ungestörte Polhöhe:

$$- P \sin 2 \zeta \cos A ;$$

$$\text{für die Sonne ist } P = 0''.0080, \text{ für den Mond ist } P = 0''.0174.$$

Der Theilwerth des Höhenniveaus wurde mehrfach am Instrument selbst bestimmt (durch Einstellungen des Mikrometerfadens auf einen Polstern bei verschiedenen Angaben

des Niveaus), da sich der Theilwerth der mangelhaft befestigten Hüfslibelle als sehr abhängig von Spannungen erwiesen hatte. Die Fehler der Mikrometerschraube wurden im Juli 1891 neu bestimmt; die Resultate sind im Allgemeinen gleichartig mit den von Herrn Prof. Küstner 1884–85 erhaltenen; bei den fortschreitenden Fehlern ergab sich jedoch ein systematischer Unterschied, welcher, falls er nur auf Beobachtungsfehlern beruhen sollte, zur Folge haben würde, dass bei Annahme meiner Correctionen — unter sonst gleichen Verhältnissen — der Revolutionswerth etwa um 0".006 grösser herauskommen würde, als bei Benutzung von Küstner's Tafel.

Für den Revolutionswerth der Mikrometerschraube wurde durch Messungen der Astr. Nachr. 3513 mitgetheilten Scalenpaare der Werth erhalten:

$$1 \text{ Rev.} = 40''.1584 \pm 0''.0016 \text{ (m. F.)}$$

Aus 45 Durchgängen von Polsternen, beobachtet am festen und am beweglichen Netz, ergab sich:

$$1 \text{ Rev.} = 40''.1640 \pm 0''.0018.$$

Das letztere Resultat ist jedoch zweifelhaft, weil die beiden Netze sich in beträchtlich ungleicher Entfernung vom Ocular befanden, so dass keins von beiden während der Beobachtungen völlig scharf erschien. Ich habe daher für die Berechnung der Polhöhen angenommen:

$$1 \text{ Rev.} = 40''.1590;$$

während Küstner $40''.151$ erhalten hatte. — Mein Werth beruht jedoch auf der nach Küstner angenommenen Voraussetzung, dass der Revolutionswerth unabhängig von der Temperatur sei; besondere Untersuchungen über den Temperatureinfluss konnte ich wegen Abgabe des Instrumentes nicht mehr anstellen. Bei Beobachtung der Scalenpaare lag die Temperatur wenige Grade, bei den Polsterndurchgängen dagegen etwa 10° unterhalb der mittleren Temperatur der ganzen Reihe.

Die benutzten Sterne und ihre Grössen sind aus der Publication von Herrn Prof. Albrecht »Provisorische Resultate der Beobachtungsreihen in Berlin, Potsdam und Prag betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhe« zu ersehen. Die Declinationen dieser Sterne beruhen allein auf Bestimmungen am grossen Berliner Meridiankreise, im Wesentlichen auf den Bestimmungen von Herrn Prof. Küstner. Die Resultate derselben, welche mir von letzterem freundlichst mitgetheilt wurden, sind, wie Astr. Nachr. 3392 angegeben, durch Anbringung besonderer Correctionen aufs Engste an das System des A. G. C. angeschlossen. Die Resultate der zur Ergänzung von mir ausgeführten Bestimmungen sind A. N. 3507 mitgetheilt; an dieselben ist jedoch, der Gleichförmigkeit wegen, hier die specielle systematische Reduction auf System A. G. C. angebracht. Auch durch diese Reduction ist der Anschluss an das System des A. G. C. nur in etwas weiterem Zuge erreicht. Die verbleibenden systematischen Unterschiede zwischen Küstner's und meinen Positionen sind grösstentheils durch Anbringung der constanten Correction $-0''.08$ an meine Declinationen beseitigt. Auch für die Fundamentalsterne sind durchweg individuelle Correctionen nach A. N. 3392–93 und 3468–69 angenommen; die von Auwers A. N. 3508–09 gegebenen Correctionen derselben waren bei Abschluss der Bearbeitung noch nicht erschienen. Man wird annehmen können, dass das Declinationssystem identisch mit demjenigen des A. G. C. ist. Für die Eigenbewegungen wurden durchweg ziemlich gesicherte Werthe nach Auwers, Küstner oder mir angewandt.

Bei der grösseren Zahl und Sicherheit der Beobachtungen am Transit wurden letztere in üblicher Weise benutzt, um die unter Annahme der Declinationen des Meridiankreises aus den einzelnen Paaren erhaltenen Polhöhenwerthe auf die Gruppenmittel zu reduciren; zur Ableitung der Reductionen wurden nur die vollständigen Gruppen verwandt. Diese Reductionen auf Gruppenmittel sind also die Reductionen der Declinationsmittel für die einzelnen Paare auf das mittlere

Declinationssystem der betreffenden Gruppe; sie würden jedoch durch einen Fehler des angenommenen Revolutionswerthes sowie durch einen etwaigen Unterschied der Refractionen nördlich und südlich vom Zenith beeinflusst sein.

Bei Ableitung dieser Reductionen unterschied ich die beiden Fälle, je nachdem der erste Stern des Paares in der Lage Oc. West oder Oc. Ost beobachtet war. Im Mittel ergab sich kein bedeutender Unterschied; die Differenz (O—W) beträgt $+0''.05$, für die Polhöhen selbst gültig. Aber es zeigte sich eine auffällige Helligkeitsgleichung, nämlich ein Gang mit dem Unterschied der Grössen der beiden Sterne, nicht dagegen mit der absoluten Grösse derselben. Indem ich die Differenzen (O—W) nach der Grössendifferenz Δm der zusammengehörigen Sterne ordnete und in passenden Abtheilungen Mittelwerthe bildete, erhielt ich:

Differenz der Grössen	Paare	Δm	Mittelwerthe von (O—W) m. Red. a. Gr. M.		
-2^m bis -1^m	11	$-1^m.51$	$-0''.043$	$-0''.099$	
-0.9 » -0.3	15	-0.63	$+0.004$	-0.015	
-0.2 » $+0.4$	16	$+0.13$	$+0.037$	$+0.024$	
$+0.5$ » $+1.2$	16	$+0.71$	$+0.090$	$+0.049$	
$+1.3$ » $+3.1$	12	$+1.94$	$+0.162$	$+0.009$	

Die Differenz (O—W) ändert sich fast proportional der Grössendifferenz mit einem Betrage von etwa $0''.06$ für eine Grössenklasse; sie wird positiv, wenn der erste Stern des Paares der hellere ist. Der Gang scheint anzudeuten, dass bei Einstellung heller Sterne die Schraube nicht weit genug, bei Einstellung schwacher Sterne dagegen zu weit gedreht wurde; nach Vorschrift wurde immer mit Rechtsdrehung der Schraube eingestellt.

Falls dieser physiologische Fehler in den beiden Lagen gleich gross gewesen wäre, so hätte er aus den ohne Unterscheidung der Lagen gebildeten mittleren Reductionen auf Gruppenmittel herausfallen müssen, desgleichen aus allen weiteren Resultaten, da regelmässig mit der Anfangslage abgewechselt wurde. Wie die letzte Columne zeigt, existirt jedoch auch in den mittleren Reductionen ein Gang von gleichem Zeichen; besonders auffällig ist die Abweichung hier allerdings nur in der ersten Abtheilung. Vielleicht lässt sich dieses dadurch erklären, dass die Feldbeleuchtung in den beiden Lagen nicht völlig gleich war. Die verbleibenden Fehler mussten für die weiteren Untersuchungen als zufällige Fehler betrachtet werden. — Ich vermute, dass bei Einstellung von beiden Seiten aus dieser physiologische Fehler kleiner gewesen sein würde. Jedenfalls sollten Helligkeitsdifferenzen, welche eine Grössenklasse überschreiten, zwischen den Sternen desselben Paares vermieden werden; oder man sollte versuchen geeignete, hier natürlich unabhängig vom Instrument anzubringende Gitter zum Abblenden zu verwenden; auf gleichförmige Beleuchtung in beiden Lagen sollte ferner das grösste Gewicht gelegt werden.

Die angewandten mittleren Reductionen auf Gruppenmittel zeigen einen deutlichen Gang mit der Zenithdistanz der Sterne, wie die Columne »m. Red.« in folgender Tabelle zeigt:

Zenithdistanz	ζ_m	m. Red.	**	Red. a. Gr. M., wenn Decl. nach Kü. Ba. Ny. 85		
0° bis 5°	2.7	+0.0098	20	+0.004	+0.002	+0.004
5 » 10	7.2	+0.023	11	+0.02	+0.02	+0.05
10 » 15	12.1	-0.014	18	+0.01	+0.02	0.00
15 » 20	16.9	-0.111	12	-0.07	-0.06	-0.13
20 » 27	24.3	-0.061	10	-0.06	-0.04	+0.02

Dieser Gang könnte durch Unregelmässigkeiten der Refraction erklärt werden; ich glaubte ihn zuerst als Einwirkung der südlich gelegenen grossen Kuppel ansehen zu müssen. Dann wäre jedoch anzunehmen, dass derselbe mit wachsender Zenithdistanz stark zunähme. Wegen der übereinstimmenden Abweichung verschiedener Meridianreihen vom A. G. C. glaube ich, wie schon A. N. 3468 und 3488 bemerkt, den Gang eher durch eine Einbiegung im Declinationssystem des A. G. C. erklären zu können. Wie die drei letzten Columnen der obigen Tabelle zeigen, wird bei Annahme der in Berlin unmittelbar erhaltenen Declinationen — ohne Anbringung einer besonderen Reduction auf A. G. C. — der Gang wesentlich verkleinert und vor Allem auf die schon etwas grösseren Zenithdistanzen beschränkt, ebenso bei Reduction der Declinationen auf Herrn Nyrén's System (*Déclinaisons moyennes*

Gr. I bis IV	$u = -0.0096 \pm 0.0036$	$v = +0.0004 \pm 0.0047$
Gr. VI bis IX	$u = -0.0063 \pm 0.0038$	$v = -0.0135 \pm 0.0043$
Gr. I bis IX	$u = -0.0097 \pm 0.0025$	$v = -0.0071 \pm 0.0029$

Eine Aenderung der Reduction auf das Zenith mit der Jahreszeit ist nach den mittleren Fehlern mindestens zweifelhaft. Eine Aenderung des Revolutionswerthes scheint dagegen hier nach wahrscheinlich zu sein; das Zeichen stimmt mit dem Einfluss der verschiedenen Ausdehnung von Stahl und Rothguss überein, aber der Betrag ist mindestens der dreifache des theoretischen. Möglichenfalls ist jedoch dieser, auch mit erheblicher Unsicherheit behaftete Gang doch anderen Fehlerquellen zuzuschreiben.

Bei Zusammenfassung sämtlicher Gruppen erscheint im Mittel eine Aenderung mit der Zenithdistanz überhaupt, im Betrage von 0.010 für 1°, ziemlich verbürgt. Ferner erscheint im Mittel eine Verkleinerung des angenommenen Revolutionswerthes um 0.007, also auf 40.152, wahrscheinlich.

Jahrgang I (1891-92)				Jahrgang II (1892)			
$\Delta\delta_3 - \Delta\delta_2$	$= +0.116$	$+0.553$	dC Gew. 24.3	$+0.087$	$+0.502$	dC Gew. 29.2	
$\Delta\delta_4 - \Delta\delta_3$	$= +0.037$	$+0.322$	dC » 32.7	-0.027	$+0.342$	dC » 35.5	
$\Delta\delta_5 - \Delta\delta_4$	$= -0.024$	$+0.350$	dC » 31.1	$+0.002$	$+0.364$	dC » 35.8	
$\Delta\delta_6 - \Delta\delta_5$	$= +0.083$	$+0.408$	dC » 32.1	$+0.109$	$+0.404$	dC » 37.9	
$\Delta\delta_7 - \Delta\delta_6$	$= +0.137$	$+0.348$	dC » 29.3	$+0.183$	$+0.344$	dC » 29.6	
$\Delta\delta_8 - \Delta\delta_7$	$= -0.055$	$+0.353$	dC » 40.7	-0.100	$+0.383$	dC » 20.0	
$\Delta\delta_9 - \Delta\delta_8$	$= +0.115$	$+0.377$	dC » 46.9	$+0.075$	$+0.410$	dC » 16.0	
$\Delta\delta_1 - \Delta\delta_9$	$= -0.075$	$+0.764$	dC » 57.0	-0.008	$+0.778$	dC » 15.4	
$\Delta\delta_2 - \Delta\delta_1$	$= -0.334$	$+0.513$	dC » 30.2	-0.318	$+0.634$	dC » 33.6	
Summe 0	$= 0.000$	$+3.988$	dC	0	$= +0.003$	$+4.161$	dC

Die Werthe der beiden Jahrgänge weichen nur in zwei Fällen unbedeutend mehr von einander ab, als ihren mittleren Fehlern entspricht; die Aberrationsconstante ergibt sich zufälliger Weise aus beiden Jahrgängen völlig übereinstimmend.

des étoiles principales pour l'époque 1885.0 p. (2); unter Annahme von Nyrén's Refraction). Ich halte es daher für wahrscheinlich, dass die Declinationen des A. G. C. bei +50° Decl. gegenüber den umliegenden um mindestens 0.10 zu klein sind.

Um die Sicherheit dieses Ganges mit der Zenithdistanz übersehen zu können, und um den angenommenen Revolutionswerth und dessen Constanz zu prüfen, habe ich für jede Gruppe gesondert die Reductionen auf Gruppenmittel in der Form

$$\text{Red.} = x + \zeta \cdot u + \frac{3}{4} \Delta \zeta \cdot v$$

ausgeglichen, wo $\Delta \zeta$ in Minuten die Differenz der Zenithdistanzen der beiden Sterne eines Paares bedeutet, im Sinne südl. minus nördliche Z. D.; u ist zu bezeichnen als der Coefficient (für 1°) der Reduction auf das Zenith, v ist die Correction des angenommenen Revolutionswerthes. Da jedoch die mittleren Fehler der aus den einzelnen Gruppen erhaltenen Werthe zu gross waren, habe ich einmal die hauptsächlich in die kältere Jahreszeit fallenden Gruppen I bis IV und zweitens die in die warme Jahreszeit fallenden Gruppen VI bis IX zur Ableitung von u und v zusammengefasst; endlich habe ich sämtliche Gruppen vereinigt. Ich erhielt:

Diese beiden verschiedenartigen Resultate sind in den weiteren Untersuchungen durch besondere Hypothesen berücksichtigt.

Die Vergleichung der durch die auf einander folgenden Gruppen erhaltenen Polhöhenresultate ergibt die Gruppendifferenzen, also auch die diesen dem Betrage nach gleichen, dem Zeichen nach entgegengesetzten Differenzen der gleichnamigen Gruppenreductionen $\Delta\delta$. Zur Ableitung der Gruppendifferenzen wurden nur die während derselben Nacht erlangten Anschlüsse benutzt; die Gewichte der Tageswerthe sind gemäss der Zahl der in beiden Gruppen beobachteten Paare angesetzt. Zunächst wurden getrennte Mittelwerthe für die beiden Jahrgänge gebildet, unter Annahme des Revolutionswerthes 40.159 und in Function einer Verbesserung dC der angenommenen Aberrationsconstante 20.5064:

Daher habe ich die beiden Jahrgänge gemäss ihren Gewichten vereinigt. Bei Bildung der Gesamtmittel habe ich genähert den Einfluss berechnet, welchen eine Verbesserung dR des angenommenen Revolutionswerthes ausüben würde. Im

Folgenden sind unter »Hypothese I« die Gruppendifferenzen angegeben, wie sie unter Beibehaltung des im Wesentlichen auf den Scalenpaaren beruhenden Revolutionswerthes $40''.159$ erhalten werden; unter »Hypothese II« dieselben bei Annahme des Werthes $40''.152$; unter »Hypothese III« bei An-

nahme einer der Temperatur sich anschliessenden Veränderlichkeit des Revolutionswerthes; die beiden letzteren Hypothesen entsprechen den beiden verschiedenartigen Ausgleichungen der Reductionen auf Gruppenmittel.

	Hypothese I $dR = 0$	Tage	Gew.	$\frac{I}{p}$	Hypoth. II $dR = -0''.007$	Hypothese III dR	$\Delta\delta$
$\Delta\delta_3 - \Delta\delta_2$	$+0''.100 + 0.525 dC + 1.0 dR$	14	53.5	0.0187	$+0''.093$	$+0''.004$	$+0''.104$
$\Delta\delta_4 - \Delta\delta_3$	$+0.004 + 0.332 dC - 2.6 dR$	20	68.2	0.0147	$+0.022$	0.000	$+0.004$
$\Delta\delta_5 - \Delta\delta_4$	$-0.010 + 0.358 dC + 0.0 dR$	19	66.9	0.0149	-0.010	-0.005	-0.010
$\Delta\delta_6 - \Delta\delta_5$	$+0.097 + 0.406 dC + 1.1 dR$	21	70.0	0.0143	$+0.089$	-0.010	$+0.086$
$\Delta\delta_7 - \Delta\delta_6$	$+0.160 + 0.346 dC + 0.0 dR$	16	58.9	0.0170	$+0.160$	-0.014	$+0.160$
$\Delta\delta_8 - \Delta\delta_7$	$-0.070 + 0.363 dC + 1.3 dR$	17	60.7	0.0165	-0.079	-0.018	-0.093
$\Delta\delta_9 - \Delta\delta_8$	$+0.105 + 0.385 dC + 0.3 dR$	16	62.9	0.0159	$+0.103$	-0.016	$+0.100$
$\Delta\delta_1 - \Delta\delta_9$	$-0.061 + 0.767 dC - 1.0 dR$	20	72.4	0.0138	-0.054	-0.010	-0.051
$\Delta\delta_2 - \Delta\delta_1$	$-0.326 + 0.576 dC - 2.4 dR$	18	63.8	0.0157	-0.309	$+0.004$	-0.336
Summe 0 =	$-0.001 + 4.058 dC - 2.3 dR$			0.1415	$+0.015$		-0.036

Aus der Summe der neun Gleichungen erhält man:

Hypothese I $C = 20''.5066 \pm 0''.0161$ (m. F.)

» II $C = 20.5027$

» III $C = 20.5153$.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit wurde aus den Abweichungen der einzelnen Tageswerthe vom Generalmittel der betreffenden Gruppendifferenz berechnet; er ergab sich — in Hypothese I — zu $\pm 0''.173$, nicht erheblich grösser als der aus den Abweichungen der einzelnen Paare vom Tagesmittel der Polhöhe gefundene Werth $\pm 0''.168$. Der mittlere Fehler der Aberrationsconstante dürfte daher Realität besitzen. Als plausibelster Werth dieser Bestimmung ist wohl der in der Mitte liegende Werth aus Hypothese I anzusehen.

Die Gruppendifferenzen habe ich in jeder der drei Hypothesen wegen des aus ihnen selbst folgenden Werthes der Aberrationsconstante verbessert, weil diese Werthe nicht

erheblich von dem wahren Werth jener Constante abweichen werden, und weil hierdurch zugleich der Schlussfehler in einer plausiblen Weise beseitigt wird. Die Gruppenreductionen habe ich so angesetzt, dass auf das Mittel der neun Gruppen reducirt wird; sie sind also die Reduction des Declinationsystems der einzelnen Gruppe auf das mittlere Declinationsystem der neun Gruppen. Herr Prof. Küstner hat A. N. 3151 darauf aufmerksam gemacht, dass aus denselben eine etwaige Abhängigkeit der Declinationen des A. G. C. von der Rectascension zu erkennen sein wird. Um diese Abhängigkeit rein zu erhalten, habe ich, wenigstens in Hypothese II und Hypothese III, die Gruppenmittel vorher mit dem durch Ausgleichung der Reductionen auf Gruppenmittel erhaltenen Coefficienten u auf gleiche Zenithdistanz reducirt, und zwar auf diejenige des Mittels der neun Gruppen.

Bei Ableitung der Gruppenreductionen habe ich also die drei Hypothesen unterschieden:

Hypothese I $dR = 0$
 » II $dR = -0''.007$
 » III $dR = \text{variabel}$

$C = 20''.5066$ $u = 0$
 $C = 20.5027$ $u = -0''.010$
 $C = 20.5153$ $u = -0.010$.

Man erhält die diesen Hypothesen entsprechenden Gruppenreductionen I, II, III wie folgt:

	I	II	III	mittl. AR.	v_I	v_{II}	v_{III}	Schnauder	Galle
$\Delta\delta_1$	$+0''.122$	$+0''.130$	$+0''.140$	$3^h 0^m$	$+0''.072$	$+0''.093$	$+0''.103$	$+0''.07$	$+0''.05$
$\Delta\delta_2$	-0.204	-0.208	-0.218	6 29	-0.113	-0.122	-0.133	-0.09	-0.11
$\Delta\delta_3$	-0.104	-0.072	-0.064	9 54	$+0.053$	$+0.066$	$+0.073$	-0.11	-0.16
$\Delta\delta_4$	-0.100	-0.089	-0.095	11 56	$+0.038$	$+0.029$	$+0.023$	-0.11	-0.08
$\Delta\delta_5$	-0.110	-0.123	-0.125	13 59	-0.032	-0.059	-0.061	-0.08	-0.09
$\Delta\delta_6$	-0.013	$+0.013$	$+0.014$	16 11	-0.025	-0.002	0.000	-0.05	-0.10
$\Delta\delta_7$	$+0.147$	$+0.166$	$+0.171$	17 59	$+0.061$	$+0.087$	$+0.093$	$+0.13$	$+0.11$
$\Delta\delta_8$	$+0.077$	$+0.046$	$+0.041$	19 59	-0.070	-0.083	-0.087	$+0.10$	$+0.13$
$\Delta\delta_9$	$+0.182$	$+0.137$	$+0.134$	22 10	$+0.013$	-0.009	-0.012	$+0.13$	$+0.23$

Die Gruppenreductionen zeigen einen starken systematischen Gang, welcher in erster Näherung durch eine einfache Sinuscurve dargestellt werden kann. Ich nahm an, dass dieser Gang in dem zu Grunde gelegten Declinationssystem enthalten sei. Sei δ eine Declination des Systems für einen festen

Punkt in AR. α , δ_0 der Mittelwerth der Declinationen, welche dieses System für die verschiedenen Punkte des durch jenen festen Punkt gelegten wahren Parallels giebt, so habe ich die Formel angesetzt

$$\delta_0 = \delta + y \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha.$$

Wenn δ_m die auf das mittlere System der neun Gruppen bezogene Declination dieses wahren Parallels bedeutet, so sei

$$\delta_0 = \delta_m + x.$$

Für die Reductionen auf Gruppenmittel gilt dann die Formel:

$$\Delta\delta = -x + y \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha.$$

Nach dieser Formel wurden die Gruppenreductionen in den drei Hypothesen ausgeglichen; die übrigbleibenden Fehler v_I , v_{II} , v_{III} sind oben angegeben. Die Resultate sind:

Hyp.	x	y	z	ε_0	$n \sin (N + \alpha)$
I	$-0''.006 \pm 0''.026$	$+0''.142 \pm 0''.037$	$-0''.080 \pm 0''.035$	$\pm 0''.074$	$+0''.163 \sin (\alpha + 7^h 58^m)$
II	-0.004 ± 0.031	$+0.121 \pm 0.044$	-0.075 ± 0.041	± 0.088	$+0.141 \sin (\alpha + 8 \quad 2)$
III	-0.004 ± 0.033	$+0.121 \pm 0.047$	-0.074 ± 0.045	± 0.095	$+0.142 \sin (\alpha + 8 \quad 6)$

Der mittlere übrigbleibende Fehler einer Gruppenreduction ε_0 sollte sich wegen der Beobachtungsfehler am Transit und am Meridiankreis auf etwa $\pm 0''.07$ belaufen; die Darstellung der Gruppenreductionen durch eine einfache Sinuscurve ist also wenigstens in Hypothese I recht befriedigend.

Bei Annahme der entwickelten Formeln, welche natürlich nur als erste Näherung zu betrachten sind, ist

$$y \cos \alpha + z \sin \alpha = n \sin (N + \alpha)$$

die Reduction einer beliebigen Declination auf die mittlere Declination (des Systems) im Parallel, hier im Parallel des Zeniths, oder strenger hier die Reduction auf das Mittel der mittleren Declinationen in den Parallelen von 41° und 64° . Diese Reduction hat in AR. 10^h den grössten negativen, in AR. 22^h den grössten positiven Werth; die ganze Amplitude beträgt etwa $0''.30$.

Ich kann nicht annehmen, dass die gefundene Periode etwa nur Fehlern der Bestimmungen am Transit, also wahrscheinlich Refractionsstörungen, zuzuschreiben sei. Das Dach des Beobachtungsraumes ist eben, und das Fernrohr ragt bei senkrechter Stellung fast in die freie Luft hinaus; bei der erwähnten Annahme hätten daher Temperaturunterschiede von mehreren Graden zwischen dem Wege des nördlichen und des südlichen Strahls bestehen müssen, und das in weniger als 1^m horizontaler Entfernung; dies ist nicht der Fall gewesen. Systematische Unregelmässigkeiten in der Schichtung der ganzen Atmosphäre vermöchten allerdings die Periode zu erklären; diese Hypothese erscheint mir jedoch gezwungen; zu bedenken ist auch, dass durch dieselbe sämtliche Arten von Declinationsbestimmungen in gleicher Weise betroffen würden. Ferner, nimmt man an, dass die Periode in den Gruppenreductionen allein durch Refractionsstörungen erzeugt sei, so würde man diese nur scheinbaren Gruppenreductionen bei Berechnung der Polhöhen besser gar nicht anbringen; die Amplitude meiner Polhöhencurve würde dann aber von $0''.61$ auf $0''.37$ herabsinken, was mit anderweitigen Bestimmungen im Widerspruch steht.

Mir scheint die einfachste Annahme die zu sein, dass die Periode thatsächlich in den Declinationen enthalten sei, also zunächst in Küstner's Resultaten, bei dem engen Anschluss dieser an den A. G. C. aber wahrscheinlich in letzterem selbst. Bestärkt wird diese Annahme dadurch, dass, nachdem meine Resultate schon weiteren Kreisen durch mein Manuscript sowie durch meine Anzeige (V. J. S. Jahrg. 31, S. 104) bekannt geworden waren, bei Bearbeitung der von den Herren Schnauder und Dr. Galle in Potsdam ausgeführten Polhöhenbestimmungen durch Dr. Galle in den Gruppenre-

ductionen, welche ebenfalls auf Declinationen des Berliner Meridiankreises beruhen, ein gleichartiger Gang gefunden ist (Die Polhöhe von Potsdam I S. 59–61, 113); diese Potsdamer Gruppenreductionen sind in den beiden letzten Columnen der obigen Tabelle (S. 264) angegeben, die mittlere Rectascension der Potsdamer Gruppen stimmt nahezu mit derjenigen der Berliner Gruppen überein. Auch die aus den Polhöhenbestimmungen am Columbia College Observatory (Astron. Journ. Vol. XVII p. 401) und in Neapel (Fergola, Costante dell' Aberrazione p. 10) erhaltenen Reductionen, welche sich auf Declinationen im System A. G. C. beziehen, stimmen, bei allerdings nur 4 Gruppen, ziemlich gut mit dem von mir abgeleiteten Gang überein. Diese Reductionen sind in der zweiten und dritten Columnen der folgenden Tabelle angegeben, während die beiden letzten Columnen die nach meinen Formeln berechneten Reductionen auf die mittlere Declination im Parallel δ_0 resp. auf das mittlere System der 4 Gruppen δ_m angeben; mit letzteren Werthen sind die beobachteten Reductionen zu vergleichen.

α_m	Fergola	Col. Coll.	Red. δ_0	Red. δ_m
6^h	$-0''.124$	$-0''.056$	$-0''.07$	$-0''.09$
14	-0.049	-0.063	-0.07	-0.09
18	$+0.098$	$+0.075$	$+0.07$	$+0.05$
22	$+0.074$	$+0.044$	$+0.15$	$+0.13$

Zur Berechnung der Polhöhenwerthe selbst wurden die Gruppenreductionen nach Hypothese I angenommen, also die unmittelbar erhaltenen; nur wurde an dieselben die Reduction des mittleren Systems der neun Gruppen auf die mittlere Declination im Parallel, d. i. $-0''.006$ angebracht. Da diese Reductionen bereits die Reduction auf die mittlere Zenithdistanz der neun Gruppen enthalten, so beziehen sich die berechneten Polhöhenwerthe hinsichtlich des Declinationsystems auf die mittlere Zenithdistanz der neun Gruppen.

Aus den reducirten Gruppenmitteln wurden die Tagesmittel gemäss der Zahl der Paare gebildet; diese wurden zu Monatsmitteln vereinigt, jedoch mit reducirten Gewichten. An die Monatsmittel wurde die Reduction auf die mittlere Polhöhe φ_0 angebracht nach Albrecht »Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation im December 1897.« Der einfache Mittelwerth aus den 20 Monatsmitteln der reducirten Polhöhe φ_0 ist $17^\circ 00' \pm 0''.012$. Die Unsicherheit des Resultats ist jedoch grösser als dieser mittlere Fehler angiebt, da die Abweichungen der reducirten Monatsmittel einen kleinen systematischen Gang enthalten. Durch Vereinigung der beiden Minima der Polhöhe 1891 März $16^\circ 70'$

und 1892 Mai 16^h 72 einerseits und des Maximums 1891 September 17^h 32 andererseits zu einem Mittel erhält man einen zweiten genäherten Werth der mittleren Polhöhe $q_0 = 17^{\circ} 01'$. Einen dritten Werth erhielt ich, indem ich aus sämtlichen 234 auf mittlere Polhöhe reducirten Tagesmitteln das einfache Mittel bildete; es ergab sich $q_0 = 17^{\circ} 01'$.

Diese Werthe gelten für das Transit; die Reduction auf die Mitte der Sternwarte beträgt $-0^{\circ} 36'$. Also wird, bei Ableitung aus den Monatsmitteln, die mittlere Polhöhe des Centrums der grossen Kuppel der Sternwarte

$$+ 52^{\circ} 30' 16'' 64 (\pm 0^{\circ} 012).$$

Dieser Werth bezieht sich aber auf die mittlere Zenithdistanz der neun Gruppen, d. i. $\zeta = 11^{\circ} 3'$; man hat noch mit dem Coefficienten $-0^{\circ} 010$ auf das Zenith zu reduciren. Also ist bei Ableitung aus den Monatsmitteln

$$+ 52^{\circ} 30' 16'' 53$$

die mittlere dem Scheitelpunkt des Sternwartencentrums entsprechende Declination im Fundamental-Catalog der Astronomischen Gesellschaft.

Um Einwürfen zu begegnen, habe ich schliesslich noch eine einfache Sinusperiode der Declinationen abgeleitet, ohne von meinen speciellen Gruppenreductionen überhaupt Gebrauch zu machen, indem ich nur die Reduction auf mittlere Polhöhe nach Albrecht annahm. Aus letzterer sollte eine etwaige Abhängigkeit der Gruppenreductionen von der Jahreszeit ziemlich herausfallen, sobald die Stationen in nahe demselben Parallel um 180° in Länge entfernt oder sonst günstig über den Parallel vertheilt sind. Dies ist von Juni 1891 ab wenigstens einigermaassen der Fall gewesen.

Ich brachte an sämtliche Einzelbestimmungen der momentanen Polhöhe die Reduction auf mittlere Polhöhe an, und bildete dann den speciellen Mittelwerth q' der mittleren Polhöhe für jedes der 71 Paare. Als Generalmittel q_m' der mittleren Polhöhe ergab sich immer $17^{\circ} 02'$, gleichgültig, ob dasselbe gemäss der Zahl der Beobachtungen, oder als einfacher Mittelwerth der 71 Paare oder der neun Gruppen gebildet wurde. Die Specialwerthe q' der mittleren Polhöhe mögen auf die mittlere Declination im Parallel des mittleren Zeniths q_0' reducirt werden durch die Formel:

$$q_0' = q' + y \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha + u' \cdot \frac{1}{10} \zeta + v' \cdot \frac{3}{40} \Delta \zeta.$$

u' ist der Betrag für 10° der Reduction auf das Zenith, v' ist die Correction für 10 Rev. der Schraubenmessung. Setzt man andererseits

$$q_0' = q_m' + x,$$

so erhält man durch Vergleichung der beiden Ausdrücke 71 Gleichungen der Form:

$$q_m' - q' = -x + y \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha + u' \cdot \frac{1}{10} \zeta + v' \cdot \frac{3}{40} \Delta \zeta.$$

Die vollständige Ausgleichung derselben ergab (Hypothese I):

$$\begin{aligned} x &= -0^{\circ} 092 \pm 0^{\circ} 036 & u' &= -0^{\circ} 073 \pm 0^{\circ} 027 \\ y &= +0.124 \pm 0.030 & v' &= -0.066 \pm 0.034 \\ z &= -0.064 \pm 0.028 & \text{Red.} &= +0.140 \sin(\alpha + 7^h 49^m). \end{aligned}$$

Die Reduction auf das Zenith ergibt sich etwas kleiner, der Revolutionswerth ebenso wie früher aus der Ausgleichung der Reductionen auf Gruppenmittel.

Auch hier habe ich zweitens gesonderte Werthe von u' und v' durch Zusammenfassung der Gruppen I bis IV und VI bis IX abgeleitet, nämlich:

$$\begin{aligned} \text{Gr. I bis IV} & \quad u' = -0^{\circ} 100 \pm 0^{\circ} 035 \\ & \quad v' = +0.011 \pm 0.045 \\ \text{Gr. VI bis IX} & \quad u' = -0^{\circ} 056 \pm 0^{\circ} 038 \\ & \quad v' = -0.138 \pm 0.043. \end{aligned}$$

Eine Veränderlichkeit der Reduction auf das Zenith ist nicht zu verbürgen, dagegen ergibt sich auch hier eine anscheinend verbürgte Aenderung des Revolutionswerthes. Ich habe nun (Hypothese II) eine plausible Veränderlichkeit des Revolutionswerthes angenommen und die übrigen 4 Unbekannten aus den 71 Gleichungen bestimmt. Es ergab sich:

$$\begin{aligned} x &= -0^{\circ} 069 \pm 0^{\circ} 035 & u' &= -0^{\circ} 055 \pm 0^{\circ} 026 \\ y &= +0.122 \pm 0.029 \\ z &= -0.067 \pm 0.027 & \text{Red.} &= +0^{\circ} 139 \sin(\alpha + 7^h 55^m). \end{aligned}$$

Die Reduction auf das Zenith ergibt sich hier noch etwas kleiner als in Hypothese I. Die Reduction auf die mittlere Declination im Parallel stimmt in den beiden Hypothesen völlig überein, und ebenso mit den durch Ausgleichung der Gruppenreductionen in den entsprechenden Hypothesen II und III erhaltenen Werthen.

Die mittlere Polhöhe des Centrums der Sternwarte, bezogen auf die mittlere Declination im Parallel des Zeniths, ist in diesen beiden Hypothesen:

$$\begin{aligned} \text{Hypothese I} & \quad +52^{\circ} 30' 16'' 57 \pm 0^{\circ} 04 \\ \text{» II} & \quad 16.59 \pm 0.04, \end{aligned}$$

während aus den reducirten Monatsmitteln 16^h 53 erhalten war. Der Unterschied beruht im Wesentlichen auf der Verschiedenheit der Reduction auf das Zenith. Als mittleres Resultat meiner Arbeit für die mittlere Polhöhe des Centrums der Berliner Sternwarte wird man ansehen können:

$$+ 52^{\circ} 30' 16'' 56 \pm 0^{\circ} 04;$$

dieser Werth ist jedoch streng zu definiren als »mittlere Declination des Zeniths im System des Fundamental-Catalogs der Astronomischen Gesellschaft.«

Herr Prof. Küstner hatte als Durchschnittswerth der Polhöhe den kleineren Werth $16^{\circ} 46' \pm 0^{\circ} 06$ gefunden (Beobachtungs-Ergebnisse der Berliner Sternwarte H. 3 S. 58). Dieser Werth ist allerdings etwas zweifelhaft, weil für die betreffende Zeit der Verlauf der Polhöhencurve noch nicht näher bekannt war. Küstner's Werth kommt jedoch mit dem meinigen in völlige Uebereinstimmung, wenn an denselben meine Reduction auf die mittlere Declination im Parallel angebracht wird. Küstner's Sternpaare liegen zwischen 17^h und 21^h Rectascension, das Mittel ist $18^h 75'$; hierfür beträgt die Reduction $+0^{\circ} 10'$, so dass der reducirte Werth Küstner's auch $16^{\circ} 56'$ wird.

Nach meinen früheren Bemerkungen sind jedoch die Declinationen des A. G. C. bei $+52^{\circ} 5'$ Decl. gegenüber den umliegenden wahrscheinlich mindestens um $0^{\circ} 10'$ zu klein; um denselben Betrag würde also die erhaltene Polhöhe zu klein sein.

Die Uebereinstimmung der durch verschiedenartige Methoden gefundenen Werthe der Reduction auf die mittlere Declination im Parallel und die Uebereinstimmung mit anderen

Beobachtungsreihen lassen es wahrscheinlich erscheinen, dass ein periodischer Fehler in den Declinationen des A. G. C. thatsächlich existirt, wenigstens für die mittlere Declination $+52^{\circ}5$, und zwar mit der ganzen Amplitude von etwa $0^{\circ}3$. Ich möchte jedoch meine Resultate nicht als entscheidend ansehen, vielmehr anregen, dass die Frage durch neue, speciell auf diesen Zweck hin mit möglichster Vermeidung systematischer Fehlerquellen unternommene Reihen definitiv entschieden werden möge. Man würde Beobachtungsplätze auszuwählen haben, an welchen Refractionsanomalien nicht zu befürchten sind, und man würde sich zunächst am besten auf Sterne in möglichster Nähe des Zeniths beschränken; vielleicht dürfte es sich empfehlen die Beobachtungen völlig im Freien auszuführen. Selbstverständlich muss ein sehr scharfer Anschluss der benutzten Sterne an das System des A. G. C. durch Meridiankreis-Beobachtungen hinzukommen.

Wenn die Prüfung der Gleichförmigkeit eines Declinationssystems durch die Horrebow-Beobachtungen sich bewährt, so scheinen mir letztere in Verbindung mit Meridiankreis-Beobachtungen auch zur Bestimmung absoluter mittlerer Declinationen verwandt werden zu können, und zwar auch an Orten, an welchen Nadireinstellungen nicht möglich sind. Die aus den Polhöhenbestimmungen, also vermittelt der Horrebow-Libelle, abgeleiteten Reductionen auf Gruppennittel und Gruppenreductionen reduciren die etwa willkürlich angenommenen Declinationsmittel der einzelnen Paare auf ein in sich einheitliches System, etwa auf das mittlere Declinationssystem der neun Gruppen. Die reducirten Declinationsmittel sind nicht absolut richtige Declinationen; aber sie werden durch Addition einer für alle constanten, jedoch vorläufig unbekannten Correction x in die absolut richtigen Declinationen verwandelt. Die Reductionen bestimmen mit anderen Worten einen wahren Parallel am Himmel, dessen absolute Declination uns jedoch unbekannt ist.

Messen wir am Meridiankreise den Abstand eines

Berlin, 1898 October 2.

Polsterns von dem in oberer Culmination befindlichen Punkt dieses wahren Parallels sowohl bei oberer als auch bei unterer Culmination des Polsterns, so erhalten wir daraus in bekannter Weise die absolute Declination des Polsterns und des wahren Parallels. Wir beobachten also am Meridiankreise einen Polstern und anschliessend eins der Horrebow-Paare, beide in oberer Culmination; ein anderes Mal beobachten wir denselben Polstern in unterer Culmination und anschliessend ein zweites der Horrebow-Paare, dieses aber wieder in oberer Culmination. Die auf das einheitliche Declinationssystem reducirten Declinationsmittel der Horrebow-Paare dienen dabei zur Bestimmung der Aequatorpunkte. Wir erhalten die absolute Declination δ des Polsterns bei seiner oberen Culmination in der Form $\delta = a + x$, bei seiner unteren Culmination in der Form $180^{\circ} - \delta = b + x$, wo a und b durch die Beobachtungen gegeben sind. Wir erhalten die absolute Declination des Polsterns durch die Formel

$$\delta = 90^{\circ} - \frac{1}{2}(b - a)$$

und die constante Correction des angenommenen Declinationssystems (also etwa des mittleren Declinationssystems der sämtlichen Gruppen) durch die Formel

$$x = 90^{\circ} - \frac{1}{2}(b + a);$$

die Horrebow-Beobachtungen ergeben dann die absolute Polhöhe.

Diese Methode durch Bestimmung eines wahren Parallels ist natürlich complicirter als die gewöhnliche durch Nadirbestimmung. Die Einstellungen der Sterne des Paares sind auch ungenauer als die Nadireinstellungen; dafür kann man mehrere benachbarte Horrebow-Paare am Meridiankreise beobachten und vermeidet den constanten Theilungsfehler des Nadirpunktes. Ferner wird man unabhängig von der Polhöhenänderung. Die Methode ergiebt aber nur die mittleren Declinationen absolut und setzt dabei die Reductionselemente als genügend bekannt voraus.

H. Battermann.

Additional Observations of (433) Eros.

(Harvard College Observatory Circular No. 37).

The method of search for Eros, (433), described in A. N. 3540, has been continued. The ephemeris has been extended by Mr. Chandler, as required, and images of the planet have been found by the writer on thirteen plates. From these images the following approximate positions have been determined in addition to those given in A. N. 3540. The successive columns give the number of the plate, the date, the Greenwich Mean Time of the middle of the exposure, the length of the exposure in minutes, and the approximate right ascension and declination for 1875. These

positions are, in general, derived from adjacent Durchmusterung stars. Preparations are now being made for precise determinations of the positions of the planet on these plates, and on those described in A. N. 3540. The last two columns give the anomaly and the computed photographic magnitude, assuming the magnitude at distance unity, 12.0, as derived from the measures given in A. N. 3526. The correction for phase is necessarily omitted, and may exceed a magnitude, as the phase angle may amount to 60° . The last three plates were taken at Arequipa, all of the others at Cambridge.

Plate	Date.	G. M. T.	Exp.	α 1875	δ 1875	v	Magn.
I 9801	1893 Oct. 28	21 ^h 55 ^m	14 ^m	5 ^h 58 ^m 8	+53° 40'	— 71°	10.9
I 9832	1893 Oct. 30	20 18	10	6 4.5	+54 6	— 69	10.8
I 9862	1893 Oct. 31	21 21	15	6 7.6	+57 20	— 69	10.8
I 10095	1893 Nov. 26	20 26	17	7 17.7	+57 50	— 49	9.9