VIII. Ueber die Beziehung der Dielectricitätsconstanten zum optischen Brechungsexponenten; von P. Drude.

(Nach den Gött. Nachr. 1893, Nr. 2 mitgetheilt.)

Der Satz, dass der optische Brechungsexponent eines Körpers gleich der Quadratwurzel aus seiner Dielectricitätsconstante ist, findet bekanntlich bei den meisten Körpern keine Bestätigung, schon allein wegen des Auftretens der Dispersion. In neuerer Zeit sind nun von Koláček¹⁾, Goldhammer²⁾, Ebert³⁾ und v. Helmholtz⁴⁾ die electromagnetischen Gleichungen auch auf die Dispersionserscheinungen erweitert, sodass der obengenannte Satz auch theoretisch nicht mehr bestehen bleibt.

Für Körper mit normaler Dispersion hat sich die Dispersionsformel

$$(I) \quad n^2 = -A T^2 + B + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^4}$$

als sehr brauchbar bewiesen.⁵⁾ Es bedeutet n den Brechungsexponenten (gegen den leeren Raum), T die Schwingungsdauer des Lichtes, A , B , C , D sind positive Coefficienten. B charakterisirt den ungefähren Werth von n^2 innerhalb des sichtbaren Spectrums, und diese Grösse ist vorzugsweise mit der Dielectricitätsconstanten verglichen. Es zeigt sich nun, dass B höchstens annähernd gleich, aber nie grösser als die Dielectricitätsconstante ϵ ist.

Wenn man in den verschiedenen Theorien der Dispersion (auch in den mechanischen) nach dem Grunde dieser Thatsache forscht, so erkennt man leicht, dass sie durch die im Ultraroth liegenden Absorptionsgebiete verursacht wird. Diese machen auch eine Extrapolation des optischen Brechungsexponenten auf unendlich langsame Schwingungen unmöglich,

1) F. Koláček, Wied. Ann. **32**. p. 224, 429. 1887; **34**. p. 673. 1888.

2) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **47**. p. 93, 1892.

3) H. Ebert, Wied. Ann. **48**. p. 1. 1893.

4) H. v. Helmholtz, Berl. Ber. Dec. 1892 p. 1.

5) Vgl. E. Ketteler, Theoret. Optik, Braunschw. p. 547. 1885.

wie neuerdings Ketteler ¹⁾ nach seiner und von der v. Helmholtz'schen mechanischen Theorie nachwies.

Wenn daher auch wohl die Ursache für die Abweichung des optischen Brechungsexponenten von der Dielectricitätsconstanten klar zu Tage liegt, so möchte ich im Folgenden doch noch etwas näher auf diesen Punkt eingehen, um zu zeigen, in welch bestimmter und einfacher Weise jene Abweichung mit gewissen Vorstellungen der mechanischen und electromagnetischen Dispersionstheorie verknüpft ist.

Ich beginne mit der mechanischen Theorie von v. Helmholtz, weil sie die Form der Ausgangsgleichungen in der bestimtesten und mechanisch anschaulichsten Weise liefert.

I. Mechanische Theorie.

Bezeichnet u die Elongation der Aethertheile aus der Ruhelage, U die der ponderabeln Theile (Molecüle), so bestehen nach v. Helmholtz ²⁾ für ebene Wellen, welche sich nach der z -Axe fortpflanzen, die Gleichungen:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \beta(u - U),$$

$$(2) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\gamma U - \delta \frac{\partial U}{\partial t} + \beta'(u - U).$$

Die Gleichungen sind auf die Masseneinheit des Aethers und der Molecüle bezogen. Bezeichnet man daher die Reaktionskraft zwischen Aether und Molecülen mit R , so muss sein

$$\beta m(u - U) = \beta' M(u - U) = R,$$

d. h.

$$(3) \quad \beta : \beta' = M : m,$$

falls m die Dichte des Aethers bedeutet, M die Dichte des Antheils der Materie, welche durch die Lichtschwingungen mit in Bewegung versetzt wird.

Die Gleichung (2) lehrt, dass die Molecüle, falls sie sich ohne Reibung bewegen könnten ($\delta = 0$) und der Aether in Ruhe verbliebe ($u = 0$) eine Eigenschwingung besitzen von der Dauer

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{\beta' + \gamma}.$$

1) E. Ketteler, Wied. Ann. 46. p. 572. 1892.

2) H. v. Helmholtz, Berl. Ber. 1874. p. 667.

Man setze zur Integration:

$$(4) \quad \begin{cases} u = A e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) & = \Re \left[A e^{\frac{i}{\tau} (t - \pi z)} \right], \\ U = A' e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + \Delta \right) & = \Re \left[B e^{\frac{i}{\tau} (t - \pi z)} \right], \end{cases}$$

wobei das vorgesetzte $\Re$ bedeutet, dass der reelle Theil der nachfolgenden complexen Grösse genommen werden soll und wobei A und $1/\tau = 2\pi/T$ reell sind, während für die complexen Grössen π und B die Beziehungen bestehen:

$$(5) \quad \begin{cases} \pi = p - i p', & p = \frac{T}{\lambda} = \frac{1}{V}, & p' = \tau k, \\ B = \mathfrak{U} + i \mathfrak{U}', & \mathfrak{U} = A' \cos 2\pi \Delta, & \mathfrak{U}' = A' \sin 2\pi \Delta. \end{cases}$$

V bezeichnet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Körper.

Aus den Gleichungen (1) und (2) erhält man

$$(6) \quad a \pi^2 = 1 - \beta \tau^2 + \frac{\beta \beta' \tau^2}{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2} + i \frac{\delta}{\tau}},$$

wobei $\tau_1 = T_1/2\pi$, d. h.

$$(7) \quad \tau_1^2 = \frac{1}{\beta' + \gamma}.$$

Trennt man das Reelle vom Imaginären, so gewinnt man aus (6)

$$(8) \quad \begin{cases} a(p^2 - p'^2) = 1 - \beta \tau^2 + \beta \beta' \tau^2 \frac{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}, \\ 2 a p p' = \frac{\beta \beta' \delta \tau}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}. \end{cases}$$

Wir wollen sehen, ob diese Gleichungen mit der nach der electromagnetischen Theorie nothwendigen Bedingung verträglich sind, dass für unendlich grosses τ , p einen endlichen Grenzwert annimmt, während k einen sehr kleinen Werth (oder Null) erreicht. Diese Körper würden electriche Isolatoren sein.

Die Gleichungen (8) ergeben, wenn man die erste der-

selben nach Potenzen von τ entwickelt und die Entwicklung mit dem zweiten Gliede abbricht:

$$a(p - p'^2) = \tau^2 \beta (\tau_1^2 \beta' - 1) + 1 + \beta \beta' \tau_1^4 (1 + \delta^2 \tau_1^2),$$

$$2 a p p' = \tau \beta \beta' \delta \tau_1^4.$$

Hieraus folgt für p^2 die Gleichung:

$$a p^2 - \frac{\tau^2 \beta^2 \beta'^2 \delta^2 \tau_1^8}{p^2 \cdot 4 a} = 1 + \beta \beta' \tau_1^4 (1 + \delta^2 \tau_1^2) + \tau^2 \beta (\tau_1^2 \beta' - 1).$$

Zur Erfüllung dieser Gleichung bieten sich zwei Möglichkeiten: Entweder man setzt die Factoren von τ^2 auf beiden Seiten der Gleichung einander gleich. Dann würde p^2 (also auch n^2) unendlich klein werden, falls die Reibung δ zu Null abnimmt. Dieses Verhalten ist unwahrscheinlich. Oder man bestimmt p^2 dadurch, dass man die von τ unabhängigen Glieder obiger Gleichung einander gleich setzt. Es muss dann eine bestimmte Relation zwischen den Constanten β , β' , δ , τ_1 , a stattfinden, damit auch die Glieder der Gleichung, welche mit τ^2 multiplicirt sind, einander gleich werden. Dies Verfahren liefert, falls man $\delta^2 \tau_1^2$ gegen 1 vernachlässigt, was bei kleiner Reibung gestattet sein wird:

$$a p^2 = 1 + \beta \beta' \tau_1^4, \quad 1 - \tau_1^2 \beta' = \frac{\beta \beta' \delta^2 \tau_1^8}{4(1 + \beta \beta' \tau_1^4)}.$$

Setzen wir für $1/\tau_1^2$ seinen Werth nach (7), so erkennt man, dass γ klein wird von der Ordnung δ^2 . Geht man bis auf erste Ordnung in δ^2 und berücksichtigt die Beziehung (3), so folgt:

$$\gamma = \frac{1}{4} \delta^2 \frac{M}{M+m}, \quad a p^2 = \frac{M+m}{m}.$$

Bezeichnet a_0 das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_0 des Lichtes im leeren Raume, so ist nach (5)

$$a_0 p^2 = n^2.$$

Daher nach (9) der Grenzwert n_∞^2 für sehr lange Wellen:

$$(10) \quad n_\infty^2 = \frac{a_0}{a} \cdot \frac{M+m}{m},$$

während für den Grenzwert k_∞ des Schwächungscoefficienten k nach (5) folgt:

$$(11) \quad k_\infty = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta}{V_0} \cdot \frac{M}{\sqrt{m(M+m)}}.$$

Es ist also thatsächlich k_∞ sehr klein, n_∞ endlich.

Da γ , wie die erste der Formeln (9) lehrt, sehr klein ist, so werden nach Gleichung (2) die Molecüle wesentlich nur durch ihre relativen Verschiebungen gegen den Aether in ihre Ruhelage getrieben. Für sehr langsame Bewegungen würden Aether und Materie nahezu relativ ruhen, d. h. letztere würde ersteren sozusagen mitführen. Diese Anschauung wird durch neuere Untersuchungen¹⁾, welche direct dazu angestellt sind, um von der relativen Bewegung des Aethers gegen die Materie, z. B. die Erde, Kenntniss zu erhalten, unterstützt.

Verallgemeinert man die Formel (10) auf den Fall, dass mehrere Arten schwingungsfähiger Molecüle im Körper vorhanden sind, was nach einer entsprechenden Verallgemeinerung der Grundgleichungen (1) und (2) leicht geschehen kann, so würde man erhalten:

$$(10') \quad n_x^2 = \frac{a_0}{a} \cdot \frac{m + \sum M_h}{m}$$

Macht man die Annahme, dass der Werth von a nur infolge einer Verdichtung des Aethers zwischen den Molecülen von dem Werthe von a_0 verschieden ist, so ist $a_0 : a = m : m_0$, falls m_0 die Dichtigkeit des Aethers im leeren Raume bezeichnet. Es wird dann

$$(10'') \quad n_x^2 = \frac{m + \sum M_h}{m_0},$$

d. h. der Grenzwertb des Quadrates des Brechungsindex für sehr langsame Schwingungen ist gleich dem Verhältniss der gesammten an den Schwingungen theilnehmenden Masse eines bestimmten Körpervolumens zu der Masse des Aethers, welche in dem gleichen Volumen des leeren Raumes enthalten ist.

Untersuchen wir jetzt die Frage, welchen Werth der Brechungsexponent für Wellen von der Dauer der Lichtschwingungen bei Körpern mit normaler Dispersion besitzen muss. Da man diese als einen Specialfall der anomalen Dispersion auffasst, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass die Dauern der Eigenschwingungen der Molecüle nicht mit den Schwingungsdauern sichtbaren Lichtes zusammenfallen, so muss sich nach (8) das allgemeinste Dispensionsgesetz ergeben, wenn

1) Vgl. Des Coudres, Wied. Ann. **38**. p. 71. 1889.

man diese Gleichungen nur für den Fall beliebig vieler Molecularten erweitert.

Da τ sich wesentlich von jedem τ_h , welches einer Eigenschwingung entspricht, unterscheidet, so kann man in (8) δ^2/τ^2 gegen $(1/\tau_1^2 - 1/\tau^2)^2$ vernachlässigen, und ebenso p'^2 gegen p^2 . Es folgt dann aus (8), unter Rücksicht auf die Beziehung (7) mit Vernachlässigung von γ nach (9) für mehrere Molecularten:

$$a_0 p^2 = n^2 = \frac{a_0}{a} \left\{ 1 + \tau^2 \sum \frac{\beta_h \tau_h^2}{\tau^2 - \tau_h^2} \right\}.$$

Sondert man die Absorptionsgebiete im Ultravioletten (Index v , $\tau_v < \tau$) von den Absorptionsgebieten im Ultrarothem (Index r , $\tau_r > \tau$), so nimmt diese Gleichung die Form an:

$$n^2 = \frac{a_0}{a} \left\{ 1 + \sum_v \frac{\beta_v \tau_v^2}{1 - \frac{\tau_v^2}{\tau^2}} - \sum_r \frac{\beta_r \tau^2}{1 - \frac{\tau^2}{\tau_r^2}} \right\};$$

oder mit Entwicklung nach Potenzen von τ_v/τ , resp. τ/τ_r und mit Weglassung von kleineren Gliedern:

$$(12) \quad n^2 = \frac{a_0}{a} \left\{ -\tau^2 \sum \beta_r + 1 + \sum \beta_v \tau_v^2 + \frac{\sum \beta_v \tau_v^4}{\tau^2} + \frac{\sum \beta_v \tau^6}{\tau^4} \right\}.$$

Diese Formel ist mit der anfangs erwähnten Dispersionsformel (I) identisch. Es ist sonach erklärt, weshalb die in ihr auftretenden Coefficienten A , B , C , D positiv sein müssen. Speciell folgt für B nach (12), (7) und (3):

$$B = \frac{a_0}{a} \left(1 + \sum \beta_v \tau_v^2 \right) = \frac{a_0}{a} \frac{m + \sum M_v}{m};$$

daher nach (10'):

$$(13) \quad n_\infty^2 - B = \frac{a_0}{a} \cdot \frac{\sum M_r}{m},$$

oder falls $a_0 : a = m : m_0$:

$$(13') \quad n_\infty^2 - B = \frac{\sum M_r}{m_0}.$$

Acceptirt man das Resultat der electromagnetischen Theorie, nach der n_∞^2 gleich der Dielectricitätsconstanten ist, so erzielt man daher den Satz:

Die Differenz zwischen den Dielectricitätsconstanten und dem Quadrat des optischen Brechungsexponenten eines Körpers (genauer dem von T unabhängigen Gliede der Dispersionsformel) ist gleich dem Verhältniss der in einem Körpervolumen enthaltenen

Massen, deren Eigenschwingungen im Ultrarothem liegen, zu der Masse des Aethers, welche sich in dem gleichen Volumen des leeren Raumes befindet.

Das Gebiet des Ultrarothem ist dabei von $T = \infty$ bis zu solchen Werthen von T definirt, welche rothes Licht erzeugen. — Dass obige Differenz $n_{\infty}^2 - B$ stets positiv ist, wie die Versuche zeigen, erscheint sonach nothwendig. Der Satz erfährt auch dadurch eine gewisse experimentelle Stütze, als die Differenz für das stark undiathermane Wasser den grössten Werth (nämlich 76) erreicht, der bisher unter allen Körpern beobachtet ist.

II. Die electromagnetische Theorie.

Man kann in einfacher Weise eine electromagnetische Theorie der Dispersion erhalten, wenn man an den Gleichungen, welche zwischen der electrischen, bez. magnetischen Polarisation und den electrischen, bez. magnetischen Kräften besteht, festhält.¹⁾ Dieselben lauten für Isolatoren in der Bezeichnung von Hertz²⁾

$$(14) \quad A \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}, \quad A \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y}.$$

etc. etc.

Dagegen muss man die Beziehungen, welche zwischen den Polarisationen und ihren bez. Kräften stattfinden, und welche für isotrope Körper lauten:

$$(15) \quad \mathfrak{Q} = \mu L, \quad \mathfrak{X} = \varepsilon X$$

für schnelle Schwingungen erweitern.

Für den leeren Raum ist $\mathfrak{X} = X$, man kann daher die Differenz $\mathfrak{X} - X$ als durch die Wirksamkeit der ponderablen Molecüle herbeigeführt ansehen, z. B. sie als die Polarisation der Molecüle selbst definiren. Setzt man daher, falls mehrere Molecülarten vorhanden sind

$$(16) \quad \mathfrak{X} = X + \sum \mathfrak{X}_h,$$

1) Diesen Gedanken verdanke ich einer brieflichen Mittheilung des Hrn. Prof. Hertz. — Auf dem eingeschlagenen Wege erhält man für die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Schwungsdauer Resultate, welche mathematisch identisch mit den Resultaten sind, die sich aus den anfangs erwähnten electromagnetischen Dispersionstheorien ergeben.

2) H. Hertz, Gött. Nachr. 4. p. 106. 1891.

so kann man annehmen, dass die $\mathfrak{X}_h$ gewisser Eigenschwingungen fähig sein sollen, sei es nun deshalb, weil sie sozusagen an der ponderablen Materie haften, sodass ihre Eigenschwingungen mit denen der $\mathfrak{X}_h$ identisch sind, sei es deshalb, weil jeder Körper gewisse Eigenschwingungen seines electrischen Zustandes besitzt, deren Dauer aus seiner Selbstinduction und Capacität zu berechnen ist. Nach beiden Anschauungen müssen zwischen den $\mathfrak{X}_h$ und X Differentialgleichungen der Form bestehen:

$$(17) \quad \mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_h \frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} = \epsilon_h X,$$

wobei sämtliche Coefficienten a_h , b_h , ϵ_h positiv sind. Für sehr langsame Zustandsänderungen geht daher die Formel (16) in die zweite von (15) über, falls gesetzt wird

$$(18) \quad \epsilon = 1 + \sum \epsilon_h.$$

Um die Abhängigkeit der magnetischen Polarisationen von ihren Kräften kümmern wir uns nicht weiter, es genügt, zu wissen, dass für Lichtschwingungen $\mu = 1$ sein muss bei allen Körpern.

Für periodische Bewegungen mit der Periode $T = \tau / 2\pi$ wird die Gleichung (17) zu

$$\mathfrak{X}_h = X \frac{\epsilon_h}{1 + i \frac{a_h}{\tau} - \frac{b_h}{\tau^2}} = X \cdot \epsilon_h(\tau),$$

falls $\epsilon_h(\tau)$ eine Abkürzung ist. Es wird daher nach (16)

$$\mathfrak{X} = X(1 + \sum \epsilon_h(\tau)).$$

Gerade wie sich nach den ursprünglichen Gleichungen $n^2 = \epsilon$ gibt, folgt daher hier

$$(19) \quad n^2 = 1 + \sum \epsilon_h(\tau),$$

wobei die Gleichungen bestehen:

$$(20) \quad \epsilon_h(\tau) = \frac{\epsilon_h}{1 + i \frac{a_h}{\tau} - \frac{b_h}{\tau^2}}.$$

ϵ_h bedeutet gewissermaassen die Dielectricitätsconstante der bestimmten Molecülgattung und bestimmt die Polarisation derselben bei langsamen Zustandsänderungen. Es möge daher ϵ_h als „Polarisationsconstante“ der h ten Molecülgattung bezeichnet werden.

b_h steht in einfachem Zusammenhange mit der Eigenschwingungsdauer T_h oder τ_h . Nimmt man wiederum an, dass dieselben nur im Ultravioletten (τ_v, ϵ_v) und im Ultrarothem (τ_r, ϵ_r) lägen, so erhält man aus (19) und (20) durch Reihenentwickelungen eine ganz ähnliche Dispersionsformel, wie die Formel (12) der mechanischen Theorie ist. Ueberhaupt gehen die Formeln beider Theorien völlig ineinander überein, wenn man setzt:

$$\epsilon_h = M_h : m, \quad a_0 = a.$$

Hätte man anstatt (16) den allgemeineren Ansatz

$$\mathfrak{X} = \epsilon_0 X + \sum \mathfrak{X}_h$$

gemacht, d. h. würde man annehmen, dass die Polarisationsconstante ϵ_0 des Aethers innerhalb eines Körpers von der des freien Aethers ($\epsilon_0 = 1$) verschieden ist, so lässt sich völlige Identität der mechanischen und electricischen Theorie erreichen, falls man setzt:

$$a_0 : a = m : m_0, \quad \epsilon_h = M_h : m_0, \quad \epsilon_0 = m : m_0.$$

Es ist daher auch eine innere Identität beider Theorien zu ermöglichen, falls man einerseits die Molecülmasse M_h als verdichtete Aethermasse selbst auffasst, andererseits die electricische Polarisation als Verschiebung des Aethers auffasst, diesem aber in verschiedenen Körpern und in demselben Körper an verschiedenen discreten Stellen (den Orten der Molecüle) verschiedene Dichte beilegt.

Unabhängig von diesen Speculationen ergibt sich jedenfalls aus (18) und (19):

$$\epsilon - B = \sum \epsilon_r,$$

wobei B das von T^2 unabhängige Glied der Dispersionsformel (I) bedeutet, d. h. falls man B schlechtweg den optischen Brechungsexponenten eines (normal dispergirenden) Körpers nennt, so erhält man den Satz:

Die Differenz zwischen der Dielectricitätsconstanten und dem Quadrat des optischen Brechungsexponenten ist gleich der Summe der Polarisationsconstanten der Molecülarten, deren Eigenschwingungen im Ultrarothem liegen.

Um die optischen und electricischen Eigenschaften der

Metalle unter ein System von Gleichungen fassen zu können, genügt noch nicht die Erweiterung von (14) in:

$$(14') \quad A \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} + A \cdot 4 \pi \lambda \frac{\partial X}{\partial t},$$

während für $\mathfrak{E}$ die Gleichung (16) bestehen bleibt.¹⁾ Man kann dadurch allerdings zu scheinbar negativen Werthen der Dielectricitätsconstanten gelangen, wenn Eigenschwingungen im Ultrarothem liegen, indes erhält man dann infolge des bedeutenden Werthes der electrostatisch gemessenen Leitfähigkeit λ zu grosse Werthe für das Product $n k$, wie sie an Metallen nicht auftreten.²⁾ Ich glaube vielmehr, dass für Metalle in (14') noch ein Glied der Form

$$p \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \right) = \frac{p}{A} A X$$

zugefügt werden muss. Durch ein solches kann man durch passende Wahl von p die optischen Constanten der Metalle unter Benützung der Leitfähigkeit λ der Erfahrung entsprechend berechnen und erhält dabei einen grossen positiven Werth für ihre Dielectricitätsconstante, wie H. A. Lorentz³⁾ zeigte. — Physikalisch kann die Form des genannten Zusatzgliedes erklärt werden, wenn man annimmt, dass die Polarisation in irgend einem Raumpunkte nicht nur von der dort herrschenden Kraft abhängt, sondern infolge der endlichen Ausdehnung der Molecüle auch von der Kraft in benachbarten Raumpunkten. Dann muss nämlich die Polarisation auch von den Differentialquotienten der Kräfte nach den Coordinaten abhängen. — Die ersten Differentialquotienten können nur bei dissymmetrischen Medien bestehen und ergeben dann eine völlig ausreichende Erklärung und Berechnung der optischen Erscheinungen in natürlich activen Medien, während die zweiten Differentialquotienten in Metallen auftreten.

Göttingen, December 1892.

1) In ähnlicher Weise verfährt Goldhammer l. c.

2) Vgl. P. Drude, Gött. Nachr. 1892. 10. p. 390.

3) H. A. Lorentz, Schlöm. Zeitschr. 23. p. 209. 1878.