Einiges über Brechungscoefficienten des Harnes unter verschiedenen Verhältnissen.

Von

G. Valentin.

Das Snell'sche Brechungsgesetz führt zu der Beziehung:¹⁾

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \dots \dots (1),$$

wenn n_1 den Brechungscoefficienten des ersten Mittels bezeichnet, aus welchem der Strahl unter dem Einfallswinkel α anlangt, und n_2 den des zweiten, das den Brechungswinkel β erzeugt.

Die aus (1) folgende Gleichung:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \dots \dots (2)$$

drückt den verhältnissmässigen Brechungscoefficienten $\frac{n_2}{n_1}$ oder die Grösse dessen des zweiten Mittels aus, wenn man den des ersten zur Einheit nimmt. Die gewöhnliche Form, die man dem Snell'schen Gesetze giebt,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_2 = n \dots \dots (3)$$

geht aus (2) für $n_1 = 1$ hervor und bezieht sich in der Regel auf die Voraussetzung, dass die Brechungscoefficienten der Körper auf den als Einheit genommenen Werth der Atmosphäre, welcher von dem des leeren Raumes wenig abweicht, bezogen werden — eine Bestimmungsart, welche auch den in dieser Abhandlung vorkommenden Zahlen zum Grunde liegt.

Die Grösse $\frac{n_2}{n_1}$ bleibt für ein und dasselbe an einander grenzende Körperpaar und alle möglichen, zwischen 0° und 90° lie-

1) Die Herleitung derselben nach dem Fermat'schen Grundsatz der grössten Geschwindigkeit oder der kürzesten Bewegungsdauer findet sich z. B. bei O. Schlömilch, Compendium der höheren Analysis. Zweite Auflage. Bd. I. Braunschweig. 1861. 8. S. 151. 152.

genden Einfallswinkel unter denselben Nebenbedingungen unverändert.

Bricht das zweite Mittel stärker, als das erste, ist also $n_2 > n_1$ und daher $\frac{n_2}{n_1} > 1$ oder bildet der verhältnissmässige Brechungscoefficient eine ganze Zahl, die Einheit mit eingeschlossen, oder einen unächten Bruch, so kann die Gleichung (2) für beliebige Werthe des Einfallswinkels befriedigt werden, da der Brechungswinkel β kleiner, als der Einfallswinkel α ist und beide in dem ersten Quadranten liegen, also ihre Sinus positive Werthe besitzen. Dieses wiederholt sich aber nicht, wenn der Strahl aus einem dichteren in ein dünneres Mittel übergeht, also $n_2 < n_1$ und $\frac{n_2}{n_1} < 1$ oder einen ächten Bruch bildet. Die Gleichung (2) lehrt dann unmittelbar, dass der Brechungswinkel β in diesem Falle grösser, als der Einfallswinkel α ist. Sein Sinus erreicht daher den grösstmöglichen Werth, nämlich die dem Sinnes eines Rechten entsprechende als Einheit betrachtete Grösse des Halbmessers früher, als der des Einfallswinkels α . Wächst dieser dann noch um eine unendlich kleine Grösse, so ist jeder Brechungswinkel unmöglich. Der Strahl dringt daher nicht in das zweite Mittel. Es wird vielmehr an der Trennungsfläche gänzlich zurückgeworfen. Setzen wir aber $\sin \beta = 1$, so gibt (1) den Werth:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \dots \dots (4)$$

Man kann aus dieser für die Grenze der gänzlichen Zurückwerfung der totalen Reflexion geltenden Gleichung den Brechungscoefficienten des zweiten, schwächer ablenkenden Mittels n_2 bestimmen, wenn man den Brechungscoefficienten des ersten n_1 und den Grenzwinkel der gänzlichen Zurückwerfung α kennt, der zwar selbst noch den einem Rechten gleichenden Brechungswinkel hat, dann aber nur um eine unendlich kleine Grösse zu wachsen braucht, damit keine Brechung in der Wirklichkeit möglich sei, sondern die gänzliche Zurückwerfung einzutreten anfängt.

Diese Erscheinung lässt sich in zweierlei Weise praktisch verwerthen, durch die Erzeugung grösster Helligkeit oder tiefster Finsterniss.

Fällt der gänzlich zurückgeworfene Strahl in das Auge des Beobachters, so erscheint er diesem heller, als wenn noch eine Brechung neben der nie mangelnden Zurückwerfung stattfindet,

weil jene einen Theil der ursprünglichen Lichtstärke in Anspruch nimmt. Sie würde dem gänzlich zurückgeworfenen Strahl vollständig zukommen, wenn sich keine Absorptionserscheinungen in dem weiteren Verlaufe innerhalb des ersten Mittels geltend machten. Hierauf fussend, brachte Wollaston¹⁾ eine schwächer brechende, durchsichtige oder undurchsichtige Masse, deren Brechungscoefficienten er bestimmen wollte, an die Grundfläche eines gleichschenkeligen Glasprismas und änderte die Grösse des Einfallswinkels des Strahles, der an der einen Seitenfläche eintrat, bis die Grenze der gänzlichen Zurückwerfung erreicht war. Das Auge, welches den zurückgeworfenen, zur anderen Seitenfläche austretenden Strahl betrachtete, sah die Helligkeit desselben immer mehr zunehmen, je mehr sich der Einfallswinkel dem Grenzwerthe der gänzlichen Zurückwerfung näherte und zuletzt bei weiterem Wachstume des Einfallswinkels beständig bleiben. Kannte man jenen Grenzwinkel α und den vorher bestimmten Brechungscoefficienten n_1 des Glasprismas, so war man im Stande, den des Untersuchungskörpers n_2 nach (4) zu berechnen. Da sich das Auge bei der Bestimmung der grössten Lichtstärke während der allmählichen Annäherung an sie häufig täuscht, so ist auch diese Ermittlungsart des Brechungscoefficienten der Gefahr grosser Beobachtungsfehler ausgesetzt.

Liegt der gänzlich zurückgeworfene Strahl dem Auge abgewandt, so sieht dieses kein Licht mehr trotz der Durchsichtigkeit der beiden einander berührenden Körper, so wie der Grenzwinkel der gänzlichen Zurückwerfung um eine unendlich kleine Grösse überschritten worden. Geht man von einem kleineren Einfallswinkel bis etwas über den Grenzwinkel fort, so verdunkelt sich das Gesichtsfeld bis zu gänzlicher Finsterniss. Das Auge urtheilt in diesem Falle sicherer, als wenn es kleine Unterschiede grösserer Lichtstärken unterscheiden soll. Die berechneten Brechungscoefficienten halten sich daher innerhalb kleinerer Fehlergrenzen. Die einzige Unvollkommenheit, an welcher dieses zweite Verfahren dem ersten gegenüber leidet, besteht darin, dass man die Brechungscoefficienten undurchsichtiger Körper nicht bestimmen kann.

1) W. H. Wollaston in den Philosophical Transactions. For the year 1802. P. II. London. 1802. 4. p. 365—380.

E. Abbe¹⁾ verfolgte diesen zweiten, auch zum Theil schon von Christiansen²⁾ betretenen Weg, um seine vier verschiedenen Refractometer³⁾ herzustellen. Dasjenige grösster Art, das ich von Zeis bezogen habe und das zu allen in dieser Abhandlung mitgetheilten Untersuchungen diene, macht eine so rasche und genaue Bestimmung der Brechungscoefficienten flüssiger und halbflüssiger Körper möglich, dass ich nicht zweifle, die Physiker, die Chemiker und die Physiologen werden dasselbe nach wenigen Jahren allgemein benutzen, wenn eine Genauigkeit bis auf die dritte und eine Annäherung bis zur vierten Decimale des Mittelwerthes mehrerer Beobachtungen für den Brechungscoefficienten der D-Linie genügt. Das grösste Refractometer⁴⁾ entspricht der dritten der von Abbe⁵⁾ angegebenen Beobachtungsarten.

Die parallelen Strahlen weissen Lichtes, welche von einem, am Besten wagerecht gestellten Planspiegel⁶⁾ zurückgeworfen werden, gehen zunächst durch zwei congruente rechtwinkelige Hartglasprismen von starkem Brechungscoefficienten. Das obere entfernbar kann mit seiner Hypothenusenfläche an die des unteren so befestigt werden, dass sie zusammen ein Parallelepiped bilden⁷⁾. Der durch die kleinere Kathetenfläche des unteren ein- und durch die des oberen Prisma austretende Strahl wird daher, wenn er durch das Ganze durchgehen kann, nicht abgelenkt. Er tritt nur parallel mit sich selbst verschoben aus. Befindet sich, wie gewöhnlich, Luft zwischen den beiden Hypothenusenflächen, so hat man Dunkelheit durch gänzliche Zurückwerfung an der Grenze der Luftschicht bei allen Stellungen der Alhidade, die Brechungscoefficienten von 1,300 bis 1,650 an der Theilung des Sectors anzeigt. Dreht man dann weiter nach vorn, so bekommt

1) E. Abbe. Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreungsvermögens fester und flüssiger Körper. Jena. 1874. 8. S. 42.

2) Christiansen in Poggendorff's Annalen. Bd. XCLIII. Berlin. 1871. 8. S. 258. Taf. III. Fig. 9.

3) Abbe a. a. O. S. 69—77.

4) Eine gute übersichtliche Darstellung der äusseren und der inneren Theile der Vorrichtung findet sich in: C. Vierordt, Grundriss der Physiologie des Menschen. Fünfte Auflage. Tübingen. 1877. 8. S. 412.

5) Abbe a. a. O. S. 46. 73—75.

6) Abbe a. a. O. Taf. I. Fig. 7. 9.

7) Abbe, ebendasselbst. S. 42. Fig. 4. A und B.

man ein helles, farbloses oder gefärbtes Gesichtsfeld. Da der Brechungscoefficient des Fluitglases des Prismas $n_2 = 1,7183$ für die D-Linie ist und $n_1 = 1$ für die atmosphärische Luft wird, so gibt (4.): $\sin \alpha = \frac{1}{1,7183}$. Der Grenzwinkel α gleicht dann $35^\circ 34' 10''$.

Hat man ein oder zwei Stückchen Seidenpapier zwischen die beiden Hypothenusenflächen der Prismen gebracht, um deren gegenseitige Berührung zu verhindern, und die Flüssigkeit, deren Brechungscoefficient man kennen lernen will, zwischen ihnen eingeschaltet, so hängt es von der durch die Alhidade zu regulirenden Prismastellung ab, ob das Gesichtsfeld gänzlich oder theilweise hell erscheint. Man hat das Erstere, oder wenigstens Helligkeit des grösseren Bezirkes, wenn die Alhidade auf ihrem Ausgangspunkte 1,300 steht. Schiebt man sie nun weiter nach vorn, so gelangt man zu dem Falle, dass immer ein Theil des Gesichtsfeldes dunkel und ein anderer hell, aber mehr oder minder farbig, roth und gelb oder blau und violett erscheint¹⁾. Bei weiterem Vorschieben wird alles verdunkelt.

Man beseitigt die Färbungen durch die Drehung des mit einer Gradeintheilung versehenen Triebes, in Folge deren sich die beiden, zwischen dem Glasparellepipid und dem astronomischen Beobachtungsfernrohr befindlichen Amici'schen, aus je zwei Crown- und einem mittleren Fluitglasprisma bestehenden Prismensysteme nach entgegengesetzten Richtungen mit ihren Hauptschnitten um den gleichen Winkel drehen und auf diese Art compensirend wirken²⁾. Flüssigkeiten, wie Wasser und wässrige Lösungen, die kein starkes Zerstreuungsvermögen besitzen, lassen meist die Compensation, welche die Grenzlinien oder die Auslöschungsgrenze des schwarzen Theiles des Gesichtsfeldes fast farblos macht, bald finden, besonders wenn man im Sonnenlichte oder in sehr hellem Lichte überhaupt arbeitet. Eine dunkle Beleuchtung, oder stark gefärbte Flüssigkeiten, wie Blut oder Galle, welche auch den hellen Theil des Gesichtsfeldes verdunkeln, erschweren oft die sichere Einstellung. Die Wiederholung der Bestimmung durch Drehung der Trommel kann zu grösseren Unterschieden der abgelesenen

1) Abbe a. a. O. S. 43 ff. S. 74.

2) Abbe a. a. O. S. 51.

Grade in allen diesen Fällen führen, als die bei der beschränkteren und deshalb auch genauer zu beurtheilenden Einstellung stark zerstreuer Flüssigkeiten, wie des Cassiaöls, wo dann sogleich noch ein lebhaft rother oder blauer Saum bei der geringsten fernerer Drehung auftritt. Eignet es sich in dem ersteren Falle, dass noch ein schmales, helles Band neben dem tief schwarzen Rande sichtbar bleibt, so kann man es bisweilen durch Aenderung der Spiegelstellung beseitigen.

Das Fernrohr ist im Innern mit zwei Fadenkreuzen versehen. Sie erzeugen ein Quadrat in der Mitte vermöge ihrer gegenseitigen Durchschnitte. Es muss so gestellt sein, dass eine seiner beiden Diagonalen der geraden Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel parallel läuft. Man bringt diese hierauf mit den beiden Endpunkten jener Diagonale zur Deckung. Der Strich des angrenzenden unbeweglichen Zeigers gibt den Brechungscoefficienten der geprüften Flüssigkeit unmittelbar an, wenn er zwischen 1,300 und 1,650 liegt.

Die Wahl zwischen den beiden zu Gebote stehenden Diagonalen ist nicht gleichgiltig, weil die mit ihr zusammenfallende Grenzlinie die geradlinigte Verlängerung der Fernrohrachse senkrecht treffen muss, diese Eigenschaft aber nur Einer der beiden Diagonalen zukommt. Wir werden später sehen, dass die richtige Diagonale einen Brechungscoefficienten von 1,334 für destillirtes Wasser von 16° C. in dem von mir gebrauchten Refractometer gibt, die andere hingegen nur 1,330 bis 1,3305 für die D-Linie. Der erstere Werth nähert sich aber mehr dem Fraunhofer'schen¹⁾, nämlich 1,333577 bei 18°,8 C.

Ist die Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel möglichst farblos, so bildet der entsprechende, einem unbeweglichen Anzeigestrich gegenüberstehende Trommelgrad einen der Werthe, die für die Berechnung des Unterschiedes der Brechungscoefficienten von F und D oder der innerhalb dieser Grenzen stattfindenden Farbenzerstreuung nöthig sind²⁾. Eine der

1) A. Beer, Einleitung in die höheren Optik. Braunschweig. 1853. S. 411.

2) Die beständigen Grössen der von mir gebrauchten Vorrichtung waren: Brechungscoefficient des Fluitgases der Prismen (ν bei Abbe a. a. O. S. 44) $n_1 = 1,7183$; brechender Winkel eines jeden Prisma (w bei

Vorrichtung beigegebene Tabelle¹⁾ kürzt die Rechnung wesentlich ab.

Das Refractometer ist schon mehrfach auf dem Gebiete der Physiologie des Auges benutzt worden. Sigmund Fleischer²⁾ gebrauchte eine Vorrichtung, die eine auf Glas angebrachte Theilung in dem Fernrohre besass. Der Nullpunkt entsprach dem zu 1,3335 angenommenen Brechungscoefficienten des Wassers, der erste Grad dem Werthe 1,3349, der zweite 1,3363 und der dritte 1,3377. Zehnthelle eines Grades liessen sich noch durch Schätzung bestimmen³⁾. Jedes der beiden Glasprismen hatte einen brechenden Winkel von 60°. Wasser gab in dieser Vorrichtung 1,3339 bis 1,3340 und eine Mischung von Glycerin mit Wasser, die später zum Reinigen der beiden Hypothenusenflächen der Fluitglasprismen diente, 1,3844 bis 1,3847 für D bei 15° C.⁴⁾ Die Brechungscoefficienten der wässrigen Feuchtigkeit und des Glaskörpers eines und desselben Auges der verschiedensten Wirbel-

Abbe a. a. O. S. 42. Fig. 4) $w = 62^\circ$; $\delta n = n_F - n_D = 0,01772$; endlich $2k = 0,0361$ (124', 1). k bedeutet hier den Ablenkungswinkel von der Richtung des Hauptschnittes von F, wenn D ohne Ablenkung hindurchtritt (Abbe a. a. O. S. 51). Ist $\sigma = \cos z$, wo z den an der Trommel abgelesenen Grad der Drehung der Amici'schen Prismen bezeichnet, so hat man für die Farbenzerstreuung des untersuchten Körpers die Gleichung:

$$\delta n_2 = n_F - n_D \equiv A \pm B\sigma = A \left(1 \pm \frac{B}{A}\sigma \right) \dots (a)$$

wo

$$A = \frac{\sin w}{\cos \beta} \delta n \dots \dots (b)$$

und

$$B = 2k \frac{\cos \alpha \cdot \cos \gamma}{\cos \beta} \dots \dots (c).$$

Hier besitzen α und β die frühere Bedeutung. γ ist die Aenderung des Grenzwinkels der gänzlichen Zurückwerfung bei dem Uebergange von D nach F. σ wird $\pm$, je nachdem $z \lesseqgtr 30^\circ$. Siehe das Nähere bei Abbe a. a. O. S. 48—54 und S. 74, 75.

1) Sie enthielt die Werthe von A und B für die Brechungscoefficienten von 1,300 bis 1,660 in den Intervallen von 0,01 und die Werthe von σ von 0 bis 60.

2) Sigmund Fleischer. Neue Bestimmungen der Brechungscoefficienten der durchsichtigen flüssigen Medien des Auges. Jena. 1872. 8. S. 14—35.

3) Ebendas. S. 18.

4) Ebendas. S. 27.

thiere wichen nicht wesentlich von einander ab. Eine Wärmehöherhöhung von 18° C. vergrösserte den Ablenkungsindex nur um 0,0001. Die Werthe änderten sich nicht merklich in den ersten Tagen nach dem Tode. Sechs Tage nach ihm ergab sich eine Erhöhung, die bisweilen 0,0001 überstieg. Die Brechungscoefficienten der wässrigen Feuchtigkeit und des Glaskörpers der Wirbelthiere lagen für D zwischen 1,3354 und 1,3377 bei 12° bis 17° C. Weissfische und Frösche zeigten die niedersten Durchschnittsgrössen, nämlich 1,3357 und der Mensch die höchste: 1,3371. Da aber die Eigenwärme des Letzteren den Ablenkungsindex verkleinert, so schliesst Fleischer¹⁾, dass jeder wesentliche Unterschied in den lebenden Geschöpfen hinwegfällt. Der beständige Werth soll zwischen 1,334 und 1,338 liegen und durchschnittlich ungefähr 1,335 betragen. Der dünn- und der dickflüssige Theil des Glaskörpers liessen keinen merklichen Unterschied erkennen²⁾. Man wird finden, dass ein grosser Theil dieser Schlüsse weiter geht, als es die Leistungsfähigkeit der gebrauchten Vorrichtung gestattete.

Hirschberg³⁾ erhielt im Durchschnitt 1,337 für die Kammerflüssigkeit des Auges und 1,336 für den Glaskörper.

L. Matthiessen und Aubert⁴⁾, die, wie sie ausdrücklich bemerken, recht befriedigende Ergebnisse mit der neuesten Form des Zeis-Abbe'schen Refractometers erhielten, fanden in ihm 1,3310 als Brechungscoefficienten des Wassers. Für die Augenmedien erhielten sie:

Augentheil.	Brechungscoefficient	
	Funfzigjähriger Mann.	Zweijähriges Kind.
Hornhaut	1,377	1,3721
Wässrige Feuchtigkeit	"	1,3383
Vordere Linsenkapsel..	"	1,3780 bis 1,3831
Hintere Linsenkapsel ..	1,3374 bis 1,3376	1,3503 bis 1,3572
Aeusserer Linsenschicht	1,3953 bis 1,3967	1,3967
Mittlere Linsenschicht .	1,4067 bis 1,4087	"
Linsenkern	1,4093 bis 1,4119	"
Glaskörper	1,3348	

1) S. 33.

2) S. 28.

3) Aubert, Physiologische Optik in A. Graefe und Th. Sämisch Handbuch der gesammten Augenheilkunde. Bd. II. Thl. II. Leipzig, 1876. 8. S. 409.

4) Ebendas. S. 407—409.

Alle Schichten der Krystalllinse des Kindes lieferten denselben Brechungscoefficienten.

L. Matthiessen¹⁾, welcher das Refractometer für eine vortreffliche Vorrichtung zur Bestimmung der Brechungscoefficienten, nicht aber zu der des Zerstreuungsvermögens hält, gibt noch eine Reihe von ihm gefundener Ablenkungsindices der Brechungskörper des Ochsenauges²⁾.

Nachdem ich mich auf den Gebrauch des Refractometers so eingetübt hatte, dass ich eine Abweichung einer Reihe auf einander folgender Bestimmungen des Brechungscoefficienten desselben Körpers um 0,0005 bis 0,0008 für den Ausdruck einer oder mehrerer, nicht ganz glücklichen Beobachtungen halten muss, ging ich zunächst an die möglichst genaue Ermittlung des von der Vorrichtung angegebenen Brechungscoefficienten des destillirten Wassers, den man allen übrigen Bestimmungen zum Grunde legen sollte, weil man nur hierdurch ein von der Justirungsart der benutzten Vorrichtung befreites Maass erhält.

Fünfzig Einzelbeobachtungen, die an dem durch den Beindorf'schen Apparat dargestellten destillirten Wasser bei 16 ° bis 18 ° angestellt wurden, gaben:

5 Mal 1,3339.
9 Mal 1,3340.
3 Mal 1,3341.
8 Mal 1,3342.
2 Mal 1,3343.
6 Mal 1,3344.
10 Mal 1,3345 und
7 Mal 1,3346.

Man hat hiernach:

1,334272

als arithmetisches Mittel der 50 Beobachtungen. Der kleinste Werth weicht um 0,0007 von dem grössten ab.

Die hauptsächlichste Fehlerquelle bei der Bestimmung der vierten Decimale liegt nicht sowohl in der Schätzung von Bruch-

1) L. Matthiessen, Grundriss der Optik geschichteter Linsen. Eine mathematische Einleitung in der Dioptrik des menschlichen Auges. Leipzig 1817. 8. S. 211. 212.

2) Ebendasselbst S. 178—83, wo auch die Zahlen von Weinow mitgetheilt sind.

theilen eines Grades der Theilung, als in der Einstellung der dunklen Randgrenze längs der Diagonale des Quadrates des doppelten Fadenkreuzes. Ein feiner, die Auslöschungsgrenze umsäumender Schattenrand, eine bei gefärbten Flüssigkeiten vorkommende, nicht scharf geradlinigte Begrenzung jener und selbst Irradiationserscheinungen können in dieser Hinsicht störend wirken. Es ereignet sich auch, dass ein unmerklicher Stoss bei dem Loslassen der einstellenden Finger die Stellung etwas ändert. Man muss sie daher zum zweiten Male vor der Ablesung prüfen.

Fünzig Beobachtungen sind zu wenig, um das Verfahren der kleinsten Quadrate mit Sicherheit anzuwenden. Dieses setzt auch voraus, dass die grössten Abweichungen von dem arithmetischen Mittel am Seltensten, die kleinsten am Häufigsten vorkommen¹⁾. Wenn sich dieses für die obenerwähnten Gruppen der Einzelfälle nicht bestätigt, so muss man bedenken, dass der grösste Unterschied von 0,0007 überhaupt sehr klein ist und wir nur Abweichungen von dem Mittelwerthe von 0,0003 bis 0,0004 haben, es sich daher hier mehr um die Folgen einer in geringem Maasse unrichtigen Beurtheilung, als um wahre Beobachtungsfehler handelt.

Das Verfahren der kleinsten Quadrate gibt, wenn man das gleiche Gewicht allen Beobachtungen zuschreibt,

$\pm 0,00002107$ als wahrscheinlichen Fehler des Gesamtergebnisses,

$\pm 0,00047104$ als wahrscheinlichen Fehler einer jeden einzelnen Beobachtung,

$\pm 0,000031231$ als mittleren Fehler des arithmetischen Mittels und

$+ 0,00069835$ als mittleren Fehler einer jeden einzelnen Bestimmung.

Obgleich die dem Refractometer beigegebene Gebrauchsanweisung vorschreibt, die Justirung für richtig anzusehen, wenn Wasser von 18° C. einen Brechungscoefficienten von 1,3330 gibt, Aubert und Matthiessen mit dem ihrigen, wie schon erwähnt, 1,3310 erhielten und Matthiessen²⁾ allein 1,3326 für 12½° an-

1) Siehe z. B. Méthode des moindres carrés. Mémoires sur la combinaison des observations par Ch. F. Gauss. Traduit par Bertrand. Paris. 1855. 8. p. 4. 5. 117—119. Ueber Functionen, welche die Beobachtungsfehler als zufällige characterisiren, s. E. Abbe. Ueber die Gesetzmässigkeit der Fehler bei Beobachtungsreihen. Jena 1863. 4. S. 4—20.

2) Matthiessen, Grundriss S. 173.

gibt, so änderte ich doch nicht demgemäss die Justirung meiner Vorrichtung, weil mein Mittel des Brechungscoefficienten immer noch dem oben angeführten, von Fraunhofer etwas nachsteht. Ein anderer bei Beer¹⁾ angeführter Werth gibt 1,3343 für D und 15° 8, also fast ganz das von mir gefundene Mittel. Van der Willigen dagegen hat 1,33289. Wollte man meine in dem Folgenden angeführten Werthe auf 1,3330 zurückführen, so müsste man sie als mit einem beständigen Plus-Fehler von ungefähr 0,0013 für Brechungscoefficienten, die zwischen 1,3 und 1,5 liegen, behaftet ansehen.

Zehn im Sonnenlichte vorgenommene Herstellungen der möglichsten Farblosigkeit des dunklen Grenzrandes gaben 40,°7 bis 41,°0 Trommelgrade. Das Mittel betrug 40° 85. Dieses entspricht einer von D bis F reichenden Farbenzerstreuung von 0,0048. Hatte D für Wasser 1,3343, so zeigte F den Werth 1,3386 in der Beer'schen Tabelle. Dieses gibt 0,0043 für die Farbenzerstreuung.

Um die Zuverlässigkeit der Vorrichtung zu prüfen, untersuchte ich zuerst eine Reihe von Körpern, über deren Brechungscoefficienten schon Angaben anderer Schriftsteller vorliegen²⁾, die auf mühsamerem Wege erhalten worden. Ich wähle hier diejenigen aus, die, wie Brunnenwasser, Weingeist, Schwefeläther, Chloroform, Chloral, Amylnitrit eine gewisse physiologische Bedeutung haben und solche, die oft für mikroskopische Untersuchungen, besonders in polarisirtem Lichte gebraucht werden, wie Glycerin, Terpentinöl, Canadabalsam, Benzin, Steinöl, Olivenöl, Anisöl mit und ohne Ricinusöl, Bergamotöl, Cassiaöl, Castoröl und Zimmetöl. Je fünf Einzelbestimmungen liegen den bei jedem Körper angegebenen Zahlen zum Grunde.

I. Einige für Physiologie und Mikroskopie wichtige Körper.

Nummer.	Körper.	Brechungscoefficient.				Angaben anderer Schriftsteller.
		Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unterschied.	Mittel.	
1.	Brunnenwasser, sogenanntes Gaselwasser von ungefähr $\frac{1}{20}$ % festen Rückstandes.	1,3354	1,3351	0,0003	1,3352	

1) Beer, a. a. O. S. 413.

2) Beer, ebendasselbst S. 410—430.

Nummer.	Körper.	Brechungscoefficient.				Angaben anderer Schrift- steller.
		Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied	Mittel.	
2.	Aboluter Weingeist von 0,7954 sp. G., also nur $\frac{1}{4}\%$ Wasser ent- haltend.	1,3666	1,3359	0,0007	1,3663 Etwas wäs- riger Wein- geist gab 1,3689	1,3654 bei 17° für D. 1,37 Woll- laston. 1,377 Young.
3.	Schwefeläther.	1,3612	1,3606	0,0006	1,3609	1,3581 Wollaston. 1,374 Young.
4.	Ein Gewichtstheil kry- stallisirten Chlorals und ein Gewichtstheil Was- ser. Eigenschwere 1,2758.	1,4061	1,4056	0,0005	1,4058	1,461 Jamin. (Welcher Was- sergehalt?)
5.	Chloroform.	1,4497	1,4492	0,0005	1,4495	
6.	Amylnitrit.	1,4007	1,3999	0,0008	1,4004	
7.	Glycerin.	1,4564	1,5559	0,0005	1,4562	1,413 Jamin.
8.	Terpentinöl.	1,4747	1,4742	0,0005	1,4745	1,475 Young u. Brewster. 1,470 Wollaston. 1,549 Brewster. 1,532 Young. 1,528 Wollaston.
9.	Canadabalsam, feinste Sorte für mikro- scopische Präparate, bei 15° C. flüssig.	1,5188	1,5185	0,0003	1,5186	
10.	Benzin.	1,4144	1,4139	0,0005	1,4142 Eine andere Sorte dicker 1,4946	
11.	Wasserfreies Steinöl.	1,4263	1,4259	0,0004	1,4261	1,475 Young.
12.	Olivöl	1,4771	1,4768	0,0003	1,4770	1,467 bis 1,505 ver- schiedene Sorten. 1,470 Brewster. 1,469 Wollaston. 1,55345 bis 1,55275 Un- genannter.
13.	Anisöl.	1,5626	1,5621	0,0005	1,5623	
14.	Ein Theil Anisöl und drei Theile Ricinusöl.	1,5349	1,5343	0,0006	1,5347	
15.	Bergamottöl.	1,4833	1,4826	0,0007	1,4830	1,507 Young. 1,471 Brewster.
16.	Cassiaöl.	1,6061	1,6057	0,0004	1,6059	1,6104 bis 1,6026 1,641 Brewster. 1,631 bis 1,624 Young.

Numer.	Körper.	Brechungscoefficient.				
		Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unterschied	Mittel.	Angabe anderer Schriftsteller.
17.	Castoröl.	1,4836	1,4832	0,0004	1,4833	
18.	Zimmetöl.	1,6032	1,6027	0,0005	1,6031	1,632 bis 1,589 Young.

Das Cassiaöl von dem mittleren Brechungscoefficienten 1,6059 gab 10,02 bis 11,02 Triebgrade für die möglichst farblose Grenzlinie. Das Mittel betrug 10,08. Diese Grösse entspricht in Verbindung mit dem Durchschnittswerthe des Brechungscoefficienten einer Farbenzerstreuung zwischen D und F von 0,0266. Die drei bei Beer¹⁾ für die Brechungscoefficienten der einzelnen Spectrallinien verzeichneten Werthtabellen des Cassiaöls geben 0,0285 zwei Mal und 0,0288 ein Mal. Anisöl lieferte 26,08 Trommelgrade und daher 0,0180. Die drei bei Beer sich findenden Einzelzahlen führen zu 0,0168, 0,0171 und zu 0,0173.

Ehe wir zu dem Harn selbst übergehen, wollen wir noch zwei Versuchsreihen, von denen die eine mit einer Kochsalz- und die zweite mit einer Traubenzuckerlösung angestellt worden, des Vergleiches wegen betrachten. Man kann in solchen Fällen den festen Rückstand beliebig vieler anderer Lösungen berechnen, wenn man den der Ausgangslösung, die Eigenschwere derselben und den Verhältnisswerth der Zu- oder der Abnahme des Wassers bei der Herstellung der zu berechnenden Lösung kennt.

Die Ausgangslösung messe v Volumeneinheiten bei der Wärme t und habe die Eigenschwere s . Ihr Gewicht beträgt also vs in entsprechenden Einheiten ausgedrückt. Enthält sie a Gewichtseinheiten festen Rückstandes, so beträgt die Procentmenge p_0 :

$$p_0 = 100 \cdot \frac{a}{vs} \dots \dots (5)$$

Wir wollen uns nun vorstellen, man habe nv Volumeneinheiten destillirten Wassers hinzugefügt, wenn man von einer dichtereren zu einer dünneren Lösung übergeht, oder sie hinweggenommen denken, wenn man den entgegengesetzten Weg einschlägt.

1) Beer a. a. O. S. 412.

Der Gewichtsunterschied der Raumeinheit des Wassers bei dem gegebenen Wärmegrade und dem der grössten Dichtigkeit werde durch den Coëfficienten $\frac{1}{b}$ ausgedrückt, so ist $b \geq 1$, je nachdem die Wärme des Wassers 3,75 bis 4° C. beträgt oder nicht. Die durch die Mischung mit Wasser entstehende Volumensänderung und der ihr entsprechende Theil des Dichtigkeitswechsels der Gesamtflüssigkeit werde durch einen zweiten Coëfficienten $\frac{1}{c}$ bestimmt. Man

hat dann $c \geq 1$, je nachdem der Rauminhalt zunimmt, gleich bleibt, oder verkleinert wird. Die Gewichtsgrösse des hinzugefügten oder fortgenommen gedachten Wassers kann dann durch $\pm \frac{nv}{bc}$ ausgedrückt werden, wenn man die Eigenschwere des Wassers als Einheit nimmt. Bezeichnet p_n den gesuchten Procentgehalt des festen Rückstandes der Mischung, so hat man:

$$p_n = 100 \cdot \frac{a}{vs \pm \frac{nv}{bc}} = 100 \cdot \frac{a}{vs \left(1 \pm \frac{n}{bcs}\right)} \dots \dots (6)$$

Die Theilung von Gleichung (6) durch (5) gibt:

$$p_n = \frac{p_0}{1 \pm \frac{n}{bcs}} \dots \dots (7)$$

und

$$s = \frac{\pm n}{bc \left(\frac{p_0}{p_n} - 1\right)} \dots \dots (8)$$

Hier bleiben p_n und s in jedem Falle positiv. Denn n ist positiv und $p_0 > p_n$, also $\frac{p_0}{p_n} > 1$, mithin $\frac{p_0}{p_n} - 1$ ebenfalls positiv, wenn man von einer dichteren Lösung zur Berechnung des festen Rückstandes p_n einer verdünnteren übergeht. Schlägt man aber den entgegengesetzten Weg ein, so wird zwar n negativ. Man hat aber auch $p_0 < p_n$, also $\frac{p_0}{p_n} - 1$ ebenfalls negativ, während b und c immer positiv bleiben.

Es könnte scheinen, als würde p_n unendlich, wenn in dem zweiten Falle $1 - \frac{n}{bcs} = 0$ oder $bcs = n$ wäre. Dieses ist aber un-

möglich. Denn die Gleichung gäbe auch $vs = \frac{nv}{bc}$ d. h. das hinweggenommen gedachte Wasser müsste eben so viel wiegen, als die dichtere Lösung, deren festen Rückstand man berechnen will. Etwas der Art ginge nun an, wenn gar kein fester Rückstand vorhanden wäre oder $p_0=0$. Nach dem Fortnehmen bliebe aber Nichts übrig. Also wäre $p_n=0$. Die Gleichung (7) nähme dann die unbestimmte Form $p_n = \frac{0}{0}$ an. Ihr wahrer Werth wäre $p_n=0$.

Ist aber schon $1 - \frac{n}{bcs} = 0$ unmöglich, so kann $1 - \frac{n}{bcs} < 0$ noch weniger Statt finden. $1 - \frac{n}{bcs}$ muss daher immer positiv bleiben.

n drückt nur eine Verhältnismenge aus. Sie genügt für die Procentberechnung, da die absoluten Werthe a und v und die Einheitsgrösse 100 aus den Gleichungen herausgefallen.

Die durch die Mischung mit Wasser erzeugte Verdichtung oder Verdünnung ist jedenfalls in den hierher gehörenden Beobachtungen unbedeutend. Ein Volumen zwanzigprocentiger Zuckerlösung z. B. wird nach Gerlach und Balling¹⁾ zu 0,99716 durch das Mengen mit Wasser. Eine 10 % Lösung gibt 0,99819. Wir können desshalb $c=1$ ohne Bedenken setzen. Dasselbe wiederholt sich für b , da nach Despretz das Wasser einen Rauminhalt von 1,0008751 bei 15° C. und 1,00433 bei 30° C. hat, wenn man den bei 4° C. als den der grössten Dichtigkeit zur Einheit nimmt. Wir erhalten daher statt (7) einfacher:

$$p_n = \frac{p_0}{1 \pm \frac{n}{s}} \dots \dots (9)$$

und statt (8):

$$s = \frac{\pm n}{\frac{p_0}{p_n} - 1} \dots \dots (10)$$

Ist $n \geq s$, so wird $1 + \frac{n}{s} \geq 2$ und für den Uebergang von einer dichterem zu einer dünneren Mischung $p_n \geq \frac{p_0}{2}$. Der Wendepunkt

1) Siehe R. Hoffmann und C. Schädler, Sammlung aller chemisch wichtigen Tabellen und Formeln für Chemiker. Berlin. 1877. 8. S. 215.

$n = s$ gibt $p_n = \frac{p_0}{2}$. Wir werden im Folgenden immer den gleichen Rauminhalt Wassers zu dem Rauminhalte der dichterem Lösung hinzusetzen. Man hat dann $n = 1$, wenn man die dünnere Flüssigkeit mit der unmittelbar vorhergehenden dichterem vergleicht. Bei wässrigen Lösungen ist immer $s > 1$; folglich $\frac{1}{s} < 1$. Die Procentmenge der dünneren Lösung beträgt daher dann stets mehr als die Hälfte der Procente der Ausgangslösung. Der Unterschied ist um so grösser, je stärker die Concentration oder je grösser s . Gelangt man bei fortschreitenden Verdünnungen so weit, dass man $s = 1$ ohne merklichen Fehler setzen kann, so lässt sich auch $p_n = \frac{p_0}{2}$ annehmen.

Ich kochte so viel Kochsalz mit Wasser, dass noch ein ungelöster Theil übrig blieb, filtrirte und liess das Filtrat über Nacht, während die Wärme bis 16°C . sank, in einer verschlossenen Flasche stehen. Da sich Kochsalz wiederum niedergeschlagen hatte, so filtrirte ich abermals. Die klar hindurchgegangene Lösung gab eine Eigenschwere von 1,2056 in einem Fünziggrammfläschchen und 27,74 % als festen Rückstand. Das gefundene specifische Gewicht wurde nicht bloss in diesem Falle, sondern in allen, die noch in der Folge angeführt werden, der Genauigkeit wegen in dem Fünzig-Grammfläschchen, das ein Thermometer im Innern führte, und nicht mittelst eines Aräometers bestimmt. Ich schritt von Verdünnung zu Verdünnung, indem ich 30 cem der dichterem Kochsalzlösung mit 30 cem destillirten Wassers mischte. Die erste Verdünnung, die 1,1095 als Eigenschwere darbot, gab z. B. 15,11 % als festen Rückstand. Der von (9) geforderte Werth ist 15,10 %. Wollte man dann die zweite Verdünnung nicht nach der ersten, sondern nach der ursprünglichen concentrirten Lösung berechnen, so dürfte man nicht $n = 2$, sondern müsste $n = 3$ setzen. Dieses gibt 7,99 % für unseren Fall. Die Erfahrung lieferte 7,75 %. Die Luftwärme schwankte zwischen 16° und 19°C . während der Zeit aller Bestimmungen. Das Mittel des Brechungscoefficienten ist wieder fünf Beobachtungen entnommen.

II. Verdünnungen einer Kochsalzlösung¹⁾.

Nummer		Procent- gehalt.	Eigen- schwere.	Mittlerer Brechungs- coefficient für D.	Unterschied des grösster und kleinsten Werthes der Brechungs- coefficienten.
des Versuchs.	der Lösung.				
19.	1.	27,74	1,2056	1,3832	0,0004
20.	2.	15,11	1,1095	1,3608	0,0005
21.	3.	7,75	1,0563	1,3478	0,0005
22.	4.	3,93	1,0284	1,3420	0,0003
23.	5.	1,95	1,0141	1,3375	0,0007
24.	6.	0,97	1,0070	1,3360	0,0005
25.	7.	0,49	1,0035	1,3354	0,0006
26.	8.	0,26	1,0017	1,3347	0,0007

Die Unterschiede der Eigenschweren der verschiedenen Verdünnungen fallen hiernach bedeutend grösser, als die der Brechungscoefficienten aus, so dass auch jene ein leichteres Erkennungsmittel bilden. Die letzteren fordern sehr genaue Bestimmungen, wenn der Salzgehalt weniger als 2 % beträgt.

Ich nahm eine Traubenzuckerlösung von 20 % und verdünnte sie wiederum dadurch, dass ich immer 30 ccm der letzten Lösung mit 30 ccm destillirten Wassers mischte. Die Wärme betrug 14° bis 18° C.

III. Verdünnungen einer Lösung von Traubenzucker²⁾.

Nummer		Procent- gehalt.	Eigen- schwere.	Mittl. Brechungs- coefficient für D aus fünf Beobachtungen.	Unterschied des grössten und des kleinsten Werthes.
des Versuchs.	der Lösung.				
27.	1.	20,00	1,0874	1,3599	0,0003
28.	2.	10,42	1,0323	1,3476	0,0004
29.	3.	5,28	1,0161	1,3396	0,0005
30.	4.	2,67	1,0086	1,3372	0,0003
31.	5.	1,34	1,0037	1,3360	0,0004
32.	6.	0,67	1,0018	1,3351	0,0006
33.	7.	0,34	1,0006	1,3346	0,0004
34.	8.	0,17	1,0003	1,3343	0,0006
35.	9.	0,09	1,0001	1,3343	0,4004

1) Bei Hoffmann a. a. O. S. 123. 124 findet sich eine Eigenschwere von 1,20467 für 26,626 % und 1,1100 für 14,8897 %. A. Sprung (Experimentale Untersuchungen über die Flüssigkeitsreibung an Salzlösungen. Berlin 1876. 8. S. 13) gibt 1,1055 für 14,312 % an.

2) Hoffmann a. a. O. S. 217 hat 1,0831 für 20 %; 1,0406 für 10 %; 1,0200 für 5 % und 1,0072 für 2 %.

Die Eigenschweren wichen auch hier stärker, als die Brechungscoefficienten ab. Die mit destillirtem Wasser bereiteten Lösungen unterschieden sich in Betreff ihrer Brechungscoefficienten von reinem destillirten Wasser nicht mehr, wenn der Zuckergehalt ungefähr $\frac{1}{5}\%$ oder weniger betrug.

Zwei durch einen Ruhetag geschiedene Beobachtungstage, an denen ich die Eigenschwere und den Brechungscoefficienten meines Urines in je fünf Proben bestimmte und während deren ich meine gewöhnliche Lebensweise einhielt, können dienen, die Normalverhältnisse zu erläutern. Die erste Prüfung betraf den Nachtharn, den ich zwischen 4 und 4 $\frac{1}{2}$ Uhr Morgens unmittelbar nach dem Aufstehen entliess, die zweite den Morgenharn, der zwischen 9 und 10 Uhr Vormittag entleert worden, die dritte den Mittagsharn zwischen 2 und 3 Uhr, ungefähr eine Stunde nach dem Mittagessen, die vierte den Nachmittagsharn gegen 4 Uhr und die fünfte den Abendharn, der ungefähr um 8 Uhr gelassen und in einer verkorkten Flasche über Nacht aufbewahrt worden.

IV. Regelrechter Harn des Menschen.

Nummer.	Beschaffenheit des Harnes.	Eigenschwere.	Entsprechende Wärme.	Brechungscoefficient			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unterschied.	Mittel.
36.	Nachtharn	1,0144	17°	1,3420	1,3412	0,0008	1,3412
37.	Vormittagsharn	1,0148	27°	1,3431	1,3325	0,0006	1,3428
38.	Mittagsharn	1,0108	18°	1,3405	1,3401	0,0004	1,3403
39.	Nachmittagsharn	1,0095	28°	1,3416	1,3412	0,0004	1,3414
40.	Abendharn	1,0207	16°	1,3437	1,3430	0,0007	1,3433
41.	Nachtharn	1,0206	16°	1,3438	1,3432	0,0006	1,3435
42.	Vormittagsharn	1,0205	17°	1,3438	1,3433	0,0005	1,3436
43.	Mittagsharn	0,0141	31°	1,3428	1,3425	0,0003	1,3426
44.	Nachmittagsharn	1,0158	32°	1,3430	1,3424	0,0006	1,3428
45.	Abendharn	1,0236	17°	1,3444	1,3441	0,0003	1,3443

Aehnliche Beobachtungen an dem Harn des Pferdes, des Schaafes und des Kaninchens, der aus der Blase der frisch getödteten Thiere genommen und dann filtrirt worden, ergaben für das klare, mehr oder minder braungelbe, alkalische Filtrat:

V. Harn von Pflanzenfressern.

Nummer.	Thier.	Eigen- schwere.	Entsprech. Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
49.	Pferd.	1,0323	17°	1,3496	1,3490	0,0006	1,3492
50.	Schaafl.	„	„	1,3468	1,3462	0,0006	1,3466
51.	Kaninchen.	„	„	1,3446	1,3442	0,0004	1,3445

Die Brechungscoefficienten des normalen Menschenharnes näherten sich hiernach denen einer 4 %igen Kochsalz- oder einer 10 %igen Traubenzuckerlösung. Sie steigen und sanken im Allgemeinen mit der Eigenschwere, jedoch keineswegs gleichförmig. No. 40. 41. 42. liefern sogar kleine Ausnahmen von der allgemeineren Regel. Die Brechungscoefficienten des Pferde- und des Schaaflharnes fielen merklich grösser, der des Kaninchenharnes dagegen nur wenig beträchtlicher, als der des Menschenharnes aus.

Prüfte ich das Verhalten meines regelrechten Harnes vor und nach dem Kochen, so erhielt ich:

VI. Menschenharn vor und nach dem Kochen.

Nummer.	Beschaffenheit des Harnes.	Eigen- schwere.	Entsprech. Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
52.	Frisch. Morgenhrn.	1,0146	31°	1,3426	1,3421	0,0005	1,3423
53.	Derselbe nach dreimaligem Kochen	1,0227	25°	1,3446	1,3441	0,0005	1,3443

Die das wiederholte Kochen des stets klar bleibenden Harnes begleitende Verdunstung erhöhte die Eigenschwere und den Brechungscoefficienten, diesen jedoch verhältnissmässig weniger als jene.

Hatte ich ungefähr den dritten Theil eines Kaffelöffels voll Chloral um Mitternacht genommen und dann bis gegen 5 Uhr geschlafen, so entleerte ich in einem Falle (in anderen dagegen nicht) unmittelbar darauf einen vollkommen klaren, gelben Harn. Er trübte sich dagegen bei dem Erkalten dermaassen, dass er eine weisse, undurchsichtige Flüssigkeit bildete. Ich prüfte ihn zuerst in diesem Zustande und dann das ganz klare gelbe Filtrat desselben. Der auf dem Filtrum gebliebene Rückstand bot eine

röthliche Farbe nach dem Trocknen dar, zeigte viele säulenförmige Krystalle von Harnsäure unter dem Mikroscope und gab auch die Murexidprobe in nachdrücklicher Weise. Ich füge noch die Werthe des Abend- und des Morgenharns, der voranging und nachfolgte, des Vergleiches wegen an:

VII. Menschenharn nach Chloralgebrauch.

Numer.	Beschaffenheit.	Eigen- schwere.	Entsprech. Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
54.	Abendharn	1,0231	10°	1,3431	1,3425	0,0006	1,3429
55.	Nachtharn	1,0217	12°	1,3436	1,3430	0,0006	1,3433
56.	Derselbe filtr. klar	1,0207	13°	1,3425	1,3418	0,0007	1,3421
57.	Morgenharn	1,0164	26°	1,3433	1,3427	0,0006	1,3430

Der trübe Nachtharn bot hiernach einen etwas grösseren Brechungscoefficienten trotz der kleineren Eigenschwere, als der Abendharn dar. Die Entfernung der trübenden Masse liess beide Werthe herunter gehen. Die Harne No. 54 und 57 und das Filtrat No. 56 blieben gelb und klar bei anhaltendem Kochen.

Ich liess den Abendharn No. 40 während 23 und den No. 45 während 21 Tagen in verkorkten Flaschen stehen und untersuchte sie von Zeit zu Zeit. Der Uebersichtlichkeit wegen wiederhole ich die Werthe von No. 40 und 45.

VIII. Menschenharn während drei Wochen nach der Entleerung.

Numer.	Zeit in Stunden.	Eigen- schwere.	Entsprech. Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
40.	12	1,0207	16°	1,3437	1,3430	0,0007	1,3433
58.	43	1,0196	17°	1,3433	1,3428	0,0005	1,3432
59.	113	1,0190	17°	1,3445	1,3441	0,0004	1,3443
60.	204	1,0196	16°	1,3428	1,3422	0,0006	1,3425
61.	372	1,0195	15°	1,3450	1,3445	0,0005	1,3447
62.	544	1,0196	17°	1,3426	1,3421	0,0005	1,3424
45.	12	1,0256	17°	1,3444	1,3441	0,0003	1,3443
63.	67	1,0228	17°	1,3457	1,3452	0,0005	1,3454
64.	156	1,0225	16°	1,3428	1,3423	0,0005	1,3425
65.	324	1,0230	15°	1,3457	1,3450	0,0005	1,3454
66.	496	1,0223	17°	1,3432	1,3429	0,0003	1,3430

Beide Harne waren noch schwach sauer nach dreiwöchentlichem Stehen, hatten einen wolkigen Bodensatz und erschienen

sonst klar, tiefgelb bis heller gelb. Man sieht, dass untergeordnete auf- und niedergehende Schwankungen der Brechungscoefficienten, selbst bei grösserer Beständigkeit der Eigenschwere während der Selbstzersetzung der beiden Harnes auftraten.

Ich habe eine ähnliche Versuchsreihe an dem Filtrate des unter No. 49 erwähnten Pferdeharnes, das zu allen Zeiten stark alkalisch blieb, angestellt:

IX. Pferdeharn während drei Wochen nach der Entleerung.

Numer.	Zeit in Stunden.	Eigenschwere.	Entsprechende Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unterschied.	Mittel.
49.	1	1,0323	17°	1,3496	1,3490	0,0006	1,3492
67.	72	1,0300	18°	1,3476	1,3472	0,0004	1,3475
68.	148	1,0289	18°	1,3458	1,3455	0,0003	1,3456
69.	306	"	"	1,3546	1,3541	0,0005	1,3543
70.	496	"	"	1,3476	1,3470	0,0006	1,3473

Die Eigenschwere und der Brechungscoefficient sanken stets in den ersten sechs Tagen. Die Folgezeit dagegen bot wiederum eine Schwankung dar.

Um Anhaltspunkte für die Beurtheilung der Verhältnisse des Urines bei der Zuckerharnruhr zu gewinnen, bereitete ich mir Mischungen eines regelrechten Harnes mit Traubenzucker. Eine erste Versuchsreihe bezieht sich auf eine wässrige 20 %ige Traubenzuckerlösung, die einen Brechungscoefficienten von 1,3599 darbot. Der Traubenzucker war, wie gewöhnlich, aus Sägespänen dargestellt.

X. Mittagsharn des Menschen mit einer Lösung von Traubenzucker.

Numer.	Procente des Traubenzuck.	Eigenschwere.	Entsprechende Wärme.	Brechungscoefficient.			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unterschied.	Mittel.
71.	0	1,0176	26°	1,3436	1,3432	0,0004	1,3435
72.	1,41	1,0207	18°	1,3438	1,3431	0,0007	1,3435
73.	1,83	1,0213	17°	1,3428	1,3423	0,0005	1,3425
74.	2,74	1,0239	17°	1,3444	1,3441	0,0003	1,3442
75.	4,87	1,0275	17°	1,3464	1,3459	0,0005	1,3463
76.	16,84	1,0339	17°	1,3493	1,3489	0,0004	1,3491

Die Mischung des Harns mit wässriger Traubenzuckerlösung musste zwei einander entgegengesetzte Folgen nach sich ziehen,

die Vermehrung des Wassergehaltes, welche die Eigenschwere ¹⁾ und den Brechungscoefficienten herabsetzte, und die des Zuckers, die beide erhöhte. Ich stellte daher noch eine zweite Versuchsreihe an, in der ich geringere Mengen lufttrockenen, chemisch reinen Traubenzuckers zu meinem Morgenharn zusetzte.

XI. Morgenharn des Menschen mit festem Traubenzucker.

Numer.	Procente des Trauben- zucker.	Eigen- schwere.	Ent- sprechen- de Wärme.	Brechungscoefficient			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
77.	0	1,0140	28°	1,3442	1,3437	0,0005	1,3439
78.	1,07	1,0208	20°	1,3447	1,3441	0,0006	1,3444
79.	2,15	1,0250	17°	1,3463	1,3458	0,0005	1,3460
80.	4,17	1,0308	11°	1,3493	1,3489	0,0004	1,3491
81.	7,87	1,0444	13°	1,3545	1,3538	0,0007	1,3542
82.	15,99	1,0643	14°	1,3608	1,3605	0,0003	1,3607

Die von Liman ²⁾ mitgetheilte Tabelle deutet an, dass die Eigenschwere des Urins bei der Zuckerharnruhr des Menschen nicht wesentlich von der in der letzten Tabelle verzeichneten Werthe der künstlichen Mischung abweicht. Berechnet man die von Liman angegebenen 24stündigen Zahlen nach Zuckerprocenten, so hat man eine Eigenschwere von 1,0317 für 3,92% und 1,0392 für 7,71%.

Die Albuminurie bewog mich, eine Versuchsreihe mit der Beimischung von Hühnereiweiss anzustellen. Hatte ich das Weisse eines vor drei Tagen gelegten Eies mit Wasser gemischt, so schieden sich, wie gewöhnlich, weisse geronnene Streifen ab. Das klare Filtrat war so zähe, dass ich immer das keineswegs feinporige Filtrum wechseln musste, so wie eine geringe Zahl von Cubikcentimetern der Flüssigkeit hindurchgegangen war. Sie besass eine Eigenschwere 1,0047 bei 17° C. und einen Brechungscoefficienten von 1,3379. Ein fester Rücksand von 0,021 gr oder 0,21% wurden aus 9,986 gr erhalten.

1) Wenn Pohl (Hoffmann a. a. O. S. 217) eine Eigenschwere von 1,0072 für eine Traubenzuckerlösung von 2%; 1,0200 für eine solche von 5% und 1,0275 für 7% angibt, so ist nicht zu vergessen, dass die Eigenschwere des Harnes in unserem Falle noch hinzukommt.

2) C. L. C. Liman, Observationes quaedam de Diabete mellito. Halis 1842. 8 Tabelle ad pag. 40.

XII. Morgenharn mit wässeriger Eiweisslösung von ungefähr $\frac{1}{5}$ % gemischt.

Nummer.	Procente des Ei- weisses.	Eigen- schwere.	Ent- sprechen- de Wärme.	Brechungscoefficient			
				Grösster Werth.	Kleinster Werth.	Unter- schied.	Mittel.
83.	0	1,0100	29°	1,3416	1,3409	0,0007	1,3414
84.	1	1,0129	21°	1,3429	1,3422	0,0007	1,3425
85.	2	1,0129	19°	1,3445	1,3436	0,0009	1,3397
86.	4	1,0127	19°	1,3433	1,3435	0,0003	1,3437
87.	8	1,0119	17°	1,3445	1,3439	0,0006	1,3442
88.	16	1,0115	16°	1,3443	1,3439	0,0004	1,3441

Der Zusatz von 1 % Eiweiss bewirkte schon, dass der Harn, der vorher bei dem Kochen klar und gelb geblieben war, weiss und opalartig getrübt in der Siedhitze wurde und später eine verhältnissmässig bedeutende Menge eines grösstentheils weissen, aber auch zum Theil gelben Bodensatzes niederfallen liess.

Das Sinken der Eigenschwere mit der Zunahme der Eiweissprocente erklärt sich durch die immer bedeutender werdende Zufuhr von Wasser durch die Eiweisslösung. Man sieht aber aus dieser Tabelle, dass von den Aenderungen des Brechungscoefficienten in Folge des Eiweissgehaltes des Harnes weniger zu erwarten sein wird, als für den Zuckergehalt bei der Zuckerharnruhr.

Zwei Proben von Eiweisssharn kranker Menschen, die mir Herr Prof. Quincke gefälligst mittheilte, wurden zuerst auf ihre Eigenschwere und ihren Brechungscoefficienten untersucht, dann gekocht, das ausgeschiedene Eiweiss in einem vorher getrockneten und gewogenen Filtrum gesammelt und trocken dem Gewichte nach bestimmt, endlich zuletzt das vollkommen klare und gelbliche Filtrat abermals untersucht.

XIII. Eiweisshaltiger Harn des Menschen.

Nummer.	Krankheit und Beschaffenheit des Harnes.	Frischer Harn.		Eiweiss pro cm.	Filtrat des gek. Harnes.	
		Eigen- schwere.	Brechungs- coefficient.		Eigen- schwere.	Brechungs- coefficient.
89	Chron. Nierenentzünd. Harn fast klar.	1,0312	1,3406	0,296	— —	1,3381
90	Lustseuche u. Nierenentzünd. Harn trüb.	1,0193	1,3436	0,191	1,0185	1,3395

Die verschiedenen Schriftsteller geben nach Martin Solon¹⁾

1) M. Solon. De l'Albuminurie ou Hydropisie causée par maladie des reins. Paris. 1838. 8. p. 217. 218.

1,005 bis 1,032 für die Eigenschwere des Eiweissharns an. Nr. 89 würde hiernach zu den schwersten Urinen der Art gehört haben. Die Brechungscoefficienten von Nr. 89 und 90 erscheinen keineswegs hoch. Ihr Werth nahm nach der Ausscheidung des Eiweisses trotz der das Kochen begleitenden Wasserverdunstung merklich ab.

Obleich ich den Grad, den der feste Strich an der Trommel bezeichnete, wenn die Ausgleichungsgrenze möglichst farblos war, in allen angeführten Beobachtungen aufgezeichnet habe, so unterliess ich es doch, sie einzeln anzuführen, weil sie immer zwischen 40,5 und 41,2 schwankten. Das Mittel betrug 40,8. Da die Brechungscoefficienten der Urine zwischen 1,335 und 1,355 lagen, so glich die Farbenzerstreuung von D bis F einem Werthe von 0,0059 bis 0,0051, also nur wenig mehr, als der des reinen Wassers.

Die in dieser Abhandlung mitgetheilten Erfahrungen lehren:

1. Die von verschiedenen Tageszeiten stammenden Harnproben eines gesunden Menschen zeigten 1,3403 als kleinsten und 1,3443 als grössten Durchschnittswerth des Brechungscoefficienten. Eine Eigenschwere von 1,0108 entsprach dem ersten und eine solche von 1,0236 dem zweiten Werthe (Nr. 36 bis 45). Es ist jedoch zu bemerken, dass hin und wieder auch Urine von sehr geringer Eigenschwere grössere Werthe des Brechungscoefficienten liefern. Mein Morgenharn von 1,0140 sp. G. gab z. B. 1,3439. (Nr. 77.)

2. Der filtrirte und in Folge dessen vollkommen klare Urin des Pferdes hatte durchschnittlich 1,3492 als Brechungscoefficienten bei 1,0323 Eigenschwere, der Schafsharn 1,3466 und der Kaninchenharn 1,3445. (Nr. 49 bis 51.) Der frische aus der Harnblase eines Frosches genommene Urin gab 1,3419.

3. Vergleicht man diese Werthe mit denen von Kochsalzlösungen verschiedener Dichtigkeit, so ergibt sich, dass die Brechungscoefficienten des Harns der Menschen und der erwähnten Pflanzenfresser ungefähr mit denen einer 4- bis 8procentigen Kochsalzlösung, deren Dichtigkeit zwischen 1,03 und 1,06 liegt, übereinstimmen. Die Parallele mit einer Traubenzuckerlösung liefert nahezu 5 bis $10\frac{1}{2}\%$, so dass im allgemeinen dieser Körper das Licht schwächer bricht, als die Gesamtsumme der in dem Harne gelösten Massen.

4. Einzelne andere Flüssigkeiten des Thierkörpers besitzen höhere Brechungscoefficienten, als der Harn. Ganz frische Ochsen-galle, die keine Filtration nöthig hatte, zeigte 1,3505 bei 1,0238

sp. G., also bedeutend mehr, als der Menschenharn von fast der gleichen Eigenschwere. (z. B. Nr. 45.) Die Schafgalle hatte 1,3514 und die Froschgalle 1,3610, also noch mehr, als die Rindsgalle.

Es liesse sich erwarten, dass thierische Flüssigkeiten, denen Festgebilde als mechanische Bestandtheile beigemischt sind, bedeutende Schwankungen ihrer Brechungscoefficienten je nach der Menge und der Vertheilung der in ihnen aufgeschwemmten Körperchen darbieten werden. Das Blut und das Blutserum zeigen aber im Ganzen nur verhältnissmässig geringe Unterschiede. Frisches noch nicht geronnenes Blut, das der äusseren Drosselvene eines eben getödteten Pferdes entnommen worden, gab einen Durchschnittswerth des Brechungscoefficienten von 1,3547; ebenfalls ganz frisches Carotidenblut desselben Pferdes 1,3546. Young ¹⁾ berechnete schon 1,354 für Menschenblut. Das aus dem Herzen einer 4 bis 5 Tage alten Leiche entnommene Blut, an dem sich keine Beimischung anderer Flüssigkeiten äusserlich verrieth und das sich rasch an der Luft hellroth färbte, gab nur 1,3526 als Durchschnittsgrösse. Das hell gelbrothe, also weit weniger Blutkörperchen enthaltende Serum jenes Venenblutes zeigte 1,3532 und das jenes Arterienblutes 1,3538, so dass das Fortfallen des grössten Theiles der Blutkörperchen nur Unterschiede von 0,0015 bis 0,0016 erzeugte.

Frisches geschlagenes Rindsblut hatte 1,3548 bei einer Eigenschwere von 1,0584. Das Blut des Schafes lieferte 1,3559 und das eines jungen Delphinus Delphis 1,3573. Der Werth des aus der Herzkammer eines eben getödteten ersten Frosches entnommenen Blutes betrug 1,3467 und der eines zweiten 1,3463. Beide Thiere waren den ganzen Winter über in einem dunklen Behälter ohne Verabreichung von Nahrung aufbewahrt worden. Ein drittes Thier der Art hatte nur 1,3399.

5. Das Kochen macht den Harn dichter in Folge der Wasserverdunstung und erhöht deshalb auch den Brechungscoefficienten. Dieser wuchs aber nur um $\frac{1}{669}$ des ursprünglichen Werthes, während sich die Eigenschwere um $\frac{1}{125}$ vergrösserte. (Nr. 52. 53.)

6. Schied sich ein reichlicher harnsäurehaltiger Niederschlag nach der Einnahme von Chloral aus, so nahm die Eigenschwere des Urins nach der Entfernung der mechanischen Gemengtheile um $\frac{1}{1022}$ und der Brechungscoefficient um $\frac{1}{1119}$ ab. (Nr. 55. 56.)

1) Beer a. a. O. S. 442.

7. Liess ich normalen Menschenharn ungefähr drei Wochen lang in einer verkorkten Flasche stehen, so erzeugten sich in einem Falle schon nach acht Tagen weisse Massen an der Oberfläche, die aus verfilzten Schimmelfäden bestanden und hier und da mit Harnsäurekrystallen bedeckt waren. Die ersten Spuren solcher Bildungen erschienen erst nach drei Wochen in einem zweiten Harne. Der erste Urin war zuletzt äusserst schwach sauer, der andere dagegen stärker sauer und tiefer bräunlich gelb gefärbt. Die Eigenschwere von jenem ging nur von 1,0207 auf 1,0196 während 23 Tagen herunter. Dieser Werth wurde schon nach 43 Stunden erreicht. Der mittlere Brechungscoefficient fiel von 1,3433 auf 1,3424, also verhältnissmässig weniger, bot aber den höheren Werth 1,3447 nach $15\frac{1}{2}$ Tagen dar. (Nr. 58 bis 61.) Die Eigenschwere des zweiten Harns sank von 1,0236 bis 1,0223 innerhalb 21 Tagen. Der Brechungscoefficient fiel von 1,3443 auf 1,3430, zeigte aber wiederum 1,3454 nach $13\frac{1}{3}$ Tagen. (Nr. 63 bis 66.) Der Ablenkungsindex des Pferdeharnes nahm während 21 Tagen von 1,3492 bis 1,3473 ab, zeigte aber gerade in diesem Minimum eine Erhöhung im Vergleich zu dem nach 13 Tagen vorhandenen Werthe von 1,3543. (Nr. 67 bis 70.)

Wir sehen hieraus, dass die während drei Wochen eintretende Zersetzung des Harns die Eigenschwere wenig und den Brechungscoefficienten noch weniger und zwar nicht in fortwährender Abnahme, sondern in Auf- und Niedergängen änderte. Ich habe die gleiche Erscheinung an dem faulenden Blute, dem Blutserum und der Galle wahrgenommen, vorausgesetzt natürlich, dass man diese mehrere Wochen aufbewahrten Flüssigkeiten vor Verdunstung möglichst schützt. Nur eine Probe von Rindsgalle hatte die gleiche Eigenschwere von 0,0261 nach 360 und nach 502 Stunden, dagegen 1,3526 als Brechungscoefficienten mit zu ersterer und 1,3002 zu letzterer Zeit.

8. Die Angabe, dass der Zuckergehalt des Zuckerharnes bis auf 16% steigen könne, bewog mich immer wachsende Mengen reinen Traubenzuckers bis zu diesem Gehalte normalem Urin beizumischen. Die Eigenschwere stieg dann von 1,0140 bis 1,0643 und der Brechungscoefficient von 1,3439 auf 1,3607, also ebenfalls bedeutend, obwohl weniger auffallend als das specifische Gewicht. Die Ergebnisse, welche die Eigenschwere liefert, könnten also durch genaue Refractometerbeobachtungen in Krankheitsfällen unterstützt werden.

9. Ein ähnlicher Ausspruch scheint für den Eiweissgehalt des Harnes nicht zu gelten. Die Brechungscoefficienten zeigten wenigstens sehr geringe Unterschiede, wenn man allmählig steigende Mengen einer wässrigen Eiweisslösung zu normalem Harn setzte, dadurch auch den Wassergehalt erhöhte und die Eigenschwere zuletzt hinunterging. (Nr. 83 bis 88.) Wurde das Eiweiss aus dem Eiweissarn kranker Menschen durch Kochen gefällt, so sank der Brechungscoefficient in Folge dieses Umstandes trotz der durch die Siedhitze eingeleiteten Verdunstung so sehr, dass selbst weniger genaue refractometrische Bestimmungen den Unterschied anzeigen konnten. (Nr. 89. 90.)

10. Hat man einen Körper, der während der Untersuchung aus dem flüssigen in den festen Zustand überzugehen anfängt, zwischen den Prismen des Refractometers, so verräth dieses sogleich die Dichtigkeitsänderung durch die Erhöhung des Brechungsindex. Man sieht dieses z. B. an Canadabalsam, wenn er erst bei dem Erwärmen flüssig wird und bei der Berührung der Fluitglasprismen erkaltet. Eine dünne Schicht von Froschsamem, die einzutrocknen anfängt, kann das Gleiche darbieten.

11. Die Brechungscoefficienten der bis jetzt untersuchten thierischen Flüssigkeiten nehmen im Allgemeinen zu, wenn die Eigenschwere wächst. Man stösst aber auch auf Fälle, in denen sich die mechanische und die optische Dichtigkeit in entgegengesetztem Sinne ändern. (Nr. 41. 42 und 43. 44.) Die Beimischung von 1% bis 16% Eiweiss in Form einer wässrigen Lösung zum Harn hatte zur Folge, dass die Eigenschwere von 1,0129 auf 1,0115 sank, der Brechungscoefficient dagegen von 1,3425 auf 1,3441 stieg.

12. Der Unterschied des Brechungscoefficienten der F- und der D-Linie oder die innerhalb dieser Grenzen liegende Farbenzerstreuung der bisher geprüften thierischen Flüssigkeiten ist nur wenig höher, als die des Wassers. Das Refractometer ergab durchschnittlich 0,0048 für dieses. Die gleichen Werthe der verschiedensten thierischen Flüssigkeiten dürften nicht weit von 0,0051 bis 0,0059 entfernt sein.

Einzelne der oben verzeichneten ätherischen Oele verhielten sich in dieser Hinsicht ganz anders. Bergamottöl z. B. gab 0,0102; Anisöl 0,0180; Cassiaöl 0,0267 und Zimmtöl 0,02700. Man hatte also hier eine ungefähr zwei bis fünf Mal so grosse Farbenzerstreuung, als in den bis jetzt untersuchten thierischen Flüssigkeiten.