VI. *Bemerkungen über die Polpunkte eines Magnets; von Eduard Riecke.*

(Der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen mitgetheilt
den 22. Mai 1872.)

Wenn wir die Wirkung eines magnetischen Körpers auf einen außerhalb desselben gelegenen Punkt betrachten, so können wir uns die Aufgabe stellen, ein System von zwei magnetischen Polen so zu bestimmen, daß es auf den betrachteten Punkt dieselbe Wirkung ausübe wie der gegebene Magnet. Diese Aufgabe wird zunächst eine unendliche Zahl von Lösungen zulassen; zu einer bestimmten wird sie erst, wenn wir an das System der Pole noch die folgenden Anforderungen stellen.

1. *Die in denselben vereinigt gedachten Massen sollen gleich groß aber entgegengesetzt seyn.*

2. *Das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systemes soll gleich seyn dem magnetischen Moment des gegebenen Körpers.*

3. *Die beiden Pole sollen auf einer gegebenen geraden Linie, z. B. der magnetischen Axe des Körpers, symmetrisch zu einem auf dieser Axe gegebenen Punkte etwa dem Mittelpunkte des Magnets gelegen seyn.*

Unbestimmt bleibt dann nur noch der Abstand der beiden Pole von einander und zur Bestimmung dieses Abstandes wird die zu Anfang gestellte Bedingung genügen, daß die Wirkung der beiden Pole für einen gegebenen äußeren Punkt identisch seyn soll mit der Wirkung des gegebenen Magnets.

Aus dieser letzten Bedingung ergibt sich unmittelbar, daß die Lage der Pole abhängt von der Lage des gegebenen äußeren Punktes, daß also im allgemeinen für jeden anderen gegebenen Punkt die Lage der Pole eine andere seyn wird, wie dieß Lamont, Handbuch des Magnetismus S. 295, für den Fall eines Linearmagnetes weiter ausgeführt hat.

Von practischer Bedeutung ist die Frage nach den Polpunkten besonders in zwei Fällen magnetischer oder galvanischer Maafsbestimmung, einmal bei der Bestimmung eines Stabmagnetismus aus der Ablenkung einer Magnetnadel, und dann bei der Bestimmung einer Stromstärke mit der Tangentenbussole; es erschien deshalb nicht ohne Interesse, diese beiden Fälle etwas eingehender zu behandeln.

Die Voraussetzungen, von denen wir hierbei ausgehen werden, sind folgende.

1. *Der betrachtete Magnet, gleichgültig ob Ablenkungsstab, oder Nadel einer Tangentenbussole besitzt drei zu einander senkrechte Symmetrieebenen.*

2. *Die ideale Vertheilung des Magnetismus an der Oberfläche des Magnets sey symmetrisch gegen dieselben drei Ebenen, so dafs der mit negativer magnetischer Masse belegte Theil der Oberfläche des Magnets von dem mit positiver Masse belegten durch eine der Symmetrieebenen geschieden wird.*

3. *Die Entfernung derjenigen Punkte oder Stromelemente, für welche die zugehörigen Polpunkte des Magnets bestimmt werden sollen von dem Mittelpunkt des letzteren sey so grofs, dafs die fünften Potenzen der Dimensionen des Magnets vernachlässigt werden können, gegen die fünfte Potenz jener Entfernung.*

I. Pole eines Ablenkungsmagnetes.

Den Mittelpunkt des Magnets machen wir zum Mittelpunkt, die Symmetrieaxen zu Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems, durch dessen yz -Ebene die mit entgegengesetzter magnetischer Masse belegten Theile der Oberfläche der Nadel von einander getrennt seyn mögen; es wird dann die x -Axe des Systems zusammenfallen mit der magnetischen Axe des Magnets. Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf die Wirkung, welche der Magnet ausübt auf einen in der xy -Ebene gelegenen Punkt mit den Coordinaten $a b$. Irgend ein Punkt der Ober-

fläche des Magnets sey belegt mit der nordmagnetischen Masse μ . Das Potential dieser Masse auf den Punkt P ist dann gleich

$$\frac{\mu}{r}$$

wo

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + z^2.$$

Führen wir an Stelle der rechtwinkligen Coordinaten Polarcoordinaten ein durch die Gleichungen:

$$x = \varrho \cos \vartheta \cos \varphi \quad a = e \cos \alpha$$

$$y = \varrho \cos \vartheta \sin \varphi \quad b = e \sin \alpha$$

$$z = \varrho \sin \vartheta$$

und setzen wir:

$$\cos \vartheta \cdot \cos (\alpha - \varphi) = u,$$

so ergibt sich durch Entwicklung nach Potenzen von $\frac{\varrho}{e}$ für das Potential der Werth

$$\frac{\mu}{e} \left\{ 1 + \frac{\varrho}{e} P^1(u) + \frac{\varrho^2}{e^2} P^2(u) + \frac{\varrho^3}{e^3} P^3(u) + \frac{\varrho^4}{e^4} P^4(u) \right\},$$

wo P^1, P^2, P^3, P^4 Kugelfunctionen erster bis vierter Ordnung von u .

Dem Punkte xyz mit der Masse μ diametral gegenüber liegt auf der Oberfläche des Magnets ein Punkt mit den Coordinaten $-x, -y, -z$ und der Masse $-\mu$. Für das Potential dieses Punkts auf den Punkt P ergibt sich der Werth

$$- \frac{\mu}{e} \left\{ 1 + \frac{\varrho}{e} P^1(-u) + \frac{\varrho^2}{e^2} P^2(-u) + \frac{\varrho^3}{e^3} P^3(-u) + \frac{\varrho^4}{e^4} P^4(-u) \right\}.$$

Das von den beiden Punkten zusammengenommen auf den Punkt P ausgeübte Potential ist demnach

$$\frac{2\mu}{e} \left\{ \frac{\varrho}{e} P^1(u) + \frac{\varrho^3}{e^3} P^3(u) \right\}.$$

Bilden wir diesen Ausdruck für sämmtliche auf der Oberfläche des Magnets vertheilte nordmagnetische Massen μ und addiren wir alle so erhaltenen Terme, so erhalten wir das von der gesammten Oberflächenbelegung,

oder von dem Magnete selbst ausgeübte Potential. Es ergibt sich demnach für dieses Potential der Werth

$$W = \frac{2}{e^2} \sum \mu \varrho P^1(u) + \frac{2}{e^4} \sum \mu \varrho^3 P^3(u),$$

wo die Summen sich erstrecken über die ganze mit nord-magnetischem Fluidum bedeckte Hälfte der Oberfläche; eine weitere Ausführung dieser Summen mit Rücksicht auf die vorausgesetzten Symmetrieverhältnisse giebt:

$$\begin{aligned} \sum \mu \varrho P^1(u) &= 4 \cos \alpha \sum \mu x \\ \sum \mu \varrho^3 P^3(u) &= \\ &= \cos \alpha \left\{ \begin{aligned} &(10 \cos^2 \alpha - 6) \sum \mu x^3 \\ &+ (30 \sin^2 \alpha - 6) \sum \mu x y^2 \\ &- 6 \sum \mu x z^2 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

wo die Summen nur noch über denjenigen Theil der Oberfläche des Magnets zu erstrecken sind, welcher innerhalb des durch die positiven Zweige der Coordinatenaxen gebildeten Oktanten liegt.

Setzen wir an Stelle des gegebenen Magnets zwei magnetische Pole mit den Massen M und $-M$, welche zu beiden Seiten des Mittelpunkts in dem Abstände $2L$ auf der x -Axe gelegen sind, so ist das Potential derselben auf den Punkt P

$$V = \frac{2}{e^2} M L P^1(\cos \alpha) + \frac{2}{e^4} M L^3 P^3(\cos \alpha).$$

Die beiden Potentiale V und W werden identisch seyn, wenn in den für dieselben gegebenen Ausdrücken die Coëfficienten der entsprechenden Potenzen von e gleich sind, wir erhalten demnach die Beziehungen:

$$\text{I. } M L P^1(\cos \alpha) = \sum \mu \varrho P^1(u)$$

$$\text{II. } M L^3 P^3(\cos \alpha) = \sum \mu \varrho^3 P^3(u)$$

aus welchen sich die Werthe von M und L bestimmen lassen.

Führen wir an Stelle von $P^1(\cos \alpha)$ und $P^3(\cos \alpha)$ die bekannten Werthe dieser Funktionen, an Stelle der auf der rechten Seite befindlichen Summen die oben gegebene

nen Ausdrücke ein, so reducirt sich die erste Gleichung auf:

$$\text{I'. } ML = 4 \sum \mu x,$$

d. h. die erste Gleichung ist identisch mit der von uns zu Anfang gestellten Forderung, daß das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systemes gleich seyn soll dem Moment des gegebenen Magnets. Durch Elimination von M ergibt sich dann für Bestimmung von L

$$\text{II'. } L^2 = \frac{\sum \mu x^3}{\sum \mu x} - 3 \frac{5 \sin^2 \alpha - 1}{5 \sin^2 \alpha - 2} \cdot \frac{\sum \mu xy^2}{\sum \mu x} \\ + \frac{3}{5 \sin^2 \alpha - 2} \cdot \frac{\sum \mu xz^2}{\sum \mu x}.$$

Hat der betrachtete Magnet insbesondere die Gestalt eines Rotationskörpers, welcher die x -Axe zur Rotationsaxe hat, so ist:

$$\sum \mu xy^2 = \sum \mu xz^2$$

und es ergibt sich dann:

$$L^2 = \frac{\sum \mu x^3}{\sum \mu x} - 3 \frac{\sum \mu xy^2}{\sum \mu x}.$$

Wir können die in diesen Formeln enthaltenen Resultate folgendermaßen zusammenfassen.

Um den Mittelpunkt des Magnets beschreiben wir in einer durch seine Axe hindurch gehenden Symmetrieebene einen Kreis mit einem solchen Halbmesser R , daß die fünfte Potenz der Länge des Magnets vernachlässigt werden kann gegen die fünfte Potenz von R .

Mit Bezug auf alle außerhalb des Kreises R auf einem durch den Mittelpunkt des Magnets gezogenen Radius liegenden Punkte können wir dann den Magnet ersetzen durch ein und dasselbe Paar magnetischer Pole, dagegen ändert sich die Lage der Polpunkte mit der Richtung der Radien.

Nur wenn der betrachtete Magnet die Gestalt eines Rotationskörpers besitzt, dessen Axe mit der magnetischen Axe zusammenfällt, ist die Lage der Polpunkte unabhängig von der Richtung der Radien, das Polpaar also für sämt-

liche außerhalb des Kreises R liegenden Punkte ein und dasselbe.

Für ein gleichförmig magnetisirtes Ellipsoid z. B. ergibt sich für Bestimmung der Lage der Polpunkte die Gleichung

$$L^2 = \frac{3}{5} a^2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{5 \sin^2 \alpha - 1}{5 \sin^2 \alpha - 2} b^2 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5 \sin^2 \alpha - 2} c^2,$$

wobei vorausgesetzt ist, daß die magnetische Axe des Ellipsoides zusammenfällt mit der Hauptaxe a , und daß der betrachtete äußere Punkt in der Ebene der Axen a, b gelegen ist

Insbesondere wird für $b = c$

$$L^2 = \frac{3}{5} (a^2 - b^2).$$

II. Vergleichung der vorhergehenden Sätze mit den Resultaten der experimentellen Bestimmung der Pole eines Magnets von elliptischer Gestalt.

Betrachten wir die Gleichung, durch welche nach dem Vorhergehenden der Abstand L der Pole von dem Mittelpunkt eines symmetrisch gestalteten Magnets bestimmt wird, so leuchtet ein, daß bei Stabmagneten, welche im Verhältniß zu ihrem Querschnitte eine beträchtliche Länge besitzen, die beiden letzten Glieder der rechten Seite im Verhältniß zu dem ersten kleine Werthe besitzen werden; denn bei einem solchen Stabe ist der freie Magnetismus hauptsächlich angehäuft an den beiden Endflächen, und für die Punkte der Endflächen sind die Coordinaten y und z verhältnißmäßig klein gegen die Abscisse x . Es wird demnach bei einem Stabmagnete von gestreckter Gestalt der Abstand der Pole von dem Mittelpunkt desselben wesentlich bestimmt seyn durch das erste Glied unserer Formel und wir werden daher mit Rücksicht auf die Unsicherheit mit der die Polbestimmungen der Natur der Sache nach behaftet sind, mit genügender Annäherung setzen können:

$$L^2 = \frac{\sum \mu x^3}{\sum \mu x}.$$

Wir sehen, die Lage der Pole ist in diesem Falle unabhängig von dem Winkel α , die Pole sind für sämtliche außerhalb des Kreises R liegenden Punkte dieselben. Es erschien deshalb um eine Vergleichung der vorhergehenden Sätze mit den Resultaten der Beobachtung zu erhalten, zweckmässig, einen Magnet zu benutzen, dessen Länge nicht zu groß war gegenüber den Dimensionen seines Querschnitts. Im hiesigen physikalischen Institut befindet sich ein Stahlspiegel von elliptischer Gestalt, dessen große Halbachse 26,75 Millim., dessen kleine Halbachse 20,75 Millim. misst, bei welchem sich also eine ziemlich beträchtliche Abhängigkeit der Lage der Pole von dem Winkel α von vornherein erwarten ließ. Außerdem schien eine Bestimmung der Pole bei diesem elliptischen Magnet auch deshalb von Interesse, weil Magnete von ähnlich abnormer Gestalt häufig bei Tangentenbussolen und Multiplicatoren benutzt werden.

Um eine möglichst symmetrische Vertheilung des Magnetismus zu erreichen, wurde die elliptische Stahlscheibe mit ihrer großen Axe zwischen die entgegengesetzten Pole zweier cylindrischer und vollkommen gleicher Elektromagnete gebracht, so daß die Enden der großen Axe von den Polen berührt wurden, und daß die Axen der beiden cylindrischen Elektromagnete mit der großen Axe der Ellipse sich in einer und derselben Richtung befanden. Es wurde nun bei diesem elliptischen Magnet die Bestimmung der Pole ausgeführt für zwei verschiedene Richtungen, einmal für die Richtung der kleinen Axe der Ellipse, dann für die Richtung der großen Axe; hierbei konnte die magnetische Axe als zusammenfallend betrachtet werden mit der Richtung der großen Axe. Die Bestimmung selbst geschah in bekannter Weise durch die Beobachtung der Ablenkungen, welche eine in der betreffenden Richtung in verschiedener Entfernung aufgehängte Magnetnadel durch den elliptischen Magnet erfuhr, wenn die große Axe desselben gegen den magnetischen Meridian senkrecht gerichtet war.

Es möge beispielsweise die Bestimmung der Pole für die Richtung der kleinen Axe des Magnets etwas weiter ausgeführt werden. In der Mitte einer hölzernen in nörd-südlicher Richtung aufgestellten Schiene war ein kleiner kreisförmiger Magnetspiegel aufgehängt, von 25 Millim. Durchmesser, dessen Ablenkungen durch Fernrohr und Scala beobachtet wurden; die Entfernung des Spiegels von der Scala betrug 1966 Scalentheile. Auf der Schiene waren in gemessenen Entfernungen von ihrem Mittelpunkt und symmetrisch zu diesem südlich und nördlich drei Ellipsen gezeichnet, in welche die gegebene Scheibe genau eingelegt werden konnte.

Bezeichnen wir diese Ellipsen von der südlichsten an mit den Zahlen 1 bis 6, so hatte die Entfernung ihrer Mittelpunkte die Werthe:

600,01	Millim.	für die Ellipsen	1 und 6
580,01	"	"	2 und 5
400,01	"	"	3 und 4.

Als der Magnet successive in die Ellipsen 1 bis 6 eingelegt wurde, ergaben sich folgende Ablenkungen: in Scalentheilen:

Ellipse	1	Ablenkung	175,5
"	2	"	343,4
"	3	"	600,4
"	4	"	600,6
"	5	"	344,2
"	6	"	175,7.

Die Uebereinstimmung der den symmetrischen Stellungen des Magnets entsprechenden Ablenkungen zeigt, daß der Magnetspiegel sich sehr nahezu in der Mitte der beiderseits sich entsprechenden Ellipsen befand. Bezeichnen wir durch r_1 , r_2 und r_3 die Hälften der Entfernungen, welche die Mittelpunkte der Ellipsen 1 und 6, 2 und 5, 3 und 4 von einander besitzen, so entsprechen demnach den Entfernungen r_1 , r_2 und r_3 des elliptischen Magnets von der Nadel die Ablenkungen in Scalentheilen

$$n_1 = 176,6; n_2 = 343,8; n_3 = 600,5,$$

aus welchen die Ablenkungswinkel selbst ohne weiteres berechnet werden können. Die Berechnung des Polabstandes geschieht, wenn wir durch r und r' irgend zwei Entfernungen, durch φ und φ' die ihnen entsprechenden Ablenkungswinkel bezeichnen, nach der Formel

$$L^2 = \frac{2}{3} \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi - r'^3 \operatorname{tg} \varphi'}{r^{1.5} \operatorname{tg} \varphi - r'^{1.5} \operatorname{tg} \varphi'} \cdot r^2 r'^2.$$

Nach dieser Formel ergeben sich aus den obigen Beobachtungen zwei Werthe für den Polabstand L , indem das einemal die Werthepaare r_1, φ_1 und r_2, φ_2 , das anderemal die Werthepaare r_1, φ_1 und r_3, φ_3 combinirt werden; die erstere Combination gab:

$$L = 19,108,$$

die zweite

$$L = 19,102.$$

Eine Wiederholung dieser Beobachtung durch Hrn. Schrader führte zu den weniger übereinstimmenden Werthen:

$$L = 23,9 \text{ und } L = 19,7.$$

In derselben Weise wurde die Bestimmung der Pole nun auch durchgeführt für die Richtung der großen Axe des elliptischen Magnets, wobei die Schiene in eine ost-westliche Richtung gebracht, der Magnet in gleichen Entfernungen östlich und westlich von der Nadel aufgelegt wurde. Aus zwei den Entfernungen r und r' entsprechenden Ablenkungen φ und φ' ergab sich dann der Polabstand L nach der Formel

$$L^2 = \frac{1}{2} \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi - r'^3 \operatorname{tg} \varphi'}{r^{1.5} \operatorname{tg} \varphi - r'^{1.5} \operatorname{tg} \varphi'} \cdot r^2 r'^2.$$

Es führten hier nun alle Beobachtungen übereinstimmend auf einen imaginären Werth für den Polabstand L ; wenn wir also die Wirkung betrachten, welche unser elliptischer Magnet ausübt auf Punkte, die in der Richtung seiner Axe gelegen sind, so gibt es keine reellen auf der Axe liegenden Pole mehr, welche mit dem Magnet in seiner Wirkung auf jene Punkte äquivalent wären.

Hr. Schrader fand aus einer Beobachtungsreihe für L die Werthe

$$L = 25,9 \cdot \sqrt{-1} \text{ und } L = 22,7 \cdot \sqrt{-1}.$$

Eine andere Reihe von Beobachtungen gab:

$$L = 23,4 \cdot \sqrt{-1} \text{ und } L = 21,1 \cdot \sqrt{-1}.$$

Es tritt also bei dem betrachteten elliptischen Magnet der extreme Fall ein, daß die Gleichungen, durch welche der Abstand L der Polpunkte vom Mittelpunkt bestimmt wird, für die Richtung senkrecht zur Axe auf reelle Werthe von L führen, während sie für die Richtung der Axe selbst imaginäre Werthe von L und demgemäfs auch imaginäre Pole geben; ein Verhalten, durch welches der eine der von uns gegebenen Sätze eine evidente Bestätigung erhält; indessen dürften sich die Resultate der Beobachtung auch in genügender Uebereinstimmung mit dem zweiten Satze befinden, daß für Punkte, welche einem und demselben vom Mittelpunkt ausgehenden Radius angehören, das mit dem gegebenen Magnet äquivalente Polpaar ein und dasselbe ist.

III. Pole der Nadel einer Tangentenbussole.

Den Mittelpunkt des Stromkreises machen wir zum Mittelpunkt eines mit demselben fest verbundenen Coordinatensystemes, x, y, z , dessen xy -Ebene mit der Ebene des Kreises zusammenfällt, die x -Axe denken wir uns horizontal, die y -Axe vertikal nach oben gerichtet, letztere sey gleichzeitig die Axe, um welche sich die im Mittelpunkte des Kreises aufgehängte Nadel dreht. Mit der Nadel denken wir uns fest verbunden ein Coordinatensystem ξ, η, ζ , dessen Axen zusammenfallen mit den Symmetrieaxen derselben. Die Ebene $\eta\zeta$ möge wiederum die mit entgegengesetztem Fluidum bedeckten Hälften der Nadeloberfläche von einander trennen.

Wir setzen voraus, daß die Nadel so in der Mitte des Stromkreises aufgehängt sey, daß ihr Mittelpunkt mit

dem Mittelpunkt des letzteren zusammenfällt, und daß die Axe η des mit ihr verbundenen Coordinatensystems zusammenfällt mit der Drehaxe y .

Nehmen wir auf der Oberfläche der Nadel zwei diametral gegenüberliegende Punkte, so werden diese mit gleicher aber entgegengesetzter magnetischer Masse belastet seyn und wir erhalten für das Drehungsmoment, welches der von einem Strome von der Stärke 1 durchflossene Kreis auf die beiden Punkte zusammengenommen ausübt, den Werth:

$$\frac{4\pi}{r} \mu x + \frac{4\pi}{r^3} \{ \mu x \varrho^2 - 5 \mu x z^2 \},$$

wo r der Halbmesser des Stromkreises, x, y, z die Coordinaten des betrachteten Punktes der Oberfläche in dem mit dem Kreis fest verbundenen System, ϱ seine Entfernung vom Mittelpunkte, und μ die in ihm vorhandene magnetische Masse.

Das auf die ganze Nadel ausgeübte Drehungsmoment wird:

$$D = \frac{4\pi}{r} \sum \mu x + \frac{4\pi}{r^3} \{ \sum \mu x \varrho^2 - 5 \sum \mu x z^2 \},$$

wo die Summe über die ganze mit positivem Fluidum bedeckte Hälfte der Nadeloberfläche zu erstrecken ist.

Führen wir an Stelle der Coordinaten x, y, z die Coordinaten ξ, η, ζ und den Ablenkungswinkel α der magnetischen Axe ξ aus der Ebene des Stromkreises ein, so wird:

$$D = \frac{16\pi}{r} \cdot \cos \alpha \sum \mu \xi + \frac{12\pi}{r^3} \cos \alpha \cdot \left\{ (1 - 5 \sin^2 \alpha) \sum \mu \xi^3 + \sum \mu \xi \eta^2 \right. \\ \left. + (15 \sin^2 \alpha - 4) \sum \mu \xi \zeta^2 \right\}$$

Ersetzen wir andererseits die Nadel durch zwei auf der Axe ξ gelegene Pole im Abstände L vom Mittelpunkte, so ergibt sich für das auf das System dieser beiden Pole M und $-M$ ausgeübte Drehungsmoment

$$D = \frac{4\pi}{r} \cos \alpha M L \\ + \frac{3\pi}{r^3} \cos \alpha M L^3 (1 - 5 \sin^2 \alpha).$$

Die beiden Momente sind gleich, wenn die Coëfficienten der entsprechenden Potenzen von r gleich sind, wir erhalten somit die Beziehungen:

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad M L &= 4 \sum \mu \xi \\ \text{II.} \quad M L^3 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \\ &= 4 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \sum \mu \xi^3 \\ &\quad + 4 \sum \mu \xi \eta^2 \\ &\quad + 4 (15 \sin^2 \alpha - 4) \sum \mu \xi \zeta^2 \end{aligned}$$

Die erste dieser Gleichungen ist wieder identisch mit der Bedingung, daß das magnetische Moment des von den beiden Polen gebildeten Systems gleich seyn soll dem Moment der gegebenen Nadel; für den Abstand der Pole ergibt sich dann:

$$L = \frac{\sum \mu \xi^3}{\sum \mu \xi} + \frac{1}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sum \mu \xi \eta^2}{\sum \mu \xi^2} \\ + \frac{15 \sin^2 \alpha - 4}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sum \mu \xi \zeta^2}{\sum \mu \xi}.$$

Für den Fall eines Rotationskörpers ist wieder:

$$L^2 = \frac{\sum \mu \xi^3}{\sum \mu \xi} - 3 \frac{\sum \mu \xi \eta^2}{\sum \mu \xi}.$$

Wir sehen also, daß bei der Nadel einer Tangentenbussole die Lage der Pole im allgemeinen abhängt von dem Ablenkungswinkel; hat dagegen die Nadel die Gestalt eines Rotationskörpers, so sind die Pole für alle Ablenkungswinkel ein und dieselben, und sie sind in diesem Falle identisch mit den Polen der als Ablenkungsstab benutzten Nadel.

Für ein dreiaxiges gleichförmig magnetisirtes Ellipsoid ergibt sich:

$$L^2 = \frac{3}{5} a^2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot b^2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{15 \sin^2 \alpha - 4}{1 - 5 \sin^2 \alpha} \cdot c^2$$

und für $b = c$

$$L^2 = \frac{3}{5} (a^2 - b^2).$$