**9. Über den Durchgang des Lichtes
durch eine planparallele inhomogene Schicht;
von P. Boedke.**

1. Das Problem des Lichtdurchgangs durch inhomogene Körper ist vielfach behandelt worden. Doch fast immer wurde nur die Form der Lichtstrahlen bestimmt, die Frage nach den Intensitätsverhältnissen dagegen nicht berührt. Erst neuerlich hat Hr. Schlick anknüpfend an frühere Untersuchungen von Lord Rayleigh das Problem auch von dieser Seite aus betrachtet und die Reflexionen bestimmt, die im Innern einer planparallelen inhomogenen Schicht auftreten.¹⁾ Er verfährt hierbei in der Weise, daß er die Maxwellschen Differentialgleichungen des elektromagnetischen Feldes für diesen Fall, also bei variabler Dielektrizitätskonstante wirklich streng integriert. Doch verweist Hr. Schlick auch noch auf ein anderes Verfahren, wie es früher bei der Bestimmung der Lichtbahnen in inhomogenen Medien ganz allgemein benutzt wurde. Man kann sich nämlich das inhomogene Medium zunächst aus sehr vielen sehr dünnen homogenen Schichten zusammengesetzt denken, für diese homogenen Schichten das Problem lösen und dann versuchen, durch Grenzübergang die gewünschten Resultate für das inhomogene Medium abzuleiten. Hr. Schlick erklärt nun diese indirekte Behandlung des Problems als zwar für die Anschauung bequem, jedoch als zur Durchführung der Rechnung nicht geeignet. In der Tat sind die Vorzüge der direkten Integration der Feldgleichungen einleuchtend. Indessen ist auch der andere Weg gangbar und gewährt eben wegen seiner Anschaulichkeit wieder andere Vorteile. Im folgenden soll deshalb versucht werden, die Schlickschen Resultate auf die beschriebene Weise herzuleiten. Wir be-

¹⁾ Moritz Schlick, Über die Reflexion des Lichtes in einer inhomogenen Schicht. Berliner Diss. 1904.

schränken uns dabei von vornherein auf den auch von Hrn. Schlick allein betrachteten Fall einer planparallelen inhomogenen Schicht, in der die Dielektrizitätskonstante zudem nur in der zu den Grenzebenen der Schicht normalen Richtung stetig variabel sein möge. Von Dispersion und Absorption wird abgesehen, die elektrische Leitfähigkeit gleich Null angenommen. Die einfallende Lichtwelle sei als eben und homogen mit der Frequenz n vorausgesetzt.

Die Durchführung des angegebenen Gedankens im einzelnen unterscheidet sich wesentlich von dem sonst angewandten Verfahren. Das Problem des Lichtdurchgangs durch einen Satz planparalleler Platten wird wohl immer so behandelt, daß man einen einzelnen Strahl des im ganzen reflektierten oder durchgelassenen Lichtes betrachtet und sich ihn entstanden denkt aus Teilen der einfallenden Welle, die durch wiederholte Reflexionen an den Trennungsf lächen in seine Richtung hineingelenkt werden. Durch Summation über alle diese Komponenten wird dann die Intensität des betreffenden Strahles gefunden.¹⁾ Demgegenüber werden wir folgendermaßen vorgehen. Unter Voraussetzung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes übersieht man leicht, daß außer der im ganzen reflektierten und der im ganzen durchgelassenen Welle in jeder Platte des Systems noch zwei Wellen fortschreiten werden. Alle diese Wellen nehmen wir als von gleicher Natur wie die einfallende Welle, nur mit anderer Amplitude und Phase an. Diese vorläufig unbestimmten Konstanten werden dann durch die Aufstellung der Grenzbedingungen des elektromagnetischen Feldes erhalten. Daß auf diesem Wege die gleichen Resultate wie bei jenem summarischen Verfahren gefunden werden, habe ich für den Fall *einer* Platte an anderer Stelle gezeigt.²⁾ Die dort abgeleiteten Bedingungen lassen sich ohne weiteres auf den gegenwärtigen Fall eines Systems planer homogener Schichten übertragen. Die Gleichungsgruppen, welche sich so ergeben, sind zwar im allgemeinen unbequem zu handhaben, lassen jedoch den Grenzübergang zu unendlich vielen unend-

1) Vgl. z. B. F. Neumann, Vorlesungen über theoretische Optik, p. 33, 145. Leipzig 1885.

2) Vgl. eine demnächst im Arch. d. Math. u. Physik erscheinende Mitteilung.

lich dünnen Schichten zu, und führen so zu den gewünschten Resultaten.

2. Die zu betrachtende inhomogene Schicht denke man sich aus p homogenen zwischen parallelen Ebenen liegenden Schichten zusammengesetzt. Die auf eine beliebige dieser letzteren Schichten bezogenen Größen bezeichnen wir durch den Index r , der gleichzeitig auch auf diejenige Grenzfläche der betreffenden Schicht bezogen werde, welche dem einfallenden Lichte zugewendet ist. So seien die einzelnen Schichtdicken D_r , die bezüglichen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r , die Lichtgeschwindigkeiten q_r . Durch den Index 0 werde auf das Medium auf der Seite des einfallenden Lichtes, durch den Index $(p+1)$ auf das diesem gleiche Medium jenseits der Schicht hingedeutet.

Die Normale zu den Grenzflächen der Schicht machen wir zur x -Achse eines rechtshändigen orthogonalen Koordinatensystems. Dessen (xy) -Ebene falle mit der Einfallsebene des Lichtes, die gleichzeitig Zeichnungsebene sei, zusammen. Die z -Achse sei normal zur Zeichnungsebene dem Beschauer zugewendet, der Anfangspunkt O des Systems liege in der

Grenzfläche zwischen den Medien 0 und 1. Wir nehmen in jedem der p homogenen Medien zwei Wellen an, dazu eine im ganzen reflektierte und eine im ganzen durchgelassene Welle. Die Fortschreitungsrichtungen aller dieser Wellen ergeben sich aus dem Reflexions- und dem Brechungsgesetz. Sie seien x -Achsen in Koordinatensystemen (x'_r, y'_r, z'_r) und (x''_r, y''_r, z''_r) , deren z -Achsen der z -Achse des ungestrichenen Systems parallel seien. Der Nullpunkt des auf die im ganzen reflektierte Welle bezogenen Systems falle mit O zusammen, die übrigen Anfangspunkte seien in die Schnittpunkte der

x -Achse des ungestrichenen Systems mit derjenigen Grenzebene der einzelnen Schichten verlegt, die dem einfallenden Lichte zugewendet ist.

Der Einfallswinkel sei α_0 , die bezüglichen Brechungswinkel in den einzelnen Schichten seien α_r . Dann ist nach dem Brechungsgesetz

$$(1) \quad \begin{cases} \alpha_{p+1} = \alpha_0, \\ \sqrt{\epsilon_r} \sin \alpha_r = \sqrt{\epsilon_0} \sin \alpha_0. \end{cases}$$

Setzt man zur Abkürzung

$$(2) \quad \begin{cases} \sum_{\mu=1}^{r-1} D_\mu = A_r, \\ A_0 = 0, \quad A_1 = 0, \end{cases}$$

so bestehen die folgenden geometrischen Beziehungen:

$$(3) \quad \begin{cases} x_r' = (x - A_r) \cos \alpha_r + y \sin \alpha_r, \\ x_r' = -(x - A_r) \cos \alpha_r + y \sin \alpha_r. \end{cases}$$

Bezeichnen ferner $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ die elektrische und die magnetische Feldstärke, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, so stützen wir uns auf folgende Form der Maxwellschen Gleichungen für das elektromagnetische Feld

$$(4) \quad \begin{cases} \epsilon \mathfrak{E} = c \operatorname{curl} \mathfrak{H}, & \dot{\mathfrak{H}} = -c \operatorname{curl} \mathfrak{E}, \\ \operatorname{div} \mathfrak{E} = 0, & \operatorname{div} \mathfrak{H} = 0. \end{cases}$$

Die zugehörigen Grenzbedingungen werden wir erst weiter unten einführen.

3. Wir wenden uns nunmehr zu dem eigentlichen Ansatz unseres Problems. Der allgemeine Fall beliebig homogenen Lichts läßt sich dekomponieren, indem man die einfallende Welle in zwei andere Wellen zerlegt, von denen die eine in der Einfallsebene, die zweite senkrecht dazu polarisiert ist. Diese beiden Fälle betrachten wir gesondert und beginnen mit dem Fall, daß das Licht in der Einfallsebene polarisiert ist. Es bedeute t die Zeit. Dann nehmen wir die einfallende Welle in der Form

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_{x_0'} = 0, \\ \mathfrak{E}_{y_0'} = 0, \\ \mathfrak{E}_{z_0'} = a_0 \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_0'}{q_0} \right) + s_0 \right\}, \\ \mathfrak{H}_{x_0'} = 0, \\ \mathfrak{H}_{y_0'} = -\sqrt{\varepsilon_0} a_0 \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_0'}{q_0} \right) + s_0 \right\}, \\ \mathfrak{H}_{z_0'} = 0 \end{array} \right.$$

an. Die im ganzen reflektierte, die im ganzen durchgelassene und je die beiden Wellen in den einzelnen Schichten setzen wir nun in der gleichen Form wie die einfallende Welle an. Wir geben dabei nur die nicht verschwindenden Komponenten an und setzen in der z -Richtung gleich die ungestrichenen für die gestrichenen Größen ein, was gestattet ist, da diese Richtungen parallel sind. Alle genannten Wellen sind im folgenden Ansatz enthalten:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_{z_r} = a_r \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_r'}{q_r} \right) + s_r \right\}, \\ \mathfrak{E}_{y_r} = a_r \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_r'}{q_r} \right) + s_r \right\}; \end{array} \right.$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{H}_{y_r'} = -\sqrt{\varepsilon_r} a_r \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_r'}{q_r} \right) + s_r \right\}, \\ \mathfrak{H}_{y_r} = -\sqrt{\varepsilon_r} a_r \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_r'}{q_r} \right) + s_r \right\}, \end{array} \right.$$

wobei a , a , s , s vorläufig unbestimmte Konstante bedeuten. Um im Medium $(p+1)$ nur eine Welle zu erhalten, haben wir jedoch

$$a_{p+1} = 0$$

anzunehmen.

Durch die Ansätze (5), (6), (7) werden die Bedingungen (4) im Inneren des Feldes jedenfalls befriedigt. Es handelt sich nun weiter darum, zu zeigen, daß die willkürlichen Konstanten zur Erfüllung der Grenzbedingungen ausreichen. Diese verlangen den stetigen Übergang der tangentiellen Komponenten der Feldintensitäten an der Grenzfläche zweier Medien, fordern also für unseren Fall für $x = A_{r+1}$

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_{z_r} + \mathfrak{E}_{y_r} = \mathfrak{E}_{z_{r+1}} + \mathfrak{E}_{y_{r+1}}, \\ \mathfrak{H}_{y_r} + \mathfrak{H}_{y_r} = \mathfrak{H}_{y_{r+1}} + \mathfrak{H}_{y_{r+1}}. \end{array} \right.$$

Um diese Gleichungen weiter zu verwerten, müssen zunächst aus (7) die Komponenten der magnetischen Feldstärke im ungestrichenen System berechnet werden. Setzt man danach noch zur Abkürzung

$$(8a) \quad n \left(t - \frac{y \sin \alpha_r}{q_r} \right) = \eta, \\ \frac{n D_r \cos \alpha_r}{q_r} = \varphi_r,$$

und beachtet (1), so folgt aus (3), (6), (7), (8)

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_r \cos(\eta + s_r - \varphi_r) + a_r \cos(\eta + \tilde{s}_r + \varphi_r) \\ \quad = a_{r+1} \cos(\eta + s_{r+1}) + a_{r+1} \cos(\eta + \tilde{s}_{r+1}), \\ \cot \alpha_r \{ a_r \cos(\eta + s_r - \varphi_r) - a_r \cos(\eta + \tilde{s}_r + \varphi_r) \} \\ \quad = \cot \alpha_{r+1} \{ a_{r+1} \cos(\eta + s_{r+1}) - a_{r+1} \cos(\eta + \tilde{s}_{r+1}) \}. \end{array} \right.$$

In diesen Gleichungen lösen wir die Kosinus so auf, daß η von dem Argument abgetrennt wird. Dadurch werden die Gleichungen linear und homogen in bezug auf $\sin \eta$ und $\cos \eta$. Da η aber beliebig variabel ist, so können die Beziehungen nur bestehen, falls die Koeffizienten von $\sin \eta$ und $\cos \eta$ auf beiden Seiten einzeln einander gleich sind. Infolge dieser Überlegung zerfällt jede der Gleichungen (9) in zwei andere. Dadurch ergeben sich für alle $(p+1)$ Grenzflächen im ganzen $4(p+1)$ Gleichungen. Wir hatten aber in jeder der p Schichten zwei Wellen, dazu die im ganzen reflektierte und die im ganzen durchgelassene Welle mit je zwei also im ganzen mit $4(p+1)$ willkürlichen Konstanten angenommen. Diese Konstanten werden sonach durch die infolge der Grenzbedingungen sich ergebenden Gleichungen gerade bestimmt. Die aus (9) abzuleitenden Gleichungen lauten:

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_r \cos(s_r - \varphi_r) + a_r \cos(\tilde{s}_r + \varphi_r) \\ \quad = a_{r+1} \cos s_{r+1} + a_{r+1} \cos \tilde{s}_{r+1}, \\ a_r \sin(s_r - \varphi_r) + a_r \sin(\tilde{s}_r + \varphi_r) \\ \quad = a_{r+1} \sin s_{r+1} + a_{r+1} \sin \tilde{s}_{r+1}, \\ \cot \alpha_r \{ a_r \cos(s_r - \varphi_r) - a_r \cos(\tilde{s}_r + \varphi_r) \} \\ \quad = \cot \alpha_{r+1} \{ a_{r+1} \cos s_{r+1} - a_{r+1} \cos \tilde{s}_{r+1} \}, \\ \cot \alpha_r \{ a_r \sin(s_r - \varphi_r) - a_r \sin(\tilde{s}_r + \varphi_r) \} \\ \quad = \cot \alpha_{r+1} \{ a_{r+1} \sin s_{r+1} - a_{r+1} \sin \tilde{s}_{r+1} \}. \end{array} \right.$$

4. Um die soeben abgeleiteten Gleichungen für späteren Gebrauch bequemer zu gestalten, seien die folgenden beiden komplexen Größen eingeführt:

$$(11) \quad \begin{cases} P_r = a_r e^{i s_r} + a_r e^{i \hat{s}_r}, \\ Q_r = a_r e^{i s_r} - a_r e^{i \hat{s}_r}. \end{cases}$$

Indem man in (10) die Kosinus und Sinus auflöst, ergibt sich leicht:

$$(12) \quad \begin{cases} P_{r+1} = P_r \cos \varphi_r - i Q_r \sin \varphi_r, \\ Q_{r+1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{r+1}}{\operatorname{tg} \alpha_r} \{Q_r \cos \varphi_r - i P_r \sin \varphi_r\}. \end{cases}$$

Kann man aus (12) P und Q bestimmen, so erhält man danach aus (11) die Konstanten a , a , s , $\hat{s}$.

5. Ohne auf die Berechnung der Intensität der verschiedenen Wellen aus (10) näher einzugehen, wollen wir doch eine bestätigende Probe auf die bisherigen Betrachtungen kurz anführen. Multipliziert man nämlich die erste und die dritte, die zweite und die vierte der Gleichungen (10) miteinander und addiert danach, so folgt:

$$\cot \alpha_r (a_r^2 - a_r^2) = \cot \alpha_{r+1} (a_{r+1}^2 - a_{r+1}^2) = \text{const.}$$

Durch diese Beziehung werden die Amplituden der Wellen in zwei beliebigen Schichten miteinander in Verbindung gebracht. So folgt z. B. für die Medien 0 und $(p+1)$

$$a_0^2 + a_{p+1}^2 = a_0^2.$$

Diese Gleichung drückt aus, daß die Intensität der einfallenden Welle der Summe der Intensitäten der im ganzen reflektierten und der im ganzen durchgelassenen Welle gleich ist, und ist sonach evident.

6. Nachdem wir bisher nur in der Einfallsebene polarisiertes Licht betrachtet haben, wenden wir uns nunmehr zu dem Falle, daß das Licht senkrecht zu dieser Ebene polarisiert ist. Die nicht verschwindenden Komponenten der Feldintensitäten der einfallenden Welle seien in der die Gleichungen (4) erfüllenden Form

$$(12a) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{y_0'} = \frac{a_0}{\sqrt{\varepsilon_0}} \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_0'}{q_0} \right) + s_0 \right\}, \\ \mathfrak{H}_{z_0} = a_0 \cos \left\{ n \left(t - \frac{x_0'}{q_0} \right) + s_0 \right\} \end{cases}$$

angenommen. Die weiteren Ansätze geschehen ganz analog dem vorigen Fall. Man kommt so zu Gleichungen, die vollständig den Gleichungen (9), (10) entsprechen. Die beiden ersten Gleichungen in (9) bzw. (10) bleiben direkt bestehen und in den beiden letzten Gleichungen ist nur die Substitution

$$\cot \alpha_r \parallel \sin 2 \alpha_r$$

zu vollziehen. Da also die leitenden Gedanken bei der Herleitung genau die gleichen bleiben und die eben gemachte Angabe für alle im folgenden zu ziehenden Schlüsse ausreicht, so beschränken wir uns darauf, gleich das Endresultat in der Form der Gleichungen (12) anzugeben, wobei wir zur Unterscheidung zu den dort vorkommenden Größen P und Q nur andere Lettern anwenden. Es wird

$$(13) \quad \begin{cases} \mathfrak{P}_{r+1} = \mathfrak{P}_r \cos \varphi_r - i \mathfrak{D}_r \sin \varphi_r, \\ \mathfrak{D}_{r+1} = \frac{\sin 2 \alpha_r}{\sin 2 \alpha_{r+1}} \{ \mathfrak{D}_r \cos \varphi_r - i \mathfrak{P}_r \sin \varphi_r \}. \end{cases}$$

7. Wir sind jetzt dazu vorbereitet, den Übergang zu einem inhomogenen Medium vollziehen zu können. Auch hier betrachten wir zuerst allein den Fall, daß das Licht in der Einfallsebene polarisiert ist.

Aus den bisherigen Ausführungen geht hervor, daß in jedem Punkte der inhomogenen Schicht Reflexionen stattfinden. Es hat sonach keine physikalische Bedeutung, von einer bestimmten in der Schicht sich fortpflanzenden Welle zu reden; denn eine solche müßte, wenn sie auch nur unendlich wenig fortschreitet, sofort Amplitude und Phase ändern. Wir unterlassen deswegen von jetzt ab die Unterscheidung zweier Wellen in jeder Schicht — einer reflektierten und einer gebrochenen — und ziehen die Komponenten der Feldstärken in (6) und (7) in ihre Resultante zusammen. Für diese Resultierende in einem beliebigen Punkte der Schicht unterdrücken wir gleichzeitig den Index r und erhalten so:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_z &= \mathfrak{E}_{z_r} + \mathfrak{E}_{z_r}, \\ \mathfrak{E}_x &= -\sin \alpha \{ \mathfrak{E}_{y_r'} + \mathfrak{E}_{y_r'} \}, \\ \mathfrak{E}_y &= \cos \alpha \{ \mathfrak{E}_{y_r'} - \mathfrak{E}_{y_r'} \}. \end{aligned}$$

Unter Beachtung von (3), (8a), (11) gehen diese Beziehungen über in

$$(14) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_z = P e^{i\eta}, \\ \mathfrak{E}_x = \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0 P e^{i\eta}, \\ \mathfrak{E}_y = \sqrt{\varepsilon} \cos \alpha Q e^{i\eta}. \end{cases}$$

Dabei sind die Feldstärken natürlich nur dem reellen Teil der rechts stehenden komplexen Größen gleich zu setzen.

8. Die Größen P und Q sind im Falle eines inhomogenen Mediums als Funktionen von x und den Konstanten des Anfangszustandes anzusehen. Sie werden durch Differentialgleichungen bestimmt, die wir aus (12) herzuleiten haben. Zu diesem Zwecke setzen wir

$$\begin{aligned} P_{r+1} &= P + P' dx, \\ Q_{r+1} &= Q + Q' dx, \\ q_r &= \frac{n \cos \alpha}{q} dx, \\ \alpha_{r+1} &= \alpha + \alpha' dx, \\ \alpha' &= -\frac{\varepsilon' \operatorname{tg} \alpha}{2 \varepsilon}, \end{aligned}$$

wobei die gestrichenen Größen die Ableitungen nach x bezeichnen und ε als gegebene Funktion von x angenommen wird. Es folgt nach Einführung dieser Werte in (12)

$$(15) \quad \begin{aligned} P' &= -\frac{i n \cos \alpha \sqrt{\varepsilon}}{c} Q, \\ Q' &= \frac{\alpha'}{\sin \alpha \cos \alpha} Q - \frac{i n \cos \alpha \sqrt{\varepsilon}}{c} P. \end{aligned}$$

Indem wir die erste dieser Gleichungen noch einmal nach x differenzieren, können wir Q und Q' durch P und seine Ableitungen ausdrücken und diese Werte in die zweite Gleichung einsetzen. Dadurch folgt für P die Differentialgleichung

$$P'' + \frac{n^2 \varepsilon \cos^2 \alpha}{c^2} P = 0$$

oder, wenn wir noch (1) beachten,

$$(16) \quad P'' + \left\{ \frac{n^2 \varepsilon}{c^2} - \frac{n^2 \varepsilon_0 \sin^2 \alpha_0}{c^2} \right\} P = 0.$$

Aus dieser Gleichung ist P als Funktion von x zu ermitteln und mit den gehörigen Integrationskonstanten versehen in (14) einzusetzen. Diese letzteren Konstanten werden dann aus den Grenzbedingungen an den Grenzflächen $r=1$ und $r=p+1$

erhalten. Die entsprechende Differentialgleichung für Q brauchen wir nicht erst herzuleiten, da diese Größe infolge (15) in der letzten der Gleichungen (14) mit Hilfe von P' ersetzt werden kann.

9. Wir erledigen weiter kurz den Fall, daß das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Durch Zusammenziehen der Komponenten der Feldstärken ergibt sich hier die Resultante

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_z &= \mathfrak{S}_{z_r} + \mathfrak{S}_{\partial_r}, \\ \mathfrak{E}_x &= -\sin \alpha \{ \mathfrak{E}_{y_r'} + \mathfrak{E}_{\partial_r'} \}, \\ \mathfrak{E}_y &= \cos \alpha \{ \mathfrak{E}_{y_r'} - \mathfrak{E}_{\partial_r'} \}\end{aligned}$$

oder wieder ganz wie oben

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_z &= \mathfrak{P} e^{i\eta}, \\ \mathfrak{E}_x &= -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{\varepsilon}} \mathfrak{P} e^{i\eta}, \\ \mathfrak{E}_y &= \frac{\cos \alpha}{\sqrt{\varepsilon}} \mathfrak{Q} e^{i\eta}.\end{aligned}$$

Es ergibt sich hiernach aus (13) für $\mathfrak{P}$ die Differentialgleichung

$$(17) \quad \mathfrak{P}'' + \left\{ \frac{n^2 \varepsilon}{c^2} - \frac{n^2 \varepsilon_0 \sin^2 \alpha_0}{c^2} \right\} \mathfrak{P} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \mathfrak{P}^i.$$

Auch hier ist nicht nötig, die Differentialgleichung für $\mathfrak{Q}$ aufzustellen, da diese Größe durch die zu (15) analoge Beziehung mit Hilfe von $\mathfrak{P}'$ eliminiert werden kann.

10. Vergleicht man (16), (17) mit den Gleichungen (7), (12), (23) der Schlickschen Arbeit, so zeigt sich, daß das von uns beabsichtigte Ziel erreicht ist; denn man erkennt leicht die bereits bestehende vollständige Übereinstimmung. Nur ist hier infolge der Voraussetzung des Brechungs- und des Reflexionsgesetzes die von Hrn. Schlick eingeführte willkürliche Konstante C schon bestimmt. Es erübrigt sich, durch den Ansatz der Grenzbedingungen noch die Integrationskonstanten der Gleichungen (16), (17) zusammen mit den Konstanten der im ganzen reflektierten und der im ganzen durchgelassenen Welle zu ermitteln, da wir hierbei genau das gleiche Verfahren, wie Hr. Schlick es anwendet, befolgen müßten.

Rixdorf, September 1907.

(Eingegangen 23. September 1907.)