XXXV. Ueber optische Erscheinungen am Quarz.

Von

C. Viola in Rom.

(Hierzu 1 Textfigur.)

Wenn eine Krystallfläche ausgezeichnet geschliffen wird, wie z. B. ein Quarzschnitt sich schleifen lässt, kann man mit dem Abbe'schen Apparate eine Genauigkeit von einigen Einheiten in der fünften Decimalstelle erreichen. Um dieses Resultat zu bekommen, ist es zweckmässig, eine kleine Papier- oder Staniolblende zwischen Spiegel und Halbkugel einzuschieben. Ist das verwendete Licht stark und die Blende recht klein (in der Art eines kleinen Schlitzes), so erscheint die Grenze der Totalreflexion ausgezeichnet scharf. Diese Methode habe ich sowohl in München bei meinen Feldspathstudien, als nachher in Rom angewendet.

In München arbeitete ich bei den Feldspathstudien stets mit der Differentialmethode und dazu gebrauchte ich als Vergleichungszahl den Brechungsindex ω des Quarzes. Für diese Beobachtungen verfügte ich über zwei Schnitte parallel und senkrecht der Hauptaxe eines wasserhellen Quarzkrystalles. Nun zeigte es sich, dass zur Feststellung des Grenzwinkels für ω die zwei um 180° entfernten Ablesungen nicht genügten, da sie immer verschiedenes arithmetisches Mittel gaben. Ich war daher gezwungen, bei meinen Untersuchungen stets vier um 90° entfernte Ablesungen zu machen, um daraus ein constantes arithmetisches Mittel zu erhalten. Da diese im Quarz beobachteten kleinen Differenzen nicht von den kleinen im Apparate steckenden Fehlern herrühren, gebe ich hier die an der Mikrometerschraube des Abbe'schen Apparates gemachten Ablesungen von 0° bis 360° des Horizontalkreises, entsprechend der Grenzlinie der Totalreflexion für Luft und Glaskugel.

Grenzwinkel für Luft.

Horizontal- kreis:	Mikrometer- schraube:	Arithmetisches Mittel von zwei um 180° entfernten Ablesungen:
0°	$5' 35''$	$6' 40''$
20	5 20	6 5
40	5 20	6 5
60	5 30	6 40
80	5 40	6 5
100	5 50	6 5
120	6 0	6 0
140	6 20	6 0
160	6 35	6 5
180	6 50	—
200	6 50	—
220	6 50	—
240	6 50	—
260	6 30	—
280	6 20	—
300	5 55	—
320	5 45	—
340	5 40	—

Man ist also im Stande sehr scharf einzustellen, und zwar liegt der Fehler zwischen $+10''$ und $-10''$.

Die kleinen Differenzen in den directen Ablesungen rühren offenbar von der nie wegzubringenden kleinen Neigung der Fläche der Halbkugel in Bezug auf die verticale Drehungsaxe her, Differenzen, die durch das arithmetische Mittel verschwinden.

Die kleine aus Stanniol gefertigte und zwischen Spiegel und Glaskugel angebrachte Blende hatte den Zweck, die Beleuchtung auf eine sehr kleine am Centrum der Kugel liegende Stelle zu beschränken.

Ich lasse nun die nämlichen Beobachtungen für die Grenzlinien eines wasserhellen Quarzes folgen, von dem ich zwei Schnitte, d. h. parallel und senkrecht, zur dreizähligen Axe zur Hand hatte.

Grenzwinkeldifferenzen für Quarz, parallel zur dreizähligen
Axe geschnitten.

Horizontalkreis:	Mikrometerschraube für	
	ε	ω
0°	$25' 35''$	$3' 30''$
20	34 30	3 35
25	32 40	3 30
40	34 0	3 35 ω_2

Horizontalkreis:	Mikrometerschraube für	
	ε	ω
60°	24' 15"	3' 40"
80	44 30	3 35
100	6 20	3 30
115	3 40 ε_1	3 20
120	3 15	3 25 ω_1
140	7 0	3 20
160	15 25	3 15

Die bei ω erhaltenen arithmetischen Mittel sind nicht gleich. Der Unterschied beträgt 25".

Die aus den directen Beobachtungen berechneten arithmetischen Mittel folgen einer gewissen Regel, sowie diejenigen Zahlen, die dem Brechungsindex ε entsprechen. Man ist also nicht berechtigt anzunehmen, der Unterschied von 25" rühre von einem Zufall her.

Bekanntlich können die Fresnel'schen Gesetze für Quarz und für jeden optisch einaxigen Krystall so ausgedrückt werden: Die optische Strahlenfläche oder Wellenfläche besteht aus einem Rotationsellipsoid und einer Kugel, die sich in zwei gegenüberliegenden Punkten berühren, durch welche die optische Axe geht. Diese Fresnel'schen Gesetze gehen aus der Undulationstheorie des Lichtes unmittelbar hervor. Nach derselben müssen die bei ω beobachteten Zahlen gleich sein, oder einen Fehler von $\pm 10''$, höchstens $\pm 15''$ zeigen, und zwar gleichmässig in der Drehung des Horizontalkreises vertheilt sein.

Die gemachten Erfahrungen zeigen, dass die Fresnel'schen Gesetze für Quarz nicht gelten. Die Grenzcurve der Totalreflexion für ω des Quarzes ist in dem zur Hauptaxe parallelen Schnitte nicht ein Kreis, wie es nach den Fresnel'schen Gesetzen sein sollte, sondern eine Ellipse. Wir haben es in den oben angegebenen zwei Colonnen mit zwei Maximis und mit zwei Minimis zu thun, welche wir mit ε_2 und ω_2 resp. mit ε_1 und ω_1 bezeichnen wollen.

Wir berechnen jetzt die Brechungsindices, denen diese beobachteten Zahlen entsprechen. Da hier nur Differenzen in Frage kommen, so gehen wir von einem gebräuchlichen Datum aus. Es sei also

$$\varepsilon_2 = 1,55338.$$

Dann haben wir den entsprechenden Winkel der Totalreflexion

$$\varphi_{\varepsilon_2} = 55^\circ 45' 26,5''.$$

Da der Unterschied zwischen der ersten und zweiten Colonne bei ε_1 und ω_1 nur 5", höchstens 10" beträgt, so können wir die zwei entsprechenden Winkel gleich setzen, also eine Winkeldifferenz von 3' 15" an-

nehmen. Unter dieser Voraussetzung berechnet sich der Grenzwinkel für ε_1 und ω_1 folgendermaassen:

$$\begin{array}{r} 55^{\circ} 45' 26,5'' \\ - 28 \ 55,0 \\ \hline \varphi_{\omega_1} = \varphi_{\varepsilon_1} = 54^{\circ} 46' 31,5'' \end{array}$$

also

$$\omega_1 = \varepsilon_1 = 4,54426.$$

Ebenso berechnet sich der Grenzwinkel für ω_2 wie folgt:

$$\begin{array}{r} 55^{\circ} 45' 26,5'' \\ - 28 \ 30 \\ \hline \varphi_{\omega_2} = 54^{\circ} 46' 56,5'' \end{array}$$

daher

$$\omega_2 = 4,54440$$

und

$$\omega_2 - \omega_1 = 0,00014.$$

Grenzwinkeldifferenz für Quarz, senkrecht zur dreizähligen
Axe geschnitten.

Horizontalkreis:	Mikrometerschraube für	
	ε	ω
0°	36' 35"	8' 20"
20	36 35	8 20
40	36 35	8 20
60	36 45	8 40
80	36 45	8 45
100	36 30	8 45
120	36 40	8 40
140	36 30	8 45
160	36 30	8 40
Arithmetisches Mittel	36' 35"	8' 45"
Differenz = 28' 20".		

Die sowohl bei ω als auch bei ε erhaltenen Winkeldifferenzen zeigen kleine Unterschiede, die 45" nicht überschreiten. Wir sehen daher, dass die Grenzcurven der Totalreflexion für einen Schnitt senkrecht zur dreizähligen Axe des Quarzes zwei Kreise sind. Nehmen wir, wie früher, an:

$$\varepsilon_2 = 4,55338 \quad \text{und} \quad \varphi_{\varepsilon_2} = 55^{\circ} 45' 26,5'',$$

so berechnet sich

$$\varphi_{\omega_2} = 54^{\circ} 47' 6,5''$$

und daher

$$\omega_2 = 4,54445.$$

Vergleichen wir diese Zahl mit der früher erhaltenen und berechnen wir das arithmetische Mittel, so erhalten wir folgende Zusammenstellung:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon_1 = 4,54426 & \omega_1 = 4,54426 \\ \varepsilon_2 = 4,55338 & \omega_2 = 4,54442 \end{array}$$

Die Strahlenfläche oder Wellenfläche des Quarzes besteht in Folge dessen aus zwei Rotationsellipsoiden (siehe die Figur), die sich in den Scheitelpunkten berühren, durch welche die sogenannte optische Axe geht.

Die Abweichung der beim Quarz für die optischen Erscheinungen geltenden Gesetze von den Fresnel'schen ist nicht gross, aber sie ist vorhanden und muss erklärt werden. Natürlich dürfen die hierauf sich beziehenden Erklärungen der optischen Erscheinungen nicht von der Undulationstheorie des Lichtes ausgehen, denn diese sagt nicht mehr aus, als die Fresnel'schen Gesetze.

Die neue Theorie des Lichtes drückt aus, dass das Licht in einer elektrischen Störung besteht, welche immer mit einer magnetischen Störung verbunden ist. Wir haben also bei dieser Auffassung sowohl die hauptdiëlektrischen Constanten, als auch die hauptmagnetischen Constanten in Betracht zu ziehen. Die aus dieser Theorie hervorgehenden Gleichungen für die Lichterscheinungen werden aus den Maxwell'schen Differentialgleichungen der Bewegung entwickelt, die später von Hertz verallgemeinert worden sind. Wir wollen sie aber nicht anführen, da sie schon längst einer eingehenden Betrachtung unterzogen worden sind¹⁾.

Bei dieser Gelegenheit beschränken wir uns darauf, nur die Gleichungen aufzuschreiben, welche diejenigen von Fresnel ersetzen müssen, und zwar bleiben wir speciell bei dem Falle des Quarzes. Diesen besonderen Fall hat Helmholtz²⁾ in seiner Berliner Vorlesung im Jahre 1892 behandelt.

Die Geschwindigkeit c des Lichtes wird durch folgende zwei Helmholtz'sche Gleichungen ausgedrückt:

$$\begin{aligned} c_1^2 &= \frac{1}{A^2 \mu'} \left[\frac{\cos^2 \alpha}{\epsilon'} + \frac{\sin^2 \alpha}{\epsilon''} \right], \\ c_2^2 &= \frac{1}{A^2 \epsilon'} \left[\frac{\cos^2 \alpha}{\mu'} + \frac{\sin^2 \alpha}{\mu''} \right]; \end{aligned}$$

4) A. Sella, Sulle leggi di propagazione della luce nei cristalli magnetici. R. Accad. d. Lincei, Roma 1895, **1**, 4.

2) Vergl. H. von Helmholtz, Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichtes; herausgegeben von A. König und K. Runge. 1897, S. 355—363.

wobei A die das elektromagnetische Maass in elektrostatisches umwandelnde Constante und α den Winkel, den die Normale der Wellenebene mit der dreizähligen Axe bildet, bedeuten.

ϵ' und ϵ'' sind die hauptdiëlektrischen Constanten,
 $\mu' - \mu'' - -$ hauptmagnetischen $-$

des Quarzes.

Sowohl c_1 als c_2 ändern sich mit dem Winkel α , also mit der Richtung des Vectors.

Die von Helmholtz gemachte Annahme, dass die Richtungen, nach welchen ϵ' und ϵ'' gemessen werden, mit denjenigen, nach welchen μ' und μ'' gemessen werden, zusammenfallen, ist der einfachste Fall und entspricht den Eigenschaften des Quarzes vollkommen.

Die elektromagnetische Theorie des Lichtes deckt sich mit der Undulationstheorie, wenn, wie es gewöhnlich geschieht, $\mu_0 = \mu_1$ ist, denn dann ist $c_2 = \text{constans}$, wie die Fresnel'schen Gesetze verlangen.

Andere Fälle werden bei Krystallen vorkommen, in denen die elektromagnetische Theorie des Lichtes ihre Bestätigung finden wird. Jedenfalls aber werden von zwei isomorphen Substanzen, deren eine den Fresnel'schen Gesetzen folgt, die andere nicht, die isomorphen Mischungen beider denselben nicht folgen dürfen. Die in diesem Sinne gemachten Erfahrungen werden in die Kenntniss der isomorphen Mischungen viel Licht bringen.

Was die elektromagnetischen Constanten des Quarzes anbelangt, so erhalten wir aus den gemachten Beobachtungen und den oben angegebenen Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{für } \alpha = 0^\circ \quad & \text{ist } \sin \alpha = 0, \quad \cos \alpha = 1, \quad c_1 = \frac{V}{\epsilon_1}, \quad c_2 = \frac{V}{\omega_1}, \\ - \quad \alpha = 90^\circ \quad & - \quad - \quad = 1 \quad - \quad = 0 \quad c_1 = \frac{V}{\epsilon_2}, \quad c_2 = \frac{V}{\omega_2}. \end{aligned}$$

Daraus

$$\omega_1^2 = \epsilon_1^2 = \frac{A^2}{V^2} \mu' \epsilon', \quad \epsilon_2^2 = \frac{A^2 \mu' \epsilon''}{V^2}, \quad \omega_2^2 = \frac{A^2 \mu'' \epsilon'}{V^2}.$$

In Folge dessen

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)^2, \quad \frac{\mu''}{\mu'} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2,$$

somit ausgerechnet:

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = 1,01185; \quad \frac{\mu''}{\mu'} = 1,00020.$$