$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{dx'}{dt} + a_2 \frac{dy'}{dt} + a_3 \frac{dz'}{dt} &= \frac{dx}{dt} - r_1 y + q_1 z + g_1 \\ b_1 \frac{dx'}{dt} + b_2 \frac{dy'}{dt} + b_3 \frac{dz'}{dt} &= \frac{dy}{dt} - p_1 z + r_1 x + g_2 \\ c_1 \frac{dx'}{dt} + c_2 \frac{dy'}{dt} + c_3 \frac{dz'}{dt} &= \frac{dz}{dt} - q_1 x + p_1 y + g_3 \end{aligned} \right\} \text{(XVI)}$$

und daher die lebendige Kraft der Relativbewegung:

$$T' = \frac{1}{2} \sum m_i \left[\left(\frac{dx_i}{dt} - r_1 y_i + q_1 z_i + g_1 \right)^2 + \left(\frac{dy_i}{dt} - p_1 z_i + r_1 x_i + g_2 \right)^2 + \left(\frac{dz_i}{dt} - q_1 x_i + p_1 y_i + g_3 \right)^2 \right]$$

Soll T' ein Minimum werden, so muss zunächst sein: und daher auch:

$$\frac{\partial T'}{\partial g_1} = \frac{\partial T'}{\partial g_2} = \frac{\partial T'}{\partial g_3} = 0,$$

$$\sum m_i \frac{dx_i'}{dt} = \sum m_i \frac{dy_i'}{dt} = \sum m_i \frac{dz_i'}{dt} = 0 \quad \text{(XVII)}$$

also mit Rücksicht auf die Gleichungen (XVI):

$$a_1 \sum m_i \frac{dx_i'}{dt} + a_2 \sum m_i \frac{dy_i'}{dt} + a_3 \sum m_i \frac{dz_i'}{dt} = 0$$

$$b_1 \sum m_i \frac{dx_i'}{dt} + b_2 \sum m_i \frac{dy_i'}{dt} + b_3 \sum m_i \frac{dz_i'}{dt} = 0$$

$$c_1 \sum m_i \frac{dx_i'}{dt} + c_2 \sum m_i \frac{dy_i'}{dt} + c_3 \sum m_i \frac{dz_i'}{dt} = 0$$

d.h. bei der Relativbewegung mit dem Minimum von lebendiger Kraft bleibt der Schwerpunkt in Ruhe.

Die drei anderen Bedingungsgleichungen

$$\frac{\partial T'}{\partial p_1} = \frac{\partial T'}{\partial q_1} = \frac{\partial T'}{\partial r_1} = 0$$

ergeben:

$$\sum m_i \left[- \left(b_1 \frac{dx_i'}{dt} + b_2 \frac{dy_i'}{dt} + b_3 \frac{dz_i'}{dt} \right) z_i + \left(c_1 \frac{dx_i'}{dt} + c_2 \frac{dy_i'}{dt} + c_3 \frac{dz_i'}{dt} \right) y_i \right] = 0$$

etc. oder bei Benutzung der Gleichungen (V) und (XVII) und der bekannten Beziehungen der orthogonalen Substitution $b_2 c_3 - c_2 b_3 = a_1$ etc.:

$$a_1 \sum m_i \left(y_i' \frac{dz_i'}{dt} - z_i' \frac{dy_i'}{dt} \right) + a_2 \sum m_i \left(z_i' \frac{dx_i'}{dt} - x_i' \frac{dz_i'}{dt} \right) + a_3 \sum m_i \left(x_i' \frac{dy_i'}{dt} - y_i' \frac{dx_i'}{dt} \right) = 0$$

und die beiden aus dieser durch Vertauschung der a mit b und c hervorgehenden. Daher also auch zuletzt:

$$\sum m_i \left(y_i' \frac{dz_i'}{dt} - z_i' \frac{dy_i'}{dt} \right) = \sum m_i \left(z_i' \frac{dx_i'}{dt} - x_i' \frac{dz_i'}{dt} \right) = \sum m_i \left(x_i' \frac{dy_i'}{dt} - y_i' \frac{dx_i'}{dt} \right) = 0 \quad \text{(XVIII)}$$

d.h. für die Relativbewegung mit der geringsten lebendigen Kraft sind die Flächenintegrale $= 0$. Bekanntlich sind die Flächenintegrale bei der absoluten Bewegung des Systems constant und sie bleiben auch constant, wenn dabei von der Bewegung des Schwerpunktes abgesehen wird. Diese drei Constanten bestimmen die von Laplace eingeführte »unveränderliche Ebene«. Unsere Relativbewegung ist im all-

gemeinen Falle von dieser absoluten Bewegung durchaus verschieden und nur wenn die drei Flächenintegrale verschwinden, die unveränderliche Ebene daher illusorisch wird, ist die absolute Bewegung zugleich auch die mit der geringsten lebendigen Kraft ausgestattete unter allen Relativbewegungen.

Charlottenburg, 1898 Mai 21.

Prof. Dr. Dziobek.

Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber

betr. das Interpolationsverfahren von Tschebyschef.

Einer freundlichen Mittheilung von Herrn Prof. Lüroth danke ich die Notiz, dass die Reihenumkehrung, die ich in Nr. 3491 der A. N. zur Herleitung des Tschebyschef'schen Interpolationsverfahrens benutzt habe, sich bereits in allgemeinerer Gestalt bei Möbius findet, und zwar in dem Auf-

satz »Ueber eine besondere Art von Umkehrung der Reihen«, (Crelle's Journal Band X, Seite 105 und Gesammelte Werke, Band IV, Seite 588). Setzt man den Satz von Möbius als bekannt voraus, so erkennt man, dass die Tschebyschef'sche Reihenentwicklung sich mit wenigen Zeilen erledigen lässt.

Leipzig, 1898 Aug. 13.

H. Bruns.