Zur Frage des Schwarzschild'schen Vertex. Von J. Lense.

1. Die eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten, die sich in den Spezialbewegungen der Fixsterne offenbaren, suchte K. Schwarzschild¹⁾ dadurch zu erklären, daß er, anstatt eine Verteilung gemäß dem *Maxwell'schen* Gesetze anzunehmen, ein verallgemeinertes derartiges Gesetz voraussetzte, bei dem die sogenannte Geschwindigkeitsfläche keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist. Bedeuten U, V, W die linearen Geschwindigkeitskomponenten in bezug auf ein bestimmtes, entsprechend gewähltes Bezugssystem (X, Y, Z) , so wird demnach die Verteilungsfunktion der Geschwindigkeiten in der Gestalt

$$\Phi(U, V, W) = K e^{-AU^2 - BV^2 - CW^2}$$

vorausgesetzt. Wir betrachten ein kleines Stück der Sphäre, dessen Schwerpunkt mit Σ bezeichnet werde, und führen folgendes zweites Koordinatensystem (x, y, z) ein: Die positive z -Achse weist nach Σ , die positive x -Achse in die Richtung der wachsenden Rektaszensionen und die positive y -Achse steht entsprechend normal auf beiden. Sind nun die Komponenten in diesem System durch u, v, w und die Richtungskosinus der Winkel zwischen den betreffenden Achsen durch die Tabelle

	x	y	z
X	β_{11}	β_{12}	β_{13}
Y	β_{21}	β_{22}	β_{23}
Z	β_{31}	β_{32}	β_{33}

gegeben, so verwandelt sich die Verteilungsfunktion in

$$\varphi(u, v, w) = K e^{-f(u, v, w)}$$

Dabei ist

$$f(u, v, w) = A' u^2 + B' v^2 + C' w^2 + 2D' v w + 2E' w u + 2F' u v$$

$$A' = A \beta_{11}^2 + B \beta_{21}^2 + C \beta_{31}^2$$

$$B' = A \beta_{12}^2 + B \beta_{22}^2 + C \beta_{32}^2$$

$$C' = A \beta_{13}^2 + B \beta_{23}^2 + C \beta_{33}^2$$

$$D' = A \beta_{12} \beta_{13} + B \beta_{22} \beta_{23} + C \beta_{32} \beta_{33}$$

$$E' = A \beta_{13} \beta_{11} + B \beta_{23} \beta_{21} + C \beta_{33} \beta_{31}$$

$$F' = A \beta_{11} \beta_{12} + B \beta_{21} \beta_{22} + C \beta_{31} \beta_{32}$$

Wollen wir nun die Geschwindigkeitsverteilung normal zum Visionsradius untersuchen, wie in der Frage der Eigenbewegungen, so haben wir φ nach w zwischen $-\infty$ und $+\infty$ zu integrieren, erhalten demnach als neue Verteilungsfunktion $\varphi(u, v) = (K \cdot \pi / \sqrt{C'}) e^{-a u^2 - 2b u v - c v^2}$

wobei $C' a = A' C' - E'^2$, $C' b = C' F' - D' E'$, $C' c = B' C' - D'^2$. Die Verteilung wird also durch eine Ellipse bestimmt, deren Gleichung $a u^2 + 2b u v + c v^2 = 1$ ist. Diese Ellipse läßt sich auch geometrisch interpretieren, und zwar in folgender Weise: Die Gleichung $f(u, v, w) = 1$ stellt das Geschwindigkeitsellipsoid der räumlichen Verteilung vor. Wir legen an, dieses Ellipsoid einen Tangentialzylinder, dessen Achse mit der Richtung nach Σ zusammenfällt. Seine Gleichung lautet bekanntlich

$$4f(0, 0, 1) [f(u, v, w) - 1] = [u \cdot \partial f / \partial u + v \cdot \partial f / \partial v + w \cdot \partial f / \partial w]^2$$

wobei in den Differentialquotienten der rechten Seite $u = 0$, $v = 0$, $w = 1$ zu setzen ist. Nach Ausführung der Rechnung folgt hiernach $a u^2 + 2b u v + c v^2 = 1$.

Die Ellipse ist also nichts anderes als der Normalschnitt dieses Tangentialzylinders.

2. Die Achsen der Geschwindigkeitsellipse bestimmen in jedem betrachteten Flächenstück der Sphäre gewisse Richtungen, längs derer im Mittel die Spezialgeschwindigkeiten der Sterne größer bzw. kleiner sind als in jeder anderen. Man kann sich fragen: Wann schneiden sich diese Richtungen sämtlich in einem und demselben Punkte der Sphäre? Um diese Frage zu beantworten, berechnen wir zuerst die beiden Winkel, welche die Richtungen der großen und kleinen Achse der Ellipse mit der x -Achse des zweiten Koordinatensystems einschließen. Sie sind gegeben durch

$$\operatorname{tg} 2\vartheta = 2b/(a-c).$$

Wir wählen uns drei spezielle Punkte der Himmelskugel aus, für die wir diese Winkel genauer bestimmen wollen, nämlich die Durchstoßpunkte der Achsen des ersten Koordinatensystems X, Y, Z . Wir erhalten durch eine leichte Rechnung, da die Richtungskosinus in diesen drei Punkten durch

$$\begin{array}{lll} X: & 0 & 0 & 1 \\ & \beta_{21} & \beta_{22} & 0 \\ & \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \\ Y: & \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \\ & \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \\ Z: & \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ & \beta_{21} & \beta_{22} & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

gegeben sind,

$$\begin{array}{ll} \text{für } X: & \vartheta = \arccos \beta_{21} \quad \text{und} \quad \vartheta = \arccos \beta_{21} + \frac{1}{2}\pi \\ Y: & \vartheta = \arccos \beta_{11} \quad \quad \quad \vartheta = \arccos \beta_{11} + \frac{1}{2}\pi \\ Z: & \vartheta = \arccos \beta_{11} \quad \quad \quad \vartheta = \arccos \beta_{11} + \frac{1}{2}\pi. \end{array}$$

Wie man sich leicht überlegt, kann infolgedessen ein gemeinsamer Schnittpunkt der zu diesen Punkten gehörigen Richtungen nur in einem der Punkte X, Y, Z gelegen sein. Unbeschadet der Allgemeinheit (durch entsprechende Wahl der Bezeichnung) sei also z. B. der Punkt X der gesuchte Schnittpunkt. Sollen die Achsen der Geschwindigkeitsellipsen aller Gegenden am Himmel auf diesen Punkt der Sphäre hinweisen, so muß sein

$$\operatorname{tg} 2\vartheta = 2\beta_{11}\beta_{12}/(\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2) \quad \text{oder} \quad (\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2)(B C \beta_{11}\beta_{12} + C A \beta_{21}\beta_{22} + A B \beta_{31}\beta_{32}) = \beta_{11}\beta_{12}[B C(\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2) + C A(\beta_{21}^2 - \beta_{22}^2) + A B(\beta_{31}^2 - \beta_{32}^2)].$$

Mit Hilfe der bekannten Beziehungen zwischen den Richtungskosinus vereinfacht sich diese Gleichung auf $B = C$, d. h. es muß das Geschwindigkeitsellipsoid eine Rotationsfigur sein, deren Achse nach dem gemeinsamen Schnittpunkte weist. Schwarzschild, der die Annahme $B = C$ von vornherein macht, nennt diesen Schnittpunkt den Vertex der Sternbewegungen. Wir sehen aus dem Vorhergehenden, daß diese Annahme die notwendige und hinreichende Bedingung für die Existenz eines solcher Art definierten Vertex ist.

In Wirklichkeit ist zwar B nicht exakt gleich C , aber doch genähert, wie sich aus den Arbeiten C. V. L. Charliers²⁾ und S. D. Wicksells³⁾ ergibt. Die Richtungen der Achsen werden sich daher nicht genau in einem Punkte schneiden, sondern es werden sich in der betreffenden Gegend des Himmels die Schnittpunkte häufen. Setzen wir

$$B = C(1 + \epsilon)$$

¹⁾ K. Schwarzschild. Über die Eigenbewegungen der Fixsterne. Göttinger Nachrichten 1907, S. 614.

²⁾ C. V. L. Charlier. Studies in Stellar Statistics II, The Motion of the Stars, 1913; Medd. fr. Lunds Astr. Obs., Serie II, Nr. 9.

³⁾ S. D. Wicksell. The General Characteristics of the Frequency Function of Stellar Movements as derived from the Proper Motions of the Stars, 1915; Medd. fr. Lunds Astr. Obs., Serie II, Nr. 12.

und betrachten ε als kleine Größe erster Ordnung, so wird bis auf Größen erster Ordnung

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\vartheta &= 2\beta_{11}\beta_{12}/(\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2) \\ &\quad + 2A\beta_{13}\beta_{23}\beta_{33} \cdot \varepsilon / [(C-A)(\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2)^2] \\ A\vartheta &= A\beta_{13}\beta_{23}\beta_{33} \varepsilon \cos^2 2\vartheta / [(C-A)(\beta_{11}^2 - \beta_{12}^2)^2] \end{aligned}$$

daher folgt für den Abstand der Achsenrichtungen vom wahren *Schwarzschild'schen* Vertex, dem Punkte X ,

$$An = [A/(C-A)] \cdot [\beta_{13}\beta_{23}\beta_{33}/(1 - \beta_{13}^2)^{3/2}] \cdot \varepsilon.$$

Zusammengefaßt ergibt sich also folgendes: Sind die Spezialgeschwindigkeiten der Sterne ellipsoidisch verteilt, so

Wien, 1919 im September.

erhält man die für eine bestimmte Region der Sphäre geltende Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten normal zum Visionsradius in folgender Weise: Man legt an das Ellipsoid der Geschwindigkeitsverteilung einen Tangentialzylinder, dessen Achse auf den Schwerpunkt der betreffenden Region hinweist. Der Normalschnitt dieses Zylinders ist die gesuchte Geschwindigkeitsellipse. Die Achsen aller dieser Ellipsen schneiden sich dann und nur dann in einem Punkte der Sphäre, wenn das Verteilungsellipsoid Rotationssymmetrie besitzt. Der gemeinsame Schnittpunkt ist derjenige Punkt, in welchem die Sphäre von der Rotationsachse getroffen wird.

J. Lense.

Beobachtungen des *Brorsen-Metcalf'schen* Kometen 1919 b.

1919	M. Ortszeit	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Vgl.	α app.	$\log p \cdot \Delta$	δ app.	$\log p \cdot \Delta$	Red. ad l. app.	*
Am Heliometer der Remeis-Sternwarte in Bamberg von Prof. E. Hartwig.										
Sept. 4	11 ^h 33 ^m 25 ^s	-2 ^m 48 ^s 81	+13' 3" 9	45, 4 ^p	20 ^h 15 ^m 19 ^s 30	9.807	+71° 43' 56".6	0.386 _n	+3 ^s 50	+27".5 1
5	13 24 42	-4 55.83	+6 18.4	45, 4 ^p	19 11 24.74	0.151	+74 59 52.9	9.695	+1.77	+26.9 2
Komet von großem Durchmesser (10' bis 12') mit Verdichtung, ohne scharfen Kern.										
Mit dem Ringmikrometer am Äquatorial der Sternwarte Kristiania von Cand. H. Felstrup.										
Sept. 17	10 47 44	-0 36.02	-11 17.3	10, 10	12 17 22.75	—	+47 26 27.8	—	+0.83	-11.7 3
Image nette, comète nébuleuse. Grandeur 6 ^m 5-7 ^m 0.										
Vergleichsterne 1919.0.										
* 1 20 ^h 18 ^m 4 ^s 61					+71° 30' 25".2 Berl C 2891					
					* 2 19 ^h 16 ^m 18 ^s 80					
					+74° 53' 7".6 Berl C 2737					
					* 3 12 17 58.41					
					+47 37 55.2 Bo 8469					

Neuer Komet 1919 d (*Sasaki*).

Am 3. November morgens übermittelte Prof. *Strömgren* ein Telegramm von Prof. *Bailey* folgenden Inhalts: »Kyoto cables Comet *Sasaki* October 25 preceding ψ Capricorni; magnitude 9, diffuse.« Eine direkte telegraphische Nachricht über die Auffindung des Kometen aus Kyoto ging am 8. November abends gleichfalls durch Vermittlung Prof. *Strömgrens* ein. Sie lautet: »Comet *Sasaki* Kyoto Observatory October 25 8^h m. t. magnitude 9, $\alpha = 20^h 17^m 3$ daily plus s(e)ven minutes seven, $\delta = -27^\circ 11'$ daily north 41'«. Weitere Nachrichten liegen hier nicht vor. K.

Komet 1919 e (*Schaumasse*), wahrscheinlich periodischer Komet *Schaumasse* 1911 VII.

Das Telegramm Prof. *Baileys* vom 3. November brachte gleichzeitig auch die Nachricht von der Auffindung eines anderen Kometen durch *Schaumasse* in Nizza. Die Meldung lautete: »*Baillaud* cables *Schaumasse* comet probably 1911 VII *Fayet* October 29 15^h 43^m 8 Gr. app. $\alpha = 12^h 3^m 0^s 93$ app. $\delta = +8^\circ 24' 30''$ small telescope.«

Der Ort weicht um $+27^m - 2.4$ von der Aufsuchungsephemeride von Herrn Dr. *Mahnkopf* in B.-Z. Nr. 12 und um $+42^m - 3.0$ von derjenigen des Herrn *Schaumasse* ab, liegt aber in der Bahn, soweit sich das nach den hier vorliegenden Daten beurteilen läßt. Das Perihel würde etwa Okt. 15 eingetreten sein. K.

R Aquarii. Ein Telegramm aus Kopenhagen vom 28. Oktober meldete: »*Hale* telegraphs *Merrill* strong bright nebulous lines N_1 , N_2 and 4363 R Aquarii. *Bailey*.«

Die Veränderung des Spektrums von R Aquarii ist auf der Sternwarte Berlin-Babelsberg bestätigt. Das Spektrum hat große Ähnlichkeit mit dem Spektrum einer Nova in späterem Stadium. Messungen der Lage der auftretenden hellen Linien waren wegen ungünstigen Wetters nicht möglich. Das hellste, scheinbar doppelte Band schien am Orte der Nebellinie 4959 zu liegen, das zweithellste bei $H\beta$. Bei $436 \mu\mu$ war nichts zu erkennen. Die Beobachtungen sind in B.-Z. Nr. 14 und 15 mitgeteilt. K.

Notiz zu dem Veränderlichen 7.1917 Serpentis.

Am 14. August fand ich den Stern heller als $-11^\circ 44' 26$	—	var.	17 ^h 31 ^m 46 ^s	$-11^\circ 51' 7$ (1855.0)	9 ^m 09
(9 ^m 2) und $-11^\circ 44' 33$ (8 ^m 9) vor. Nimmt man die Größe von	$-11^\circ 44' 26$	d	30 35	44.4	9.20
$-11^\circ 44' 26 = 9^m 2$ an, was etwa dem Licht im Harvard-System	$-11 4433$	a	31 42	45.4	9.32
entsprechen dürfte, so ergeben die photometrischen Messungen	$-11 4434$	b	31 49	41.3	10.13
des Abends die Helligkeitsfolge:	—	c	31 57	49.9	11.15

Die Farbe des Sterns ist 2^o 5, das Spektrum kontinuierlich, anscheinend ohne helle Linien.

Bergedorf, 1919 August.

K. Graff.