gerade so viel Wärme ausstrahlt, als sie unten aufnimmt. Dass der unter solchen Umständen eintretende Beharrungszustand von dem indifferenten Gleichgewichtszustande wesentlich verschieden sein wird, ist zwar nicht als unmöglich, aber auch nicht als wahrscheinlich zu erachten. Auf eine vollständig befriedigende Beantwortung dieser Frage scheint man jedoch bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft einstweilen verzichten zu müssen.¹⁾

**VIII. Ueber einen Beweis des Maxwell'schen Gesetzes für das Gleichgewicht von Gasmoleculen;
von Oskar Emil Meyer.**

Für das von Maxwell aufgestellte Gesetz, durch welches die Vertheilung der lebendigen Kräfte auf die Moleculé eines im Gleichgewichte befindlichen Gases angegeben wird, habe ich in meinem Buche über die Theorie der Gase einen neuen einfachern Beweis geliefert²⁾. Gegen diesen Beweis hat Hr. Boltzmann³⁾ Einwendungen erhoben, auf welche zu antworten ich bis jetzt unterlassen habe. Nachdem aber diese Bedenken in den Bericht⁴⁾ übergegangen sind, welcher im letzten Hefte der Beiblätter zu diesen Annalen über Boltzmann's Arbeit erstattet worden ist, werde ich nicht länger zögern dürfen, mich über die von Hrn. Boltzmann erhobenen Zweifel auszusprechen, um das Missverständniss aufzuklären, aus welchem dieselben entstanden sind.

Da nach dem Maxwell'schen Gesetze die Anzahl derjenigen Gastheilchen, welche eine Geschwindigkeit von bestimmter Grösse besitzen, durch das Product der über-

1) In den Gl. (95) und (96) § 12 ist „0,4. z“ statt „0,4“ zu setzen.

2) Kinetische Theorie der Gase, p. 262. Breslau 1877.

3) Wien. Ber. LXXVI. Abth. (2), Oct. 1877.

4) Beiblätter III. p. 172. 1879.

haupt vorhandenen Zahl in das unendlich kleine Differential einer continuirlichen Function ausgedrückt wird, so versteht es sich von selbst, dass dieses Gesetz nur für solche Fälle, in welchen die Anzahl der vorhandenen Molecüle unendlich gross ist, in aller Strenge gelten kann. Ist dagegen jene Anzahl endlich, so kann das Gesetz nur annäherungsweise gültig bleiben; streng genommen kommt es in einem solchen Falle gar nicht zu einer regelmässigen, mit der Zeit nicht veränderlichen Vertheilung der molecularen Geschwindigkeiten; sondern es bildet sich ein stets wechselnder Zustand der Bewegung, welcher vielleicht niemals mit vollem Rechte als ein Zustand des Gleichgewichts angesehen werden darf. Bei jedem Zusammenstosse zweier Theilchen ändert sich die Bewegung der stossenden Theilchen; wollten wir also das Gesetz, nach welchem die Geschwindigkeiten vertheilt sind, für den im Augenblicke vorhandenen Zustand bestimmen, so würden wir für jeden Augenblick ein anderes Vertheilungsgesetz finden müssen; und zwar würde sich dieses Gesetz in um so merklicherem Grade mit der Zeit verändern müssen, je geringer die Anzahl der vorhandenen Molecüle ist.

Ich habe diesen Zustand in § 19 meiner Schrift ausführlicher geschildert, dabei aber zugleich erläutert, wie trotz der Veränderlichkeit in diesen Zuständen dasselbe Gesetz der Wahrscheinlichkeit, wie in dem Falle einer unbegrenzten Anzahl von Molecülen, erkannt werden kann, sobald man nur einen längern Zeitraum und alle während desselben vorgekommenen wechselnden Verhältnisse der Betrachtung unterwirft. In diesem Sinne bleibt also auch für eine begrenzte Anzahl von Theilchen das von Maxwell aufgestellte Vertheilungsgesetz in aller Strenge gültig.

Diese Betrachtung habe ich in meinem Buche in noch einer andern Weise dargestellt, durch welche leider Hr. Boltzmann zu einer missverstandenen Auffassung meiner Ansicht verleitet worden ist. Wenn eine aus einer endlichen Anzahl bestehende Schar von Gasmolecülen stets wechselnde Zustände der Bewegung aufweist, während

im Laufe längerer Zeiten ein unveränderlich feststehendes Gesetz hervortritt, so lässt sich dieser Gedanke auch in der Form ausdrücken, dass die stets von einem Augenblicke zum andern wechselnden Verhältnisse um einen mittlern regelmässigen Zustand schwanken, von welchem sie sich bald mehr, bald weniger entfernen, zu welchem sie aber immer wieder zurückzukehren getrieben werden. Dieser mittlere gesetzmässige Zustand ist daher zugleich derjenige, welcher am häufigsten eintritt, d. h. der wahrscheinlichste unter allen möglichen.

Diese Betrachtung hat Hr. Boltzmann zu widerlegen gesucht, indem er ausführliche mathematische Theorien mittheilt, aus welchen sich kein Zustand grösster Wahrscheinlichkeit ergibt oder wenigstens nicht der gesuchte, durch das Maxwell'sche Gesetz charakterisirte Zustand. Seine Rechnungen können aber nichts gegen meine Vorstellungen beweisen, sondern sie widerlegen nur eine Ansicht, welche ich nicht hege. Hr. Boltzmann scheint meine Vorstellung so aufzufassen, als ob in einer endlichen Gasmasse für gewöhnlich das Maxwell'sche Gesetz nicht gelte, dass jedoch hin und wieder Augenblicke eintreten, in welchen es gelte, und dass es, da diese Augenblicke besonders häufig vorkommen, das Gesetz des soeben besprochenen wahrscheinlichsten Zustandes sei. Meine wirkliche Ansicht dagegen ist die, dass die in irgend einem Augenblicke vorhandenen Werthe der molecularen Geschwindigkeit für sich allein niemals genau dem Wahrscheinlichkeitsgesetze Maxwell's genügen können; die gleichzeitig auftretenden Werthsysteme schliessen sich aber bald mehr, bald weniger gut dem Gesetze an; sie entfernen sich selten weit von demselben, und am häufigsten finden sich Fälle, in welchen die gerade vorkommenden Werthsysteme der Geschwindigkeiten möglichst vollkommen dem Gesetze Maxwell's folgen.

Diese Verschiedenheit der Vorstellungen über denjenigen Zustand, welchen ich als den wahrscheinlichsten bezeichnet habe, bedingt eine entsprechende Verschieden-

heit der Ziele, welche Hr. Boltzmann und ich uns in unseren mathematischen Berechnungen vorgesteckt haben. Hr. Boltzmann sieht die Function, welche die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines bestimmten Werthes der molecularen Geschwindigkeit ausdrückt, als die gesuchte Unbekannte an und beweist, dass diese mathematische Methode nicht zu dem gewünschten Ziele führt.

Von diesem Probleme ist die Aufgabe, welche ich mir in den meiner Schrift angehängten mathematischen Zusätzen (§ 118 u. folg.) gestellt habe, wesentlich verschieden. Die Wahrscheinlichkeitsfunction, deren Maximum Hr. Boltzmann sucht, ist für mich keiner Variation fähig. Das Gesetz Maxwell's gilt zwar zunächst nur für eine unbegrenzte Anzahl, aber es gilt auch, wie bereits hervorgehoben wurde, ebenfalls für eine endliche Schar, wenn es nur auf einen hinreichend langen Zeitraum angewandt wird. Mit anderen Worten heisst dies, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines bestimmten Werthes der molecularen Geschwindigkeit in allen Fällen, bei unendlicher Anzahl sowohl, als auch bei beschränkter Zahl, stets denselben Werth hat. Wohl aber ist das gleichzeitige Auftreten verschiedener Werthsysteme der Componenten ungleich wahrscheinlich. Ich durfte mir daher die Aufgabe stellen, die wahrscheinlichsten Werthe der Componenten molecularer Geschwindigkeit in einer endlichen Schaar von Theilchen zu bestimmen, wenn das Wahrscheinlichkeitsgesetz der Vertheilung in einer unendlichen Anzahl gegeben ist.

Die Auflösung dieser Aufgabe führt, wenn die Anzahl der Theilchen N ist, auf $3N$ Gleichungen, welche zur Bestimmung der gesuchten Werthe der drei Componenten der Geschwindigkeit für jedes der N Theilchen ausreichen. Diese Gleichungen finden sich in § 121 meines Buches.

Im folgenden § 122 verwerthe ich diese Gleichungen in einer ebenfalls von Hrn. Boltzmann beanstandeten Weise. Wenn ich sie auf den Fall $N = \infty$ anwende, so ergibt sich, dass jeder zwischen $-\infty$ und ∞ liegende

Werth der Componenten den Gleichungen genügen muss; die Gleichungen werden also, um mich eines vielleicht zum bessern Verständnisse beitragenden Kunstausdruckes zu bedienen, identisch erfüllt, sodass ich nach mathematischem Brauche berechtigt gewesen wäre, das Gleichheitszeichen mit drei Strichen zu schreiben. Nachdem dieser Beweis beigebracht ist, dürfen die Gleichungen, da sie die Form von Differentialgleichungen besitzen, integrirt werden. Durch diese Operation liefern sie das unter dem Namen Maxwell's bekannte Gesetz.

Durch diese Erläuterungen hoffe ich, das Missverständniss aufgeklärt und die Bedenken des Hrn. Boltzmann beseitigt zu haben.

Breslau, den 27. März 1879.

IX. *Ueber die Polarisationswinkel des Fuchsin;* *von P. Glan.*

Ich gebe in Folgendem die Polarisationswinkel des einfach salzsauren Rosanilins für verschiedene Farben. Bei dem hohen Interesse, welches dieser Körper durch seine ausgezeichneten optischen Eigenschaften darbietet, ist eine genauere Kenntniss seiner Eigenschaften von besonderer Wichtigkeit, und so theile ich sie mit, obwohl wir bereits eine derartige Bestimmung von E. Wiedemann besitzen. Die Resultate, die ich erhalten habe, sind wesentlich andere als die von ihm mitgetheilten. Ich vermute, dass ausser der vielleicht verschiedenen chemischen Beschaffenheit der benutzten Substanzen, ihre verschiedene Structur der Hauptgrund des Unterschiedes unserer beiderseitigen Resultate ist. Lässt man alkoholische Lösungen von Fuchsin auf Glasplatten verdampfen, so erhält man im allgemeinen keine ebenen gut spiegelnden, sondern durch krystallinischen Niederschlag rauhe und schlecht reflectirende Oberflächen. Die Zurückwerfung des