Metalldrähten durch Glühen bestätigen zu können und will nicht unerwähnt lassen, dass ich entgegen jenen Beobachtungen auch bei Messingdraht in deutlichster Weise die Krystalle schon für das blosse Auge habe sichtbar machen können. Bei Aluminiumdrähten habe ich Krystallflächen nicht direct sehen können, doch zeigten dieselben nach dem Glühen stark muschelige Bruchflächen.

Physikal. Inst., Freiburg i. Br., Mai 1882.

**X. Ueber den Zusammenhang zwischen den Einheiten des Magnetismus und der Electricität;
von R. Clausius.**

In einem im März d. J. veröffentlichten Aufsatze¹⁾ habe ich einige Betrachtungen über die zur Messung electricischer und magnetischer Grössen anzuwendenden Maasssysteme angestellt, worin ein Punkt vorkommt, der zu verschiedenen Einwendungen Veranlassung gegeben hat, nämlich die Bestimmung der Einheit des Magnetismus im electrostatischen Maasssysteme. Einige dieser Einwendungen, welche sich im Junihefte des Phil. Mag. befanden, habe ich schon in einem im Augusthefte des Phil. Mag. veröffentlichten Artikel beantwortet. Seitdem sind aber noch einige weitere, zum Theil von sehr beachtenswerthen Seiten stammende Bemerkungen über jene Bestimmungsweise gemacht, sodass ich glaube, den Gegenstand noch einmal zur Sprache bringen zu müssen.

In früheren Zeiten galt der Magnetismus als ein für sich bestehendes, von der Electricität unabhängiges Agens. Wenn man an dieser Anschauung auch jetzt noch festhalten wollte, so wäre es nicht nöthig, bei der Festsetzung eines Maasssystemes für den Magnetismus auf das für die Electricität angewandte Maasssystem Rücksicht zu nehmen. Es

1) Clausius, Verhandl. des naturhist. Vereins der preuss. Rheinlande und Westfalens. 39. p. 105. 1882 und Wied. Ann. 16. p. 529. 1882.

ist aber das grosse Verdienst von Ampère, und ich glaube hinzufügen zu dürfen, einer der grössten Fortschritte der Physik, dass zwischen Electricität und Magnetismus ein fester Zusammenhang nachgewiesen ist, sodass man den Magnetismus nicht mehr als ein besonderes Agens zu betrachten braucht, sondern alle Kräfte, welche gewöhnlich magnetische Kräfte genannt werden, als electrodynamische Kräfte ansehen kann.

Denkt man sich nämlich in einem gegebenen Magnet von messbarer Grösse jeden der unzähligen kleinen Magnete, aus denen er besteht, durch einen kleinen electrischen Strom ersetzt, der so bestimmt ist, dass das Product aus der Stromstärke und dem von dem Strome umflossenen Flächenraume gleich dem Producte aus der Länge des kleinen Magnets und der Stärke seiner Pole, oder, anders ausgedrückt, gleich dem magnetischen Momente des kleinen Magnets ist, so übt die Gesammtheit dieser kleinen electrischen Ströme auf andere electrische Ströme oder andere Magnete dieselben Kräfte aus, wie der gegebene Magnet. Man kann also nach Ampère den Magnetismus, ohne ein zweites, neben der Electricität existirendes Agens anzunehmen, aus der Existenz jener electrischen Ströme erklären.

Nach dieser Erklärung ist unter dem Worte Magnetismus nur noch ein electrodynamischer Begriff zu verstehen, und man muss daher auch in jedem Maasssysteme die zur Messung des Magnetismus anzuwendende Einheit diesem Begriffe gemäss wählen, nämlich so, dass das Product aus der Magnetismuseinheit und der Längeneinheit, und das Product aus der Stromeinheit und der Flächeneinheit gleichwerthige Grössen werden. Bezeichnen wir also die Einheit des Magnetismus mit $[m]$ und die Einheit der Stromstärke mit $[i]$, und ferner die Längeneinheit mit $[L]$ und demgemäss die Flächeneinheit mit $[L^2]$, so muss folgende Gleichung gelten:

$$(1) \quad [mL] = [iL^2],$$

woraus folgt:

$$(2) \quad [m] = [iL].$$

Da nun die Einheit der Stromstärke die Stärke eines solchen Stromes ist, bei dem in der Zeiteinheit die Electricitätseinheit durch einen Querschnitt geht, so hat man, wenn $[e]$ die Electricitätseinheit und $[T]$ die Zeiteinheit bedeutet, zu setzen:

$$[i] = [eT^{-1}],$$

wodurch die vorige Gleichung übergeht in:

$$(5) \quad [m] = [eLT^{-1}].$$

Diese Gleichung drückt die der Ampère'schen Erklärung des Magnetismus entsprechende Beziehung zwischen den Einheiten des Magnetismus und der Electricität aus.

Wendet man sie auf das electrostatische Maasssystem an und bestimmt daher die Grösse $[e]$, welche in diesem Falle zur Unterscheidung von der electrodynamischen Electricitätseinheit mit $[e_s]$ zu bezeichnen ist, durch die Gleichung:

$$(4) \quad [e_s] = [M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}],$$

worin $[M]$ die Masseneinheit bedeutet, so erhält man zur Bestimmung der electrostatischen Magnetismuseinheit folgende Gleichung:

$$(5) \quad [m_s] = [M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-2}].$$

Diese Gleichung ist es, welche zu den oben erwähnten Einwendungen Veranlassung gegeben hat, weil sie von Maxwell's Angabe abweicht, welche folgendermaassen lautet:

$$(6) \quad [m_s] = [M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}].$$

Die Art, wie Maxwell zu seiner Gleichung gelangt ist, beruht, wie sich aus dem Zusammenhange seiner Auseinandersetzungen schliessen lässt, auf der Anwendung einer Gleichung, welche sich in Bezug auf ihre Stellung zum electrostatischen und electrodynamischen Maasssysteme anders verhält, als die Ampère'sche Gleichung. Man muss nämlich einen Unterschied machen zwischen Gleichungen, welche ausschliesslich einem dieser Maasssysteme angehören, und solchen, die auf beide Systeme anwendbar sind. Ausschliesslich electrostatisch oder electrodynamisch sind solche Gleichungen,

welche eine electrostatische oder eine electrodynamische Kraft durch die mechanische Kraftformel darstellen.

Was nun die Ampère'sche Gleichung anbetrifft, so ist sie zwar aus der Betrachtung electrodynamischer Kräfte, nämlich aus der Vergleichung der von einem Magnet und der von einem electrischen Strome ausgeübten Kräfte hervorgegangen, aber sie stellt diese Kräfte weder durch die mechanische Kraftformel, noch durch irgend eine andere Formel dar, sondern sagt nur aus, dass der Magnet und der Strom sich in Bezug auf die von ihnen ausgeübten Kräfte untereinander gleich verhalten. Sie ist also nicht als eine ausschliesslich electrodynamische Gleichung anzusehen. Man muss ihr vielmehr, da sie nur die nach Ampère zwischen Magnetismus und Electricität stattfindende Beziehung ausdrückt, sofern man überhaupt die Ampère'sche Theorie als richtig anerkennt, eine allgemeine, von dem angewandten Maasssysteme unabhängige Gültigkeit zuschreiben, und dadurch ist die Anwendung, welche ich von ihr gemacht habe, gerechtfertigt.

Maxwell's Gleichung dagegen ist dadurch entstanden, dass eine electrodynamische Kraft, nämlich die von einem Magnetpol auf einen electrischen Strom ausgeübte Kraft, durch die mechanische Kraftformel dargestellt ist. Sie trägt somit den Charakter einer ausschliesslich electrodynamischen Gleichung an sich, und ihre Anwendung zur Bestimmung der electrostatischen Magnetismuseinheit kann nicht als gerechtfertigt anerkannt werden.

Ueber die zur Unterstützung dieser Bestimmungsweise von verschiedenen englischen Autoren angeführten Gründe habe ich mich schon in meinem oben erwähnten, im *Phil. Mag.* publicirten Artikel ausgesprochen, und ich will das dort Gesagte hier nicht wiederholen, sondern will mich darauf beschränken, einige Punkte hervorzuheben, welche mir für die Beurtheilung der sich gegenüberstehenden Bestimmungsweisen maassgebend zu sein scheinen.

Die Maxwell'sche Bestimmung ist nicht nur ohne Rücksicht auf die Ampère'sche Erklärung des Magnetismus ausgeführt, sondern sie steht auch mit derselben im Widerspruche, wie man leicht erkennen kann, wenn man die in (6)

für $[m_e]$ gegebene Formel und zugleich die in (4) für $[e_e]$ gegebene Formel in die Gleichung (3) einsetzt, indem dann auf beiden Seiten verschiedene Ausdrücke, und zwar Ausdrücke von verschiedenen Dimensionen entstehen. Ich muss aber sagen, dass ich es für einen entschiedenen Rückschritt halten würde, wenn man die Ampère'sche Erklärung des Magnetismus, durch welche das grosse, die Electricität, den Magnetismus und den Electromagnetismus umfassende Wissenschaftsgebiet so wesentlich vereinfacht ist, wieder aufgeben wollte.

Ferner ist zu bemerken, dass, wenn man einmal die Ampère'sche Erklärung des Magnetismus verlässt, und die electrostatische Einheit des Magnetismus auf andere Weise, unter Anwendung einer der von einem Magnetpole ausgeübten Kräfte zu bestimmen sucht, dann die Maxwell'sche Formel nicht die einzig mögliche ist. Zu dieser Bemerkung sehe ich mich besonders durch einen neuerdings von Hrn. Helmholtz veröffentlichten Aufsatz ¹⁾ veranlasst.

Hr. Helmholtz spricht von den Gauss'schen Einheiten der Electricität und des Magnetismus, welche durch folgende Sätze bestimmt sind: 1) Einheit der Electricität ist diejenige Electricitätsmenge, welche auf eine gleiche Electricitätsmenge in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraft ausübt, 2) Einheit des Magnetismus ist diejenige Magnetismusmenge, welche auf eine gleiche Magnetismusmenge in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraft ausübt; aus welchen Sätzen sich die nachstehenden Gleichungen ergeben:

$$(7) \quad \begin{cases} [e] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}] \\ [m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]. \end{cases}$$

Ein Maasssystem, welches auf der gleichzeitigen Anwendung dieser beiden Gleichungen beruht, nennt Hr. Helmholtz das bisherige electrostatische System und an einer Stelle auch das electrostatisch-magnetische System von Gauss.

Ich glaube nun freilich nicht, dass Gauss die Absicht gehabt hat, diese beiden Gleichungen zur Grundlage eines

1) Helmholtz, Wied. Ann. 17. p. 42. 1882.

und desselben in sich zusammenhängenden Maasssystem zu machen, sondern bin vielmehr der Ansicht, dass er das electrische und das magnetische Maasssystem als zwei für sich bestehende Maasssysteme betrachtet hat, deren jedes eine der beiden Gleichungen zur Grundlage haben solle. Indessen will ich andererseits gern zugestehen, dass, wenn man die Ampère'sche Erklärung des Magnetismus einmal verlassen hat, man ebensogut diese beiden Gleichungen zu einem System vereinigen kann, wie die dem Maxwell'schen electrostatischen Maasssystem zu Grunde liegenden Gleichungen.

Wir haben somit, unter Zuziehung des von Hrn. Helmholtz empfohlenen Systemes drei verschiedene electrostatische Maasssysteme, welche in Bezug auf die rein electrischen Grössen vollkommen untereinander übereinstimmen, und nur in Bezug auf die Einheit des Magnetismus von einander abweichen, und es mögen der Uebersichtlichkeit wegen die drei die letztere darstellenden Formeln hier zusammengestellt werden.

	Maxwell	Helmholtz	Clausius
$[m_e]$	$[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}]$	$[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$	$[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}]$

Sofern es sich nur um die Vergleichung magnetischer Grössen untereinander handelt, können alle drei Formeln gleich gut als Einheitsformeln für den Magnetismus dienen. Vergleicht man aber magnetische Grössen mit electrischen Grössen, so entsteht die Frage, zu was für Beziehungen zwischen Magnetismus und Electricität die verschiedenen Formeln führen.

Im electrodynamischen Maasssysteme gilt zwischen den Einheiten des Magnetismus und der Electricität folgende allgemein angenommene Gleichung:

$$(8) \quad [m_d] = [e_d L T^{-1}].$$

Hiermit wollen wir die Gleichungen zusammenstellen, welche man im electrostatischen Maasssysteme, je nach den drei verschiedenen Auffassungen desselben, zwischen den Einheiten des Magnetismus und der Electricität zu bilden hat.

Nach meiner Auffassung hat man zu setzen:

$$(9) \quad [m_s] = [e_s L T^{-1}].$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form, wie die im electrodynamischen Maasssysteme geltende, und man erhält somit bei dieser Auffassung eine bestimmte Beziehung zwischen Magnetismus und Electricität, welche von dem angewandten Maasssystem unabhängig ist. In den Gleichungen ist ausgedrückt, dass die Magnetismuseinheit eine Grösse von der Dimension eines Products aus der Electricitätseinheit und der Geschwindigkeitseinheit ist. Das Hinzukommen einer Geschwindigkeit als Factor drückt aus, dass der Magnetismus nicht mit ruhender, sondern mit strömender Electricität in gleiche Linie zu stellen ist, wie es der Ampère'schen Erklärung entspricht.

Nach Helmholtz' Auffassung hat man zu setzen:

$$(9_a) \quad [m_s] = [e_s].$$

Dieses ist eine ganz andere Gleichung, als die im electrodynamischen Maasssysteme geltende, und ich muss gestehen, dass ich nicht weiss, welche Vorstellung man sich vom Wesen des Magnetismus bilden soll, wenn in einem Maasssysteme die Magnetismuseinheit als eine Grösse von derselben Dimension erscheint, wie die Electricitätseinheit, und im anderen Maasssysteme als eine Grösse von der Dimension eines Productes aus der Electricitätseinheit und der Geschwindigkeitseinheit.

Nach Maxwell's Auffassung hat man zu setzen:

$$(9_b) \quad [m_s] = \frac{[e_s]}{[L T^{-1}]}.$$

Dieses ist ebenfalls eine andere Gleichung, als die im electrodynamischen Maasssystem geltende. Statt eines Productes aus der Electricitätseinheit und der Geschwindigkeitseinheit steht hier ein Bruch, welcher die Electricitätseinheit zum Zähler und die Geschwindigkeitseinheit zum Nenner hat, und es wirft sich wieder die Frage auf, welche Vorstellung vom Wesen des Magnetismus man sich aus zwei so verschiedenen Ausdrücken bilden soll.

Bonn, September 1882.