8. Die Abhängigkeit der Brechungsexponenten der Salzlösungen von der Konzentration; von J. Wallot.

(Auszug aus der Münchner Inaugural-Dissertation.)

Die Abhängigkeit der Brechungsexponenten der Salzlösungen von der Konzentration wurde bisher immer von zwei verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachtet: entweder stellte man die beobachteten Werte rein empirisch durch Interpolationsformeln dar, oder man untersuchte die Gültigkeit der sogenannten Mischungsregeln, die ja bekanntlich Beziehungen zwischen Brechungsexponent, Dichte und Konzentration sind. Ich habe mir im folgenden die Aufgabe gestellt, diese beiden Betrachtungsweisen zu vereinigen, also zu untersuchen einerseits, wie weit den Konstanten der empirischen Interpolationsformeln eine physikalische Bedeutung zuzusprechen ist, und andererseits, zu welchen Interpolationsformeln die in theoretischer Hinsicht so interessanten Mischungsregeln führen.

Zunächst teile ich die von mir durchweg gebrauchten Bezeichnungen mit. Ich verstehe unter p die Menge Salz, die in 100 Gewichtsteilen der Lösung enthalten ist; demnach ist $p = \frac{100 p}{100 - p}$ die Menge Salz, die in 100 Gewichtsteilen des Lösungsmittels enthalten ist. n sei der Brechungsexponent der Lösung, n_w der des Lösungsmittels, n_s der des festen Salzes, d , d_w und d_s die entsprechenden Dichten, v , v_w und v_s die entsprechenden Volumina und a , b , k und D positive Konstanten.

Die älteste Interpolationsformel für die Brechungsexponenten in ihrer Abhängigkeit von der Konzentration ist die Parabelgleichung von Beer und Kremers¹⁾:

$$(1) \quad n = n_w + a \cdot p - b \cdot p^2.$$

1) A. Beer u. P. Kremers, Pogg. Ann. 101. p. 133. 1857.
Annalen der Physik. IV. Folge. 11. 38

Hier ist sofort klar, daß mit Ausnahme von n_w keiner der Konstanten eine bestimmte Bedeutung zukommt. Insbesondere entspricht die Gleichung für $p = \infty$ nicht der Erfahrung.

Auch die Gleichungen dritten Grades von Hofmann¹⁾ und Börner²⁾ können nur als rein empirische Interpolationsformeln angesehen werden.

Erst Walter³⁾ hat ein Gesetz aufgestellt, bei dem die Konstanten physikalisch gedeutet werden können. Er schloß sowohl aus den Zahlen anderer Beobachter, als auch aus seinen eigenen auf eine Beziehung:

$$(2) \quad n = n_w + k \cdot p,$$

und hier kann wenigstens formell der Konstanten k , die von Walter als das Refraktionsinkrement bezeichnet wird, die Bedeutung

$$k = \frac{n_s - n_w}{100}$$

beigelegt werden. Freilich auch *nur* formell; denn, wie die nachfolgende Übersicht zeigt, die mit Hülfe der von Walter selbst gegebenen Mittelwerte zusammengestellt ist, kann von einer tatsächlichen Übereinstimmung keine Rede sein.

Tabelle 1.

Salz	Nach Landolt u. Börnstein		$\frac{n_s - n_w}{100}$	k nach Walter
	n_s	n_w		
KCl	1,487	1,332	0,00155	0,00137
NaCl	1,544	1,332	0,00212	0,00177
NH ₄ Cl	1,642	1,332	0,00310	0,00191

Die Waltersche Beziehung stellt übrigens auch rein empirisch die Beobachtungen nur annähernd dar. Sobald man genauere Messungen heranzieht, zeigen sich bedeutende Ab-

1) K. Hofmann, Pogg. Ann. **133**. p. 575. 1868.

2) Börner, Inaug.-Diss., Marburg 1869.

3) B. Walter, Wied. Ann. **38**. p. 107. 1889.

weichungen. Ich habe z. B. mit Zahlen von Schütt¹⁾ nach der Methode der kleinsten Quadrate die folgende Gleichung bekommen:

$$n = 1,332975 + 1787,69 \cdot 10^{-6} \cdot p,$$

und die hiernach berechneten Werte weichen, wie die folgende Tabelle zeigt, von den unmittelbar beobachteten, die nach Schütt auf $\pm 15 \cdot 10^{-6}$ genau sind, ganz bedeutend ab.

Tabelle 2.

Nr.	p	n_D bei 18,07° bezogen auf Luft		Diff. $\cdot 10^6$
		berechnet	beobachtet ²⁾	
1	24,9886	1,377647	1,377894	- 247
2	19,9903	1,368711	1,368621	+ 90
3	14,9921	1,359776	1,359586	+ 190
4	9,9944	1,350842	1,350684	+ 158
5	4,9970	1,341908	1,341914	- 6
6	0	1,332975	1,333158	- 183

Walter selbst hat sich in der betreffenden Arbeit auf Beobachtungen von Brechungsexponenten gestützt, die sich zum Teil voneinander um sechs Einheiten der vierten Dezimale unterscheiden. Auch Bremer³⁾, der in der neuesten Zeit das Waltersche Gesetz bestätigt zu haben glaubt, benutzt Brechungsexponenten, die wohl kann auf eine Einheit der vierten Dezimale genau sind.

Auf einem ganz anderen Gebiet, auf dem der Kompressibilität, haben nun Röntgen und Schneider⁴⁾ eine *Hyperbelgleichung* benutzt, durch die sie die Kompressibilität

1) F. Schütt, Zeitschr. f. physik. Chem. 5. p. 349. 1890.

2) Die Umrechnung geschah nach p. 352 der Schüttschen Arbeit.

3) G. J. W. Bremer, Arch. Néerl. (2) 5. (Jubelb. f. H. A. Lorentz p. 202. 1901.

4) W. C. Röntgen u. J. Schneider, Wied. Ann. 29. p. 193. 1886; 31. p. 1003. 1887.

der Kochsalzlösungen in ihrer Abhängigkeit von der Konzentration recht gut darstellen konnten. Es liegt nahe, zu untersuchen, ob man eine solche Formel vielleicht auch auf dem Gebiete des Brechungsexponenten mit Vorteil verwenden kann. Die übersichtlichste Gestalt, die man der Gleichung geben kann, ist wohl die folgende:

$$(3) \quad \frac{n_s - n}{n - n_w} = \frac{D}{p}.$$

Für die beiden Konstanten n_s und n_w ergibt sich hier die physikalische Bedeutung unabhängig von theoretischen Voraussetzungen nur aus der Form der Gleichung, sodaß man also, wenn sie streng richtig wäre, den Brechungsexponenten des festen Salzes aus den Brechungsexponenten der Lösung extrapolieren könnte. Von der Konstante D dagegen weiß man vorläufig noch nichts weiter, als daß sie die Konzentration ist, zu der der Brechungsexponent $n = (n_s + n_w)/2$ gehört.

Bis zu welcher Annäherung die Brechungsexponenten durch (3) wiedergegeben werden, lassen die folgenden beiden Tabellen erkennen, denen die schon benutzten Messungen von Schütt und außerdem eine Reihe von Messungen von der Willigen¹⁾ zu Grunde gelegt sind. Die unter „ n_D berechnet“ stehenden Werte wurden folgendermaßen gefunden: Zuerst wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate aus *allen* Werten (auch aus den für $p = 0$ geltenden) die Konstanten n_s , n_w und D der Gleichung (3) berechnet. Dann ergaben sich die Werte „ n_D berechnet“ aus der mit (3) identischen Formel:

$$(3a) \quad n - 1 = \frac{(n_w - 1) \cdot D + (n_s - 1) \cdot p}{D + p}.$$

In den letzten Vertikalreihen der Tabellen stehen die Differenzen „ n berechnet — n beobachtet“.

1) V. S. M. van der Willigen, Arch. Mus. Teyl. 2. p. 222. 1869. — Die Zahlen sind bei ganz verschiedenen Temperaturen gefunden und wurden erst nachträglich von van der Willigen auf 26,3° umgerechnet; da die Temperaturkoeffizienten nicht sehr genau bekannt waren, und da van der Willigen die Konzentration nur auf zwei Dezimalstellen angibt, so sind die Zahlen wohl beträchtlich weniger genau als die von Schütt.

Tabelle 3.

Kochsalzlösungen nach Schütt.

Nr.	p	n_D bei 18,07° bezogen auf Luft		Diff. · 10 ⁶
		berechnet	beobachtet	
—	∞	1,534888	1,544130 ¹⁾	— 9242
1	33,3131	1,377870	1,377894	— 24
2	24,9848	1,368665	1,368621	+ 44
3	17,6361	1,359598	1,359586	+ 12
4	11,1041	1,350666	1,350684	— 18
5	5,2598	1,341866	1,341914	— 48
6	0	1,333195	1,333158	+ 37

$D = 117,086. \quad 100 \cdot \frac{d_s}{d_w} = 215,289.^2)$

Tabelle 4.

Salmiaklösungen nach van der Willigen.

Nr.	p	p	n_D bei 26,3° bezogen auf Luft		Diff. · 10 ⁵
			berechnet	beobachtet	
—	100,00	∞	1,51231	1,64220 ³⁾	— 12939
1	24,83	33,032	1,37942	1,37947	— 5
2	19,68	24,502	1,36980	1,36980	0
3	19,58	24,847	1,36961	1,36948	+ 13
4	14,51	16,973	1,36007	1,36015	— 8
5	11,79	13,366	1,35492	1,35495	— 3
6	9,72	10,766	1,35099	1,35098	+ 1
7	0	0	1,33238	1,33237 ⁴⁾	+ 1

$D = 93,308. \quad 100 \cdot \frac{d_s}{d_w} = 152,490.^5)$

1) A. Haagen, Pogg. Ann. 131. p. 117. 1867. — Die Zahl gilt genau genommen für 20°.

2) $d_s = 2,15000$, $d_w = 0,99866$ nach Schütt, l. c.

3) Nach Grailich: Landolt u. Börnstein, physik.-chem. Tab. 2. Aufl., Tab. 153.

4) Nach B. Walter, Wied. Ann. 46. p. 424. 1892.

5) $d_s = 1,52000$, $d_w = 0,99673$ nach Landolt u. Börnstein, Tab. 13.

Die Brechungsexponenten der Lösungen stimmen, wie man sieht, ziemlich gut überein, jedenfalls besser, als die nach dem Walterschen Gesetze berechneten. Daß bei NH_4Cl etwas größere Differenzen auftreten, das hat zwei Gründe: erstens sind die Zahlen von van der Willigen an sich weniger genau, und zweitens gehört die Lösung Nr. 3, die offenbar die Hauptschuld trägt, einer ganz anderen Versuchsreihe van der Willigens an.¹⁾

Hinsichtlich der physikalischen Bedeutung ihrer Konstanten scheint sich die Hyperbelgleichung (3) nur beim NaCl einigermaßen der Erfahrung anzuschließen (vgl. die Tabellen 3 und 4). n_w allerdings zeigt einfach deshalb, weil die unmittelbar beobachteten Brechungsexponenten des Wassers bei der Konstantenbestimmung mit benutzt wurden, nur geringe Abweichungen, n_s aber, d. h. der zu $p = \infty$ gehörende Brechungsexponent, stimmt bei NH_4Cl noch ungefähr ebenso schlecht wie beim Walterschen Gesetz.

Wie steht es nun mit der Bedeutung der Konstanten D ? Röntgen und Schneider haben für die Kompressibilität die Hyperbelgleichung (3) aus einer den Mischungsregeln der Optik verwandten Beziehung abgeleitet und auf diesem Wege für D den Wert $100 \cdot d_s/d_w$ gefunden.

Überträgt man diese Entwicklungen auf die Brechungsexponenten, so erkennt man bald, daß die Hyperbelgleichung und auch das Waltersche Gesetz durch spezielle Annahmen aus der allgemeinen Mischungsregel von Arago und Biot hergeleitet werden können.

Dies soll jetzt nachgewiesen werden.

Die allgemeine Mischungsregel hat die Gestalt:

$$(4) \quad \frac{N}{d} \cdot 100 = \frac{N_s}{d_s} \cdot p + \frac{N_w}{d_w} \cdot (100 - p)$$

oder

$$(5) \quad N \cdot v = N_s \cdot v_s + N_w \cdot v_w,$$

wobei im besonderen

1) Vgl. l. c. p. 231.

$$N = n - 1 \text{ (nach Beer und Landolt)}$$

oder

$$N = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \text{ (nach Lorentz und Lorenz)}$$

oder

$$N = \frac{n^2 - 1}{n^2 + x} \text{ (nach Ketteler)}$$

zu setzen ist. Unter den Volumina v_s und v_w sind immer die der unvereinigten Substanzen zu verstehen.

Der Zusammenhang der Mischungsregeln mit den bisher besprochenen Interpolationsformeln ergibt sich nun am einfachsten, wenn man statt der Dichte d die Kontraktion c einführt. Ich definiere sie mit Pulfrich¹⁾ durch die Gleichung

$$(6) \quad c = \frac{d - d_v}{d},$$

wobei

$$(7) \quad d_v = \frac{\text{Masse der Lösung}}{v_s + v_w}$$

sein soll. Es ist also auch

$$c = \frac{\frac{1}{v} - \frac{1}{v_s + v_w}}{\frac{1}{n_v}}$$

oder

$$v = (v_s + v_w)(1 - c).$$

Daher wird (5) zu

$$N(v_s + v_w)(1 - c) = N_s \cdot v_s + N_w \cdot v_w.$$

Nun ist

$$p = 100 \cdot \frac{v_s d_s}{v_w d_w},$$

also

$$\frac{v_s}{v_w} = \frac{p}{100} \cdot \frac{d_w}{d_s} = \frac{p}{D},$$

wenn

$$(8) \quad D = 100 \cdot \frac{d_s}{d_w}$$

gesetzt wird. Man erhält daher

$$N(p + D)(1 - c) = N_s \cdot p + N_w \cdot D$$

und hieraus folgt:

$$(9) \quad \frac{N_s - N(1 - c)}{N(1 - c) - N_w} = \frac{D}{p}.$$

1) C. Pulfrich, Zeitschr. f. physik. Chem. 4. p. 561. 1889.

Diese Gleichung, die als bloße Umformung mit der allgemeinen Mischungsregel identisch ist, deckt den Zusammenhang zwischen dieser und den Interpolationsformeln auf. Nimmt man für N den Wert von Beer und Landolt und vernachlässigt man die Kontraktion, so erhält man — und dies ist die Entwicklung von Röntgen und Schneider¹⁾ — aus (9) die Hyperbelgleichung (3), setzt man außerdem noch $D=100$, so ergibt sich die Waltersche Beziehung.²⁾ Man darf sich demnach nicht darüber wundern, daß die Konstante D bei der empirischen Bestimmung der Tabellen 3 und 4 einen sehr stark von $100 \cdot d_s/d_w$ verschiedenen Wert bekommt; denn erstens stimmt das der Theorie zu Grunde gelegte Landoltsche Gesetz nicht genau und zweitens (was wichtiger ist) darf die Kontraktion (oder bei den Salmiaklösungen die Dilatation) nicht vernachlässigt werden.

Führt man

$$N(1 - c) = N \cdot \frac{d_v}{d} = N_v$$

ein, sodass

$$\frac{N_s - N_v}{N_v - N_w} = \frac{D}{p}$$

ist, und nimmt man an, der Quotient N/d sei konstant, so kann man den Inhalt der Gleichung (9) auch so aussprechen: Wäre es möglich, auf irgend eine Weise die bei der Auflösung eines Salzes auftretende Kontraktion zu verhindern, so könnte man das sich so ergebende Brechungsvermögen N_v in seiner Abhängigkeit von der Konzentration p durch eine Hyperbelgleichung darstellen.

1) Röntgen und Schneider gingen allerdings von einer Gleichung aus, die, auf die Brechungsexponenten übertragen, folgendermaßen lautet:

$$n \cdot v = n_s \cdot v_s + n_w \cdot v_w.$$

Diese Gleichung ist aber, wenn man die Kontraktion vernachlässigt, mit der Landoltschen Regel identisch. — In der Bezeichnungsweise von Röntgen und Schneider ist die Konstante $D = a \cdot A \cdot 10^{-4}$, wo a eine andere Konstante und A das Molekulargewicht des betreffenden Salzes ist.

2) Man erkennt dies, indem man p durch p ersetzt, oder einfacher, indem man bedenkt, dass D die Konzentration ist, für die

$$n = \frac{n_s + n_w}{2}$$

wird.

Ich will mich nun im folgenden auf die Landoltsche Form der Mischungsregel beschränken und untersuchen, ob man die so spezialisierte Gleichung (9) als Interpolationsformel benutzen kann. Soviel steht von vornherein fest, daß man von dieser Gleichung, da sie komplizierter ist als die Hyperbelgleichung, eine größere Genauigkeit erwarten kann. Es fragt sich nur, wie man die dritte Variable c am besten aus ihr entfernt. c ist eine Funktion des Gehaltes p ; man könnte diese Funktion ermitteln und so c aus (9) eliminieren. Nun ist aber die Kontraktion sowohl für das reine Lösungsmittel, für das $p = 0$ ist, als auch für das feste Salz, für das $p = \infty$ ist, gleich Null, und die einfachste rationale Funktion, die diese Bedingungen erfüllt, hat die Gestalt:

$$c = \frac{k_1 \cdot p}{1 + k_2 \cdot p^2}.$$

Zwischen n und p bekäme man also mindestens eine Gleichung vierten Grades, und daß man damit weiter käme als mit Gleichungen dritten und zweiten Grades, das bedarf keines Beweises.

Ich schlage daher einen anderen Weg ein: Ich setze

$$(10) \quad v = 1 + (n - 1)(1 - c),$$

so daß das Landoltsche Gesetz die folgende Gestalt bekommt:

$$(11) \quad \frac{n_s - v}{v - n_w} = \frac{D}{p},$$

berechne zu jedem n das v und stelle die v durch (11) dar.

Dies Verfahren hat den Vorzug einer gewissen Anschaulichkeit. Denn die Brechungsexponenten v sind ja (immer unter der Voraussetzung, daß $(n-1)/d$ konstant bleibt) geradezu die Brechungsexponenten, die herauskämen, wenn man durch irgend ein Mittel die Kontraktion verhindern könnte, und es lohnt sich immerhin zu untersuchen, mit welcher Genauigkeit man diese v durch die Hyperbelgleichung darstellen kann.

Meinen Berechnungen habe ich nur die Brechungsexponenten der Kochsalzlösungen zu Grunde gelegt, da die Brechungsexponenten der Salmiaklösungen doch wohl nicht genau genug untersucht sind. Aus einer theoretischen Ableitung des Landoltschen Gesetzes, die ich an andrer Stelle¹⁾ gebe, folgt, daß nun die absoluten Brechungsexponenten benutzt werden

1) p. 605 f.

müssen. Es wurde immer zuerst $1 - c$ bestimmt, und zwar nach der Gleichung

$$1 - c = \frac{d_s d_w (100 + p)}{d (100 d_s + p d_w)},$$

die aus (6) und (7) folgt. Dann wurden die nach (10) berechneten Größen ν nach der Methode der kleinsten Quadrate durch (11) dargestellt. Dabei wurden wieder alle Werte 1 bis 6 benutzt. d_s setzte ich gleich 2,15000; die Dichten der Lösungen sind von Schütt selbst gemessen. Es ergab sich:

Tabelle 5.

Nr.	p	$d \frac{18,07^\circ}{4^\circ}$	n_D bei 18,07°	ν_D bei 18,07°		Diff. 10 ⁶
				ber.	beob.	
—	∞	2,15000	1,544552 ¹⁾	1,564553	1,544552	+ 20001
1	33,3131	1,18911	1,378270	1,366773	1,366765	+ 8
2	24,9848	1,14821	1,368995	1,359390	1,359409	— 19
3	17,6361	1,10914	1,359957	1,352403	1,352394	+ 9
4	11,1041	1,07124	1,351053	1,345780	1,345774	+ 6
5	5,2598	1,03454	1,342280	1,339494	1,339493	+ 1
6	0	0,99866	1,333522	1,333519	1,333522	— 3

$$D = 198,132. \quad 100 \cdot \frac{d_s}{d_w} = 215,289.$$

Die Brechungsexponenten ν lassen sich also nach der Hyperbelgleichung ungefähr mit derselben Genauigkeit berechnen, die von Schütt für seine Brechungsexponenten n angegeben wird ($\pm 15 \cdot 10^{-6}$).²⁾

Schütt hat die Brechungsexponenten auch noch für eine ganze Reihe von Konzentrationen zwischen $p = 5$ und $p = 0$ gemessen, und diese Werte sind alle größer als die nach der Hyperbelgleichung berechneten. Die Abweichungen betragen im schlimmsten Falle drei Einheiten der fünften Dezimale.

1) 1,544130 . 1,000273.

2) Was die Genauigkeit der Konstanten betrifft, so sei bemerkt, daß bei der konzentriertesten der Lösungen einer Änderung von n_s um $7 \cdot 10^{-6}$ oder einer Änderung von D um $7 \cdot 10^{-3}$ eine Änderung von ν um ungefähr 10^{-6} entspricht.

Wahrscheinlich hängt dies mit den Fehlern der Dichtebestimmungen zusammen.¹⁾ Das ist ja überhaupt ein Mangel des hier beschriebenen Verfahrens, daß zu den Fehlern des Brechungsexponenten die Fehler der Dichten hinzukommen. Eine Vergrößerung der Dichte um $3 \cdot 10^{-5}$ zieht z. B. eine Verkleinerung des aus ν berechneten Brechungsexponenten n um etwa $1 \cdot 10^{-5}$ nach sich. Will man also zu irgend einer vorgegebenen Konzentration den Brechungsexponenten n finden und berechnet man dabei die Kontraktion z. B. nach einer von Schütt²⁾ aufgestellten Interpolationsformel für die Dichte, so können die Resultate allein durch die Bestimmung der Kontraktion um zwei Einheiten der fünften Dezimale falsch werden, denn die Schüttsche Formel für die Dichte zeigt unter anderem eine Abweichung von sechs Einheiten der fünften Dezimale. Für solche praktische Zwecke ist es daher besser, die Kontraktion schon bei der Konstantenbestimmung nur nach der Interpolationsformel für die Dichte und nicht aus den direkt gemessenen Dichten zu berechnen. Dann fällt, besonders bei Lösungen, die nahezu dieselbe Konzentration haben wie die Schüttschen Lösungen, der Einfluß eines Fehlers in der Bestimmung der Kontraktion fast ganz weg. Auch die Differenzen der Tab. 5 werden dabei nach oberflächlicher Schätzung eher kleiner als größer werden.

Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Exponenten ν an sich aber kann man gewiß als eine gute bezeichnen. Das ist auch nicht wunderbar, denn ich habe ja zwei Konstanten, nämlich D und n_s (n_w kommt nicht in Betracht) ohne Rücksicht auf ihre physikalische Bedeutung gerade so bestimmt, daß die Abweichungen möglichst gering werden mußten. Auch Schütt selbst hat die Brechungsexponenten seiner Lösungen berechnet und zwar nach der Landoltischen Mischungsregel in ihrer ursprünglichen Gestalt(4). Er entnahm dazu N_w und d_w der unmittelbaren Beobachtung; das Brechungsvermögen des festen Salzes N_s/d_s dagegen hatte er sich vorher aus dem Brechungsexponenten der 25 proz. Lösung berechnet. Er bekam so in den Brechungsexponenten

1) Vgl. den letzten Absatz der p. 356 der Schüttschen Arbeit.

2) l. c. p. 356.

eine größte Abweichung von elf Einheiten der fünften Dezimale. Das ist kaum die Genauigkeit der Hyperbelgleichung (3) (Tab. 3).

Man könnte nun aus der Tatsache, daß die extrapolierten Konstanten n_s und D mit dem unmittelbar beobachteten Brechungsexponenten des festen Steinsalzes und mit der Größe $100 \cdot d_s/d_w$ durchaus nicht übereinstimmen, weitere Schlüsse ziehen. Genau genommen wird ja durch die Tab. 5 nicht das Landoltsche Gesetz, sondern ein anderes mit zwei neuen Konstanten behaftetes Gesetz bestätigt, dessen nähere Gestalt aufzufinden durchaus keine Schwierigkeiten macht. Man könnte auf diesem Wege sogar zu einer ganzen Anzahl neuer Gesetze gelangen, da ja kein Grund vorliegt, bei der Berechnung der Tab. 5 gerade die Konstanten d_s und d_w und nicht etwa n_s und d_w oder n_s und d_s der unmittelbaren Beobachtung zu entnehmen.

Bei der Dürftigkeit des von mir benutzten Beobachtungsmaterials ist es jedoch wohl nicht angebracht, auf derartige Folgerungen näher einzugehen.

München, Physik. Inst. d. Univ.

(Eingegangen 14. März 1903.)