V.

Hauptsächliche Erklärung eines pneumatischen Paradoxon,

vom

Commissionsrath BUSSE,

Prof. der Math. und Physik in Freiberg.

„Aeusserst merkwürdig ist die Erfahrung, die der
 „berühmte englische Eisenhüttenmeister, Herr
 „John Wilkinfon, vor mehrern Jahren zufälli-
 „ger Weise gemacht hat, und zu deren Erklärung
 „unfre gegenwärtige Pneumatik ganz unzulänglich
 „ist. Er gerieth auf den Einfall, einen Bach mit
 „einem starken Gefälle, zur Betreibung eines Hohl-
 „ofens zu benutzen, welcher 5000 Fufs, (unge-
 „fähr eine englische Meile,) von der Stelle entfernt
 „war. In dieser Absicht bauete er ein groses ober-
 „schlächtiges Rad mit einer vollständigen Cylinder-
 „maschine, und führte eine Windleitung von 12
 „Zoll weiten, gegossenen, eisernen Röhren von
 „der Maschine gerade nach dem Ofen. Als nun
 „die ganze Anlage vollendet war, und man das erste
 „Mahl Wasser aufs Rad schlug, zeigte sich zum
 „grossen Erstaunen aller Gegenwärtigen, daß die
 „zusammen gepresste Luft durch die kleinsten Oeff-
 „nungen und Fugen, vorzüglich aber durch ein
 „mit Gewicht beschwertes Ventil, (*waste valve*,)
 „an der Maschine selbst, entwichte, indeß aus der

„Oeffnung am entfernten Ende der Röhrenleitung,
 „durch ein vorgehaltenes Licht nicht einmahl die
 „geringste Bewegung zu bemerken war! — Man
 „verstopfte hierauf alle Fugen auf das sorgfältigste
 „und beschwerte das Ventil nach und nach mit so
 „viel Gewicht, daß die verdichtete Luft solches
 „gar nicht zu heben mehr vermochte, und das Rad,
 „bei vollem Aufschlagewasser, sich immer langsamer
 „bewegte, bis es endlich ganz still stand. Allein,
 „obwohl nunmehr die Luft auf einen so hohen Grad
 „verdichtet war, daß ihre Elasticität der ganzen
 „vorhandenen Kraft das Gleichgewicht hielt, so
 „war doch an dem entfernten Ende der Windlei-
 „tung noch nicht der schwächste Luftzug zu spü-
 „ren. Natürlicher Weise entstand jetzt die Vermu-
 „thung, daß die Röhrenstrecke an irgend einer
 „Stelle durch einen Zufall verstopft wäre; und, um
 „diese Hypothese zu prüfen, steckte man in die
 „Mündung der Windleitung bei der Maschine eine
 „lebende Katze, welche, nachdem ihr der Rück-
 „weg verschlossen ward, nach einiger Zeit, an dem
 „andern offenen Ende, (von welchem das enge
 „Bläserohr abgenommen war,) unverletzt heraus
 „kam, folglich die ganze Röhrenleitung ohne Wi-
 „derstand durchlaufen hatte! — Nunmehr gerieth
 „man zuerst auf die Vermuthung, es müsse in der
 „Länge der Röhren selbst, eine bisher unbekannte
 „Ursache dieser sonderbaren Erscheinung liegen;
 „und um sich hiervon zu überzeugen, liefs Herr
 „Wilkinson von dem äußersten Ende an bis zur

„Maschine in einem Abstände von 30 zu 30 Fuß
 „Löcher in die Röhrenleitung bohren, da dann
 „erst in einer Entfernung von 600 Fuß von der
 „Maschine ein schwacher Luftstrom zu bemerken
 „war, der allmählich lebhafter und stärker ward,
 „in dem Verhältnisse, als die Oeffnungen sich der
 „Maschine näherten.“

„Ich überlasse es jedem Gelehrten, die *physi-*
 „*sche* Ursache dieses Widerstandes, oder vielmehr
 „dieser gänzlichen Tilgung einer bewegenden Kraft
 „zu erklären, oder das Gesetz theoretisch aufzufin-
 „den, nach welchem der Widerstand einer durch
 „eine lange Röhrenleitung bewegten Luftmasse
 „mit der Länge derselben zunimmt. Meine eig-
 „nen Gedanken und Muthmassungen über diesen
 „Gegenstand hier vorzutragen, würde eben so un-
 „bescheiden als unnütz seyn. Viel weniger würde
 „ich es wagen, mich in die analytische Untersuchung
 „einer so äußerst delikaten und verwickelten Ma-
 „terie einzulassen.“ u. s. w. — — (Aus des
 Herrn Landesdirectionsrathes Baader *Beschrei-*
bung und Theorie des englischen Cylindergebläses,
 München 1805; einer neuen, sehr beachtungswer-
 then Schrift dieses rühmlich bekannten Mecha-
 nikers.)

Ebenfalls schon in der Vorrede, Seite XI, wird
 auch von ihm beigebracht, daß „selbst die mäch-
 „tigste aller Wettermaschinen, die *Wassertrommel*,
 „nicht über 60 Lachter weit bläset.“

Auf 200 Lachter hat sie im hiesigen Erzgebirge durch nur zweiböhrige Röhren, (die nur 2 leipziger Zoll im lichten Durchmesser haben,) noch ziemlich gut gewirkt; nach dem Buche: *Bericht vom Bergbau, Freiberg 1796*; auch noch auf 500 und auf 1000 Lachter, wofür ich zwar die Röhrendurchmesser so eben noch nicht mit Gewißheit anzugeben weiß: aber mehr als höchstens dreizöllige hat man schwerlich daran wenden können; und an weitere Lotten, die für den hier entstehenden Widerstand luftdicht genug wären, wird man auch nicht zu denken haben.

Indessen bleibt es auf den ersten Anblick sonderbar genug, warum die Luft, ein so äußerst flüssiger, und stark zusammen gedrückt, ein so sehr elastisch regfamer Körper, nicht durch noch längere Strecken sich merklich fortdrücken läßt, oder selbst auch sich fortbewegen hilft. Noch auffallender ist es, daß auch ziemlich weite Löcher, durchs Gestein in die Tiefe gebohrt, obgleich auf ihre untere Mündung die Luft um ein beträchtliches stärker als auf die obere drückt, dennoch so gut als gar keinen Luftzug gewähren! Diese Erscheinung im Kleinen ist noch auffallender als jene im Großen, weil bei der schwachen Bewegung, die man hier nur verlangt und erwartet, der allgemeine Sündenbock, die Friction, nur wenig auf sich nehmen kann.

Seit meinem Hierseyn mit so vielen mir neuen Untersuchungen überhäuft, war ich noch nicht dazu gekommen, diesen Gegenstand dynamisch zu

betrachten. Wäre das eher geschehen, auch nur so leicht und vorläufig, als ich hier es nun mittheilen werde, — — ich sollte doch vermuthen, daß ich dergleichen Erscheinung, als in England eingetreten und dort ganz unerklärt geblieben ist, schon *a priori*, von Seiten der Theorie her, voraus gesagt hätte. — —

Eine cylindrische Röhre mit horizontaler Achse $= L$ Fufs, und dem Querschnitte $= W$ Quadratfufs, halte $M = LW$ Kubikfufs gewöhnlicher Luft, von welcher der Kubikfufs $= \lambda$ Pfund wiege; so ist $M\lambda = LW\lambda$ das Gewicht der sämmtlichen Luft in der Röhre.

Die Elasticitätshöhe dieser freien, nur von der Atmosphäre selbst zusammen gedrückten Luft sey $= e$ Fufs *Wasserhöhe*, (der Kubikfufs Wasser wiege γ Pfund,)

und $= n.e$ Fufs sey die Wasserhöhe, welche der Elasticität eines Luftstroms zugehört, der durch die vordere völlig freie Oeffnung der Röhre in sie eindringen soll; so ist $P_1 = (n - 1) . e . W\gamma$, das statische Maafs der Kraft zur Bewegung der Luftmasse M im *ersten Augenblicke* des Einströmens, wenn wir der Kürze wegen uns dieses Einströmen als *plötzlich vorhanden* vorstellen. Sogleich nach diesem ersten Augenblicke aber treten Bewegungs- hindernisse ein, deren hydrostatische Widerstandshöhe durch $h . e$ benannt,

nur noch $P = (n - 1 - h) e W \gamma$ übrig lassen würde, gesetzt auch, daß die Luft in der Röhre nicht verdichtet würde. Wenn daher v die Geschwindigkeit der unverdichteten Luftmasse M genannt wird, so hat man, (unter g die freie Fallhöhe der ersten Secunde verstanden,)

$$v = 2g \frac{P}{M \cdot \lambda} dt = 2g \frac{n-1-h}{L \cdot \lambda} \cdot e \gamma \cdot dt$$

für den Endpunkt einer so kurzen Bewegungszeit t , daß während derselben nicht nur 1. die Elasticitätshöhe der Masse M unverändert $= 1 \cdot e$, sondern auch 2. der Masse M Gewicht unverändert $= M \cdot \lambda$ geblieben wäre. Die Widerstandshöhe $h \cdot e$ aber würde auch, unter diesen beiden Bedingungen, als eine veränderliche GröÙe zu betrachten seyn, die so ziemlich dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional wächst.

Um für das ausgebreitete Publicum dieser Zeitschrift das Hauptsächlichste meiner Erklärung ohne alle künstliche Integrirung anschaulich zu machen, sey t nur eine so kleine *endliche* Zeit, während welcher nicht nur die beiden Forderungen 1. und 2. ziemlich wahr bleiben, sondern auch 3. für h eine mittlere constante Zahl ohne merklichen Fehler gebraucht werden kann; so hat man

$v = 2g \frac{n-1-h}{L} \cdot e \frac{\gamma}{\lambda} \cdot t$ am Ende der kleinen Zeit t , und die während eben dieses t von M durchlaufene Raumlänge

$$S = g \cdot \frac{n-1-h}{L} \cdot e \cdot \frac{\gamma}{\lambda} \cdot t t,$$

Also ist $W \cdot S \cdot \lambda = W \cdot g \frac{n-1-h}{L} \cdot e \cdot \gamma t t$ das Gewicht

der Luftmasse, welche während dieses ersten t aus der Röhre hinaus getrieben wird, indem wir auch an ihrem hintern Ende uns dieselbe frei geöffnet denken wollen.

Hinein getrieben durch die vordere Oeffnung wird eine n Mahl dichtere Luft mit einer Geschwindigkeit, die dem Ausdrücke cT unterworfen seyn muß, wenn c die Geschwindigkeit desjenigen Beharrungsstandes bedeutet, der unter den Bedingungen 1, 2, 3 eintreten würde, und T eine solche Function von t , die bei diesem Eintritte gerade $= 1$ würde. Allerdings wird man durch Vergleichung ähnlicher Fälle, selbst auch aus der Mechanik fester Körper, schon einsehen, daß wegen des zunehmenden Widerstandes der Bewegungshindernisse, der Beharrungszustand erst nach einer unendlich großen Zeit, das heißt, niemahls völlig eintreten könne; zugleich aber weiß man auch, daß wegen der quadratischen Zunahme dieses Widerstandes, schon in *sehr kurzer Zeit* eine Geschwindigkeit eintreten kann, die der Beharrungsgränze äußerst nahe kommt, weshalb auch in sehr kurzer Zeit schon $T = 1$ werden kann. Eben dieses wird uns rechtfertigen, daß wir schon oben, und selbst auch für die drei schon genannten Forderungen, ein plötzliches Einströmen annahmen. Wird nun in dieser Hinsicht die Geschwindigkeit der einströmenden Luft schlechthin $= c$ genannt,

so ist $W.c.n\lambda t$ das Gewicht der Luftmasse, welche während des ersten t in die Röhre einströmt.

Wenn daher $W.c.n\lambda t > W.g \frac{n-1-h}{L} e \gamma t t$ ist, so dringt während dieses ersten t in die Röhre mehr Luft hinein, als aus ihr hinaus geht; und dieses ist der Fall, wenn $L > \frac{g}{c} \cdot \frac{n-1-h}{n} \cdot e \cdot \frac{\gamma}{\lambda} t$ ist.

Hierin ist e etwa 32 Fufs: mag nun auch σ um ein beträchtliches gröfser als $g = 15,625$ Fufs seyn; der zweite Factor $\frac{n-1-h}{n}$ wird für das erste t nicht so gar viel kleiner seyn als 1; der vierte $\frac{\gamma}{\lambda}$ aber ist eine grofse Zahl, etwa 850. Wenn man daher nur auf die ersten vier Factoren achten wollte, so würde es scheinen, als ob L eine ganz beträchtliche Gröfse haben könnte, ehe der erwähnte Fall eintrete; und diese Länge würde noch vergrößert werden, wenn man die Einströmungsöffnung, die wir hier der Röhrenweite völlig gleich genommen haben, etwas kleiner annähme. Bedenkt man aber für den letzten Factor t , dafs die Bedingungen 1, 2 und 3 desto vollkommener Statt finden, je kleiner t genommen wird, dergestalt, dafs alle bisherige Folgerungen, falls sie schon für $\frac{t}{1} = \frac{1}{160}$ Secunde, ziemlich richtig wären, dann für $\frac{t}{1} = \frac{1}{1600}$ oder $\frac{t}{1} = \frac{1}{16000}$ in noch höhern Grade richtig werden müßten; so ist durch obige Betrachtungen der merkwürdige Satz dargethan:

Die Länge L der Röhre mag noch so unbeträchtlich seyn, so wird dennoch, wenn man nur das erste Zeittheilchen t hinlänglich klein annimmt, während desselben *mehr Luft in die Röhre hinein, als aus ihr heraus gehen*. Folglich wird während dieses ersten Zeittheilchens *die Luft in der Röhre verdichtet*.

Die Anhäufung der Luftmasse in der Röhre muß zur Folge haben, daß diejenige Geschwindigkeit v , welche in einem zweiten Zeittheilchen $c' = t$ erzeugt wird, nur ein $v' = 2g \frac{n-q-h}{L} \cdot \frac{\gamma}{q'\lambda} e t'$ ausmacht, welche schon deshalb, weil $q > 1$ ist und irgend ein $q' > 1$ auch im Nenner vorkommt, kleiner als v seyn muß, zu geschweigen, daß auch h wegen des neuen Geschwindigkeitszuwachses vergrößert wird.

Auch in diesem zweiten Zeittheilchen wird *in die Röhre hinein, mehr Luft als aus ihr heraus treten, wenn auch* $L > \frac{g}{c^2} \cdot \frac{n-q-h}{\pi} \cdot \frac{\gamma}{q'\lambda} 2 t'$ ist, wo h' das größer gewordene h bedeutet, und c' , die mittlere Geschwindigkeit des Einströmens während t' .

Offenbar genug kann nun L so groß genommen werden, daß nicht nur in dem zweiten und in mehreren folgenden Zeittheilchen der Geschwindigkeitszuwachs immerfort kleiner und kleiner ausfallen muß, sondern auch die Summe dieser sämtlichen Geschwindigkeiten nur eine geringe GröÙe aus-

macht, in dem Augenblicke, da wegen der angewachsenen q und h der Geschwindigkeitszuwachs gänzlich aufhört. Dieses wird auch um so mehr bei einer sehr unbedeutlichen Geschwindigkeitssumme eintreten können, weil die Widerstandshöhe h nicht bloß mit der Geschwindigkeit, sondern auch mit der Verdichtung der Luft zunimmt.

Hiermit ist nun meines Erachtens das Hauptfächliche der oben angeführten Erfahrung erklärt, und ihre Möglichkeit durch Schlüsse dargethan, die schon bei einer mäßigen Bekanntschaft mit den ersten Gründen der höhern Mechanik einleuchtend werden.

Um über die Dimensionen der Leitung und die Größe ihrer Wirkung zu rechnen, dazu sind die hier gebrauchten Ausdrücke und Formeln bei weitem nicht bestimmt und umständlich genug abgefaßt.

Für unrichtig aber darf man z. B. den obigen Ausdruck des L nicht etwa deshalb erklären, weil er von der Röhrenweite unabhängig sey. Er ist dieses schon darum nicht, weil h mit Verengerung der Röhre größer wird. Ueber dies aber wird jene Abhängigkeit gar sehr vermehrt, wenn man die gar zu einfache Vorstellung verläßt, daß die Oeffnung, durch welche der Strom eindringt, völlig eben so weit als die Röhre selbst sey. So bald sie kleiner ist, wie es in der Wirklichkeit alle Mal der Fall seyn wird; so kommt dann für den Geschwindigkeitszuwachs und daher auch für L in Be-

tracht, daß der kubische Inhalt der Röhre *nur* ihrem Querschnitte einfach proportional *wächst*, das Trägheitsmoment ihres jedesmahligen Wasserinhalts *aber* dem Querschnitte quadratisch proportional *abnimmt*. Da man es nun bei einer langen Röhre mit einer sehr verdichteten Masse zu thun hat, so erhellt auch hieraus, daß die Erweiterung der Leitung gar sehr zur Vermehrung des Luftzuges beitragen kann.

Uebrigens ist leicht einzusehen, daß auch ein beträchtliches Wasserrad, indem es einen ziemlich *weiten* Kolben treiben muß, durch ein weit kürzeres *L* zum Stillstehen gebracht werden kann, als eine Wassertrommel von hohem Gefälle und *enger* Ausmündung. Daher ist es keine neue Sonderbarkeit, daß in England die Luft nicht 6000 Fufs lang fortgeblasen wurde, da es doch bei uns durch eine Strecke von 1000 Lachtern, also 7000 leipziger Fussen, wirklich geschehen ist.

Ueberhaupt ist bei einem Rade die *statische* Kraft nicht sehr groß; weshalb es auch durch einen nicht so gar großen Widerstand gehemmt werden kann, wenn seine mechanische Kraft nach und nach vermindert wird. Vor Druckwerken, von einem beträchtlichen Wasserrade betrieben, wenn sie nur einen großen Windkessel haben, kann man hängende Schläuche von mittelmäßiger Güte verschließen; sie werden nicht zerplatzen, sondern das Rad zur Ruhe bringen. Die gar zu langen Leitröh-

ren eines Luftgebläses, in welches weit mehr Luft hinein getrieben ist, als aus ihnen während eben der Zeit heraus ging, wirkt wie ein großer Windkessel zur Hemmung des Rades. Sie ist ein Windkessel, der in der hintern Oeffnung der Röhre freilich offen ist, aber längs einem beträchtlichen hintern Theile der Röhre durch die Dynamik in einem hohen Grade verchlossen wird, der sich der völligen Verchließung allenfalls ohne Ende nähern kann, aber dieses noch nicht nöthig hat, um das große Rad zur Ruhe, oder doch zu nur *kleinen periodischen* Bewegungen herab zu bringen.

Wenn aber bei einer gut eingerichteten Wassertrommel die einströmende Kraft lange genug anhält, so gewinnt die in einer mittlern Gegend der langen Leitröhre am stärksten comprimirte Luft Zeit genug, um die viele Masse jenseit jener Gegend bis ans Ende der Röhre hin, in eine ziemliche Geschwindigkeit und in einen brauchbaren Beharrungszustand zu bringen. Woher es kommen kann, daß dieser Zustand durch einige Verengerung der Ausmündung im hintern Ende der Röhre verbessert wird: dieses kann aus den obigen Vorstellungen wohl deshalb noch nicht erklärt werden, weil sie nur sehr allgemein das Hauptsächliche darstellen, und auf die elastischen Wallungen und den Compressionsgang in den einzelnen Luftschichten der Röhre sich noch gar nicht einlassen. Ich habe in der Ueberschrift dieses Aufsatzes nur eine Erklärung der

Hauptsache versprochen. Indessen sieht man ein, daß durch die erwähnte Verengung die stärkste Compression in der Leitrohre näher an das hintere Ende hin gebracht wird. Obgleich dadurch der *Widerstand* in der Ausströmung *vergrößert* wird, so wird doch eben dadurch auch die der Ausströmung gemäß zu bewogende *Masse vermindert*; weshalb *einige* Verengung *bisweilen* ein Maximum des Beharrungszustandes veranlassen kann. Dafs man alle Mahl, bei allen wetterblasenden Leitungen, die Ausmündung verengern müsse, bezweifle ich.