Daher sind auch die von Helmholtz auf die Ungenauigkeit des Fechner'schen Gesetzes an der unteren Grenze gemachten Folgerungen¹⁾ richtig. Zu bestreiten sind dagegen die von Fick²⁾ gemachten Schlüsse. Dieser will aus dem besprochenen Satze die Gestalt der Curve des An- und Abklingens berechnen. Aus dem Umstande, dass hier ein Beweis des Satzes ohne jede Voraussetzung über die Gestalt der Curve gegeben ist, erhellt sofort die Unmöglichkeit dieser Berechnung, und in der That beruht dieselbe auf einem Irrthum. Der Fick'sche Beweis bezieht sich nämlich gar nicht auf die einfache Erregungcurve, sondern auf die durch Summation der Erregungswerthe entstandene periodische Curve, für welche die von ihm aufgestellten Beziehungen allerdings gelten. Die Quelle des Irrthums ist wohl darin zu suchen, dass Fick übersieht, dass die Art des Anwachsens und Abnehmens der Curve auch bei gleichen Empfindungsgrössen abhängig ist von der Art, auf welche dieser Werth erreicht wird. Der einzig erlaubte Rückschluss ist der auf die Mittelwerthe der Empfindungscurven, von denen sich aussagen lässt, dass sie bei gleicher Intensität des Lichtes proportional sein müssen der Dauer der Reizwirkung und bei verschiedener Intensität, aber gleicher Reizdauer der Grösse der Intensität.

Kiel, August 1881.

XI. Ueber den Ersatz eines centrirten Systems brechender Kugelflächen durch eine einzige dieser Art; von F. Kessler.

Die Punkte auf der Axe eines centrirten Systems brechender Kugelflächen, in denen Object und Bild zusammentreffen, die zuerst von J. B. Listing³⁾ nach mehreren ihrer

1) Helmholtz, Physiologische Optik. p. 314 ff.

2) Hermann, Handbuch der Physiologie. 3. Th. I. p. 216 ff.

3) J. B. Listing, Pogg. Ann. 129. p. 466. 1866.

Eigenschaften erforscht und „Symptosen“ genannt worden sind, besitzen ausserdem noch eine meines Wissens nirgends klar hervorgehobene Bedeutung. Sie bilden nämlich zusammen Scheitelpunkt und Mittelpunkt einer hypothetischen Kugelfläche — eigentlich von zwei solchen, deren jede nach Belieben genommen werden darf — die, wenn man den beiden durch sie getrennten Medien ein gewisses Brechungsverhältniss zuschreibt, das ganze System bezüglich der auf der Axe liegenden Conjuncte zu ersetzen vermag. Eine solche Fläche, die also in den Fällen, wo Symptosen vorhanden sind, in der angegebenen Beziehung dem ursprünglichen System aequivalent ist, will ich „Ersatzfläche“ nennen.

Auf das Bestehen einer Ersatzfläche wurde ich zuerst aufmerksam, als ich mir die Aufgabe stellte, eine convex-concave Linse, die einem auf kurze Entfernung eingestellten Galilei'schen Fernrohr aequivalent sei, graphisch zu entwerfen. Die Linse sollte ein etwa in deutlicher Sehweite befindliches Object ebendasselbst vergrössert abbilden. Es fand sich, dass eine Linse von dem Brechungsverhältniss $n = 1,5$ den beiden Krümmungsradien $r_1 = 18$ und $r_2 = 7,5$, und von der Dicke $d = 42$ mm den gestellten Bedingungen mit einer Vergrösserung $v = 10/3$ entsprach, wenn das Object 240 mm von der Ocularfläche abstand. In einem zweiten Punkte, 6 mm vor der Ocularfläche im Inneren der Linse, coincidirte das Bild mit einem (virtuellen) Object zum zweiten mal unter einer Vergrösserung von $3/10$. (Die Reciprocität beider Vergrösserungen hat bereits Listing als Gesetz nachgewiesen.) Indem ich sodann für drei Conjunctpaare, deren gerade bei dieser Linse viele in ganzzahligen Abständen von den Flächen vorkommen, diejenige sphärische Ersatzfläche berechnete, welche die drei angenommenen Conjunctpaare wiedergab, fand sich Folgendes:

- 1) Die Fläche hatte ihren Scheitelpunkt in dem einen, ihren Mittelpunkt in dem anderen Coincidenzpunkte.
- 2) Sie gab auch alle anderen vorliegenden Conjunctpaare in identischen Entfernungen wieder.
- 3) Das Brechungsverhältniss der beiden durch die Fläche getrennten Mittel war $v = 100/9$, resp. $v_1 = 9/100$, also gleich

dem Quadrat der Vergrößerung der ursprünglichen Linse in den Coincidenzpunkten.

4) Die Vergrößerung der Ersatzfläche für alle vorliegenden Coniunctpaare stand in einem constanten Verhältniss $\beta = 10/3$, resp. $\beta_1 = 3/10$ zur Vergrößerung der ursprünglichen Linse.

5) Dieses Verhältniss war selbst gleich der ursprünglichen Vergrößerung in den Coincidenzpunkten.

Ganz analoge Resultate ergaben sich bei der Berechnung anderer derartiger Systeme, z. B. einer convex-concaven Linse mit $n = 1,5$, $r_1 = 26$, $r_2 = 20$, $d = 32$, wo die Coincidenzpunkte in 240 und $2^2/7$ mm Entfernung vor der Ocularfläche lagen. Ich fand $v = 5/3$, $\nu = 25/9$ u. s. w. Desgleichen bei mehreren Biconvexlinsen mit beliebigen Radien.

Als ich obige völlig empirisch gewonnenen Resultate Hrn. Prof. V. v. Lang in Wien brieflich mittheilte, hatte dieser die Güte, mir einen analytischen Beweis für die berichteten, in Erfahrung gebrachten Gesetzmässigkeiten „zur beliebigen Benutzung“ zuzustellen. Demgemäss gestatte ich mir, den Beweis in der Form, die ihm der Hr. Verfasser gegeben hat, hier folgen zu lassen.

Es soll gezeigt werden, dass eine Linse (lateinische Buchstaben) durch eine einzige brechende Fläche (griechische Buchstaben) ersetzt werden kann, was die Lage ihrer conjugirten Punkte betrifft. Der Scheitel dieser Fläche liege um σ vor dem ersten Hauptpunkte der Linse. Ist H der Abstand des zweiten Hauptpunktes hinter dem ersten, so muss, sollen Object und Bild für Linse und Fläche dieselbe Lage haben:

$$(1) \quad \varphi_1 = f_1 - \sigma, \quad \varphi_2 = f_2 + H + \sigma$$

sein, welche Gleichungen für die Brennpunkte:

$$(2) \quad \Phi_1 = F - \sigma, \quad \Phi_2 = F + H + \sigma$$

geben. Diese Grössen müssen aber folgenden Gleichungen genügen:

$$(3) \quad \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}, \quad \frac{F - \sigma}{f_1 - \sigma} + \frac{F + H + \sigma}{f_2 + H + \sigma} = 1,$$

welche nach Wegschaffung des Nenners und Subtraction:

$$(4) \quad \sigma^2 + H\sigma = HF$$

geben. Dies ist also die Bedingung für das Zusammenbestehen der zwei früheren Gleichungen; und da diese Bedingungsgleichung unabhängig ist von f , so lehrt sie, dass in der That gleichzeitig für alle conjugirten Punkte die Linse durch eine Fläche ersetzt werden kann.

Radius ρ und Brechungsquotient ν der Fläche können leicht aus den Gleichungen (2) gefunden werden. Man erhält mit Rücksicht auf Gleichung (4):

$$(5) \quad \rho = H + 2\sigma$$

$$(6) \quad \nu = \frac{F + H + \sigma}{F - \sigma} = \left(1 + \frac{H}{\sigma}\right)^2$$

Gleichung (4) lehrt, dass es zwei Flächen gibt, welche der gestellten Forderung genügen. Für dieselben hat man nach einem bekannten Satz:

$$(7) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = -H,$$

welche Gleichung in Verbindung mit Gleichung (5) leicht:

$$\rho_1 = -\rho_2 = \sigma_1 - \sigma_2$$

gibt. Der Scheitel der zweiten ersetzenden Fläche ist also der Mittelpunkt der ersten und umgekehrt.

Die zwei Scheitelpunkte sind aber nichts anderes als die Symptosen Listing's, die Punkte, in denen Object und Bild an demselben Orte liegen. In diesem Falle ist nämlich $f_2 = -(f_1 + H)$, was, in die erste Gleichung (3) gesetzt, für f_1 die Gleichung (4) gibt.

Die ersetzende brechende Fläche gibt jedoch ein anderes Bildgrössenverhältniss β für die conjugirten Punkte, als die Linse b . Nach bekannten Formeln ist:

$$\frac{b}{\beta} = \frac{F}{F - f_1} : \frac{\Phi_1}{\Phi_1 - \varphi_1} = \frac{F}{F - f_1} \cdot \frac{F - f_1}{F - \sigma} = \frac{F}{F - \sigma}.$$

Der letzte Ausdruck ist aber nichts anderes als die Vergrösserung v , welche die Linse im Scheitel der ersetzenden Fläche hervorbringt; somit hat man den Satz:

$$(9) \quad b = \beta_1 v_1 = \beta_2 v_2.$$

Für die Symptosen ist, wie übrigens leicht nachzuweisen:

$$(10) \quad v_1 v_2 = 1,$$

und somit ist auch:

$$(11) \quad \beta_1 = \beta_2 v_2^2, \quad \beta_2 = \beta_1 v_1^2.$$

Für die Vergrößerung v in der Symptose wird mit Rücksicht auf Gleichung (4):

$$v = \frac{F}{F - \sigma} = \frac{F \cdot H}{FH - \sigma H} = 1 + \frac{H}{\sigma},$$

und daher nach Gleichung (6):

$$(12) \quad v^2 = v,$$

und nach Gleichung (10):

$$(13) \quad v_1 v_2 = 1.$$

So weit der Beweis des Hrn. V. v. Lang. (Wien 1/3. 82.)

Bochum, März 1882.

XII. *Ueber singende Condensatoren;* *von W. Holtz.*

Angesichts der Aufmerksamkeit, welche man neuerdings sogenannten singenden Condensatoren schenkt¹⁾, möchte ich daran erinnern, dass ich bereits im Jahre 1875²⁾ einer gleichen Erscheinung gedachte, freilich nur beiläufig, weshalb es wohl unbeachtet blieb. Ich beobachtete sie an metallischen Hohlsciben, welche ich als Electroden einer Influenzmaschine gebrauchte, wenn ich sie so nahe brachte, dass zwischen ihnen Funken überschlügen. Ich bemerkte schon damals, dass bei allmählicher Annäherung der Ton nicht beständig höher wurde, vielmehr zeitweise ganz aufhörte, weil die Dimensionen der Scheibe nicht jeder Tonhöhe entsprechen konnten, und dass dies der beste Beweis sei, dass man in dem fraglichen Klange nicht etwa bloß den Klang der Entladungen höre, was sich übrigens auch dadurch nachweisen lässt, dass man letztere an eine entferntere Stelle verlegt. Wer das Experiment wiederholen will — und hierzu genügt schon eine einzige Scheibe, wenn man sie einer grösseren Kugel gegenüber stellt —, verfährt am richtigsten, um Annäherung und Funkenfolge

1) Beibl. 3. p. 655. 1879 und 4. p. 74. 1880.

2) Holtz, Pogg. Ann. 156. p. 496. 1875.