ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 3348.

Band 140.

12.

Beiträge zur Bestimmung des Sonnen-Apex.

Von O. Stumpe.

Der Airy'schen Methode zur Bestimmung der Sonnenbewegung im Raume liegt bekanntlich die Voraussetzung zu Grunde, dass die wahren Bewegungen der Fixsterne sich im Mittel gegenseitig zerstören. Die Berechtigung zu dieser Annahme ist aber durch neuere Untersuchungen sehr in Zweifel gestellt worden. Da wir nun über den Charakter der motus peculiare gar nichts wissen, so ist eine Berücksichtigung einer etwaigen Gesetzmässigkeit derselben nur durch Aufstellung und Einführung plausibler, durch die Rechnung einer Prüfung zu unterziehender, Hypothesen möglich. Diese werden an die Thatsache des Bestehens der Milchstrasse anzuknüpfen haben und die Bewegungen in irgend welche Beziehung zu dieser Ebene, in welcher der grösste Theil der Sterne vereinigt ist, setzen müssen. Am nächsten liegt die von Schönfeld formulirte Annahme, dass die Sterne im Allgemeinen um das Centrum der Milchstrasse in mässig excentrischen Bahnen sich bewegen, deren Neigung gegen die Ebene der Milchstrasse überdies klein ist. Der einfachste Ausdruck für diese Hypothese

$$dl = \text{const.} \quad db = 0 \quad dr = 0$$

besagt also, dass nur die galactocentrischen Längen der Sterne gesetzmässig veränderlich sind, während die Veränderungen der galactocentrischen Breiten und Radienvectoren als zufällige Fehler betrachtet werden können.

Die galactocentrischen Coordinaten eines Sternes $x' y' z'$

seien sphärisch $r \alpha' \delta'$ resp. $r l b$, seine heliocentrischen Coordinaten $x y z$ seien sphärisch $\rho \alpha \delta$, die galactocentrischen Coordinaten der Sonne $X Y Z$ seien $R A D$, dann ist

$$\left. \begin{aligned} x' &= r \cos \delta' \cos \alpha' \\ y' &= r \cos \delta' \sin \alpha' \\ z' &= r \sin \delta' \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho \cos \delta \cos \alpha = x' - X \\ y &= \rho \cos \delta \sin \alpha = y' - Y \\ z &= \rho \sin \delta = z' - Z \end{aligned} \right\} (2)$$

und es gelten unter der Annahme einer »allgemeinen Rotation in der Ebene der Milchstrasse« dieselben Beziehungen zwischen Länge und Breite einerseits, AR. und Decl. andererseits, wie im Planetensystem, nämlich

$$\left. \begin{aligned} \cos b \cos l &= \cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) \\ \cos b \sin l &= \cos \delta' \sin (\alpha' - \Omega) \cos i + \sin \delta' \sin i \\ \sin b &= -\cos \delta' \sin (\alpha' - \Omega) \sin i + \sin \delta' \cos i \end{aligned} \right\} (3)$$

wenn Ω die Rectascension des aufsteigenden Knotens der Milchstrasse im Aequator und i die gegenseitige Neigung beider Ebenen bezeichnet. Differentiirt man die Gleichungssysteme (1) und (3) unter der Annahme $dr = 0$, $db = 0$, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} dx' &= -r \sin \delta' \cos \alpha' d\delta' - r \cos \delta' \sin \alpha' d\alpha' \\ dy' &= -r \sin \delta' \sin \alpha' d\delta' + r \cos \delta' \cos \alpha' d\alpha' \\ dz' &= r \cos \delta' d\delta' \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} -\cos b \sin l dl &= -\cos \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\alpha' - \sin \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\delta' \\ \cos b \cos l dl &= \cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\alpha' \cos i - \sin \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\delta' \cos i + \cos \delta' d\delta' \sin i \\ 0 &= -\cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\alpha' \sin i + \sin \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\delta' \sin i + \cos \delta' d\delta' \cos i \end{aligned} \right\} (5)$$

und, wenn man in den linken Seiten der Gleichungen (5) die entsprechenden Ausdrücke aus (3) einsetzt:

$$\left. \begin{aligned} -\cos \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\alpha' - \sin \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\delta' &= -\cos \delta' \sin (\alpha' - \Omega) dl \cos i - \sin \delta' dl \sin i \\ \cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\alpha' \cos i - \sin \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\delta' \cos i + \cos \delta' d\delta' \sin i &= \cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) dl \\ -\cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) d\alpha' \sin i + \sin \delta' \sin (\alpha' - \Omega) d\delta' \sin i + \cos \delta' d\delta' \cos i &= 0 \end{aligned} \right\} (6)$$

Hieraus erhält man durch Elimination

$$d\delta' = \cos (\alpha' - \Omega) dl \sin i$$

und durch Einsetzung dieses Werthes in die dritte Gleichung von (5)

$$\cos \delta' d\alpha' = (\sin \delta' \sin (\alpha' - \Omega) \sin i + \cos \delta' \cos i) dl.$$

Setzt man die erhaltenen Werthe in die rechten Seiten von (4) ein, so wird

$$\left. \begin{aligned} dx' &= -r d\ell (\cos \delta' \sin \alpha' \cos i + \sin \delta' \cos \Omega \sin i) \\ dy' &= r d\ell (\cos \delta' \cos \alpha' \cos i - \sin \delta' \sin \Omega \sin i) \\ dz' &= r d\ell \cos \delta' \cos (\alpha' - \Omega) \sin i \end{aligned} \right\} (7)$$

woraus in Verbindung mit (2) und den durch Differentiation von (2) sich ergebenden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} d\alpha \cos \delta &= -\sin \alpha \frac{dx}{\varrho} + \cos \alpha \frac{dy}{\varrho} \\ d\delta &= -\sin \delta \cos \alpha \frac{dx}{\varrho} - \sin \delta \sin \alpha \frac{dy}{\varrho} + \cos \delta \frac{dz}{\varrho} \\ \frac{d\varrho}{\varrho} &= \cos \delta \cos \alpha \frac{dx}{\varrho} + \cos \delta \sin \alpha \frac{dy}{\varrho} + \sin \delta \frac{dz}{\varrho} \end{aligned} \right\} (8)$$

und unter Hinzufügung der die Verbesserung der Praecession enthaltenden Glieder die von Schönfeld V. J. S. 17 pag. 256 gegebenen Formeln resultiren:

$$\left. \begin{aligned} d\alpha \cos \delta &= f \cos \delta + g \sin \alpha \sin \delta - h \cos \alpha \sin \delta + F \sin \alpha - G \cos \alpha \\ d\delta &= g \cos \alpha + h \sin \alpha + F \cos \alpha \sin \delta + G \sin \alpha \sin \delta - H \cos \delta \end{aligned} \right\} (9)$$

Hierin ist

$$\begin{aligned} f &= d\psi \cos \omega + d\ell \cos i & F &= \frac{c}{\varrho} \cos \tau \cos \sigma + \frac{R}{\varrho} d\ell (\cos D \sin A \cos i + \sin D \cos \Omega \sin i) \\ g &= d\psi \sin \omega + d\ell \sin i \cos \Omega & G &= \frac{c}{\varrho} \cos \tau \sin \sigma - \frac{R}{\varrho} d\ell (\cos D \cos A \cos i - \sin D \sin \Omega \sin i) \\ h &= d\ell \sin i \sin \Omega & H &= \frac{c}{\varrho} \sin \tau - \frac{R}{\varrho} d\ell \sin i \cos D \cos (A - \Omega) \end{aligned}$$

und die Formeln (9) gehen für $d\ell = 0$ in die Airy'schen Gleichungen über. Will man nach diesen Formeln rechnen, so hat man sich zunächst über eine geeignete Annahme, welche die in den Gleichungen auftretenden Entfernungen ϱ der Sterne betrifft, schlüssig zu machen. Am besten verfährt man dabei, die Sterne, denen man im Grossen und Ganzen gleiche Entfernungen ϱ zuschreiben zu dürfen glaubt, in Gruppen zusammen zu nehmen und für jede Gruppe gesondert die Unbekannten zu bestimmen. Im Folgenden sind, um von den Fehlern der diesbezüglichen Annahmen möglichst frei zu werden, vier verschiedene Wege eingeschlagen, und als Rechnungsmaterial ist das A. N. 2999-3000 zusammengestellte Verzeichniss von Eigenbewegungen, nach Berichtigung einiger dort vorgekommener Fehler und Versehen, der Rechnung zu Grunde gelegt worden. Von den beiden Kriterien, welche bei derartigen mittleren Entfernungsbestimmungen überhaupt in Betracht kommen können, Grösse der E.B. und Helligkeit, diene zunächst nur die Grösse der E.B. als Maassstab für die Entfernung der Sterne, und es wurden mit Weglassung aller Sterne, deren jährliche E.B. $> 1''.28$ ist, 3 Gruppen gebildet, nämlich

Gruppe	E.B.	Anz. *)
I	0".16 ... 0".32	551 **
II	0.32 ... 0.64	339 »
III	0.64 ... 1.28	106 »

und angenommen, dass den zu einer Gruppe vereinigten

Sternen im Ganzen gleiche ϱ zukommen und dass die mittleren ϱ der einzelnen Gruppen von Gruppe zu Gruppe verschieden sind. Zweitens wurde dasselbe Material ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Grösse der E.B. in 3 Classen nach der Helligkeit eingetheilt, und es umfasste

Classe	Hell.	Anz. *)
1	7 ^m 6 ... <	284 **
2	5.6 ... 7 ^m 5	473 »
3	1 ... 5.5	238 »

Die erste Hypothese, wonach die Entfernungen der Sterne nur als Function der Grösse der E.B. aufgefasst werden, wäre einwurfsfrei, wenn man zu den weiteren Annahmen berechtigt wäre, dass die Componente der Bewegung im Visionsradius für die Sterne innerhalb jeder Gruppe im Grossen und Ganzen gleich sei und dass die motus peculiare im Verhältniss zu dem von der Sonnenbewegung herrührenden Theil der beobachteten Bewegungen klein seien. Letzteres ist nun freilich nicht der Fall, im Allgemeinen aber wird man die durch die Art der Gruppenbildung sich aussprechende Annahme, dass die schwach bewegten Sterne weiter von uns entfernt sind als die stärker bewegten, als Annäherung gelten lassen können. Nur die Helligkeit als Maass für die Entfernungen der Sterne anzusehen, wie es nach der zweiten Hypothese geschieht, wird dann gestattet sein, wenn es sich um das Mittel aus vielen, mit im Einzelnen nicht nachweisbarer E.B., handelt. Denn

*) Die Verschiedenheit der Summe der Anzahlen um eine Einheit rührt daher, dass in Gruppe I versehentlich ein Veränderlicher mitgenommen wurde, welcher bei der Eintheilung in Helligkeitsclassen und auch später fortgelassen ist.

den bewegten Sternen einer Grössenklasse wird man von vornherein eine geringere Entfernung zuschreiben müssen als den übrigen derselben Grössenklasse. Aber auch in dem Falle, wo nur Sterne mit beträchtlicher E.B. als Material der Rechnung zu Grunde liegen, wird man sich zu der obigen Classification nach der Helligkeit ohne Rücksicht auf die Grösse der E.B. berechtigt halten dürfen, besonders da, wie A. N. 3000 gezeigt, die den drei verschiedenen s-Gruppen angehörigen Sterne im Ganzen gleichmässig über

die verschiedenen *mag.*-Classen vertheilt sind und somit sowohl für Sterne von verschiedener Helligkeit jede E.B. gleich wahrscheinlich wie für Sterne von verschiedener E.B. jede Helligkeit gleich wahrscheinlich ist. Stellt man nun die Gleichungen (9) für jeden einzelnen Stern auf und löst die Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate auf, so ergeben sich folgende Werthe in den einzelnen Gruppen für die Unbekannten und ihre mittleren Fehler.

Gr.	E.B.	f	g_α	g_δ	h_α	h_δ	F_α	F_δ	G_α	G_δ	H
I	0".16 · 0".32	-0.0111	-0.0165	-0.0054	-0.0514	-0.0073	+0.0253	+0.0295	-0.1010	-0.1120	+0.0941
II	0.32 · 0.64	-0.0359	-0.0271	+0.0235	-0.0702	+0.0091	+0.0273	+0.0094	-0.2126	-0.2107	+0.1913
III	0.64 · 1.28	+0.0179	-0.1468	+0.0357	-0.2222	+0.0572	+0.2121	-0.0392	-0.4125	-0.6958	+0.3186
mittl. F.											
I		±0.0071	±0.0214	±0.0087	±0.0198	±0.0100	±0.0109	±0.0181	±0.0095	±0.0197	±0.0065
II		0.0177	0.0529	0.0202	0.0459	0.0257	0.0293	0.0403	0.0230	0.0464	0.0155
III		0.0575	0.1521	0.0712	0.1366	0.0779	0.0786	0.1354	0.0718	0.1507	0.0570
Cl.	Hell.	f	g_α	g_δ	h_α	h_δ	F_α	F_δ	G_α	G_δ	H
1	7 ^m .6 · <	-0.0142	+0.0274	+0.0384	-0.1049	0.0000	+0.0686	+0.0057	-0.1701	-0.1685	+0.1894
2	5.6 · 7 ^m .5	-0.0290	-0.0960	+0.0185	-0.0435	+0.0210	+0.0845	+0.0311	-0.1648	-0.2626	+0.1500
3	1 · 5.5	-0.0230	-0.0080	-0.0202	-0.1138	+0.0219	-0.0224	-0.0135	-0.1830	-0.1993	+0.1130
mittl. F.											
1		±0.0188	±0.0609	±0.0212	±0.0531	±0.0264	±0.0296	±0.0472	±0.0239	±0.0541	±0.0168
2		0.0137	0.0394	0.0172	0.0350	0.0202	0.0211	0.0335	0.0180	0.0377	0.0131
3		0.0209	0.0581	0.0273	0.0563	0.0308	0.0315	0.0550	0.0280	0.0568	0.0205

Die Uebereinstimmung der aus der AR.- und der Decl.-Gleichung sich ergebenden Werthe ist nicht befriedigend. Um zu Endwerthen $F G H$ zu gelangen, aus denen die Coordinaten des Sonnenapex zu berechnen wären, müsste man eigentlich die $(d\alpha \cos \delta)^2 + d\delta^2$ ausgleichen. Da aber die Coefficienten der Unbekannten in der AR.- und der Decl.-Gleichung cyclisch vertauschbar sind und somit die Auflösung des Gleichungssystems nicht gestatten, dessen Bedingungen durch Addition der Coefficienten der in den AR.- und Decl.-Gleichungssystemen sich entsprechen-

den Unbekannten entstanden sind, bleibt trotz des Bedenklichen, welches die Combination von auf verschiedener Grundlage beruhenden Werthen an sich hat, nichts übrig als aus den Unbekannten $F_\alpha F_\delta$ und $G_\alpha G_\delta$ unter Berücksichtigung ihrer Gewichte die Mittel zu nehmen. Die so unter der Annahme $dI = 0$ berechneten Werthe F und G geben in Verbindung mit dem aus der $d\delta$ -Gleichung resultirenden H folgende Werthe für die Coordinaten des Apex und ihre Winkelgeschwindigkeit, gesehen aus der mittleren Entfernung jeder Gruppe.

Gr.	σ	τ	$\frac{c}{\rho}$	Mittl. s	Mittl. $mag.$	Anz.
I	284.4 ± 5.0	+41.5 ± 3.0	0".142 ± 0".008	0".229	6 ^m .34	551 **
II	275.7 6.4	+41.9 3.6	0.286 0.019	0.433	6.70	339 »
III	287.7 7.9	+33.1 5.9	0.583 0.063	0.850	6.38	106 »
Cl.						
1	286.7 ± 8.0	+46.9 ± 4.4	0".259 ± 0".019	0".384	8 ^m .18	284 **
2	290.7 5.2	+37.5 3.4	0.246 0.015	0.357	6.63	473 »
3	263.8 8.3	+31.1 5.7	0.219 0.024	0.358	4.12	238 »

Hierbei zeigt sich ein in den Decl. besonders der zweiten Classification auffallend regelmässiger Gang in dem Sinne, dass die Decl. des Apex wachsen mit abnehmender Entfernung der Sterne, und zwar ist dieser Gang nicht hervorgerufen durch die Verschiedenheit der E.B., die ja für

alle drei Classen im Mittel dieselbe ist. Um zu untersuchen, ob und inwieweit dieser Effect durch die Annahme über die Entfernungen hervorgebracht ist, wurden die Formeln zur Anwendung gebracht, welche Gylden in A. N. 3258 zur Berechnung der Parallaxen von Sternen verschiedener

Grössenklasse und verschiedener scheinbaren Bewegungen aus dem Material von Sternen mit bekannter Parallaxe abgeleitet. Obgleich diese Formeln sehr gekünstelt erscheinen und das zu ihrer Ableitung benutzte Material nicht vollständig und auch, wenigstens für die schwächeren Sterne, häufig unrichtig ist, so wird ihre Anwendung für den vorliegenden Zweck immerhin geeignet und deshalb wünschenswerth sein, da auch eine Prüfung derselben durch eine derartige Rechnung von Interesse erscheint. Nennt man die Parallaxe eines Sterns π , so theilt Gylden diese von der Helligkeit m und der Grösse der E.B. s abhängige Function in zwei andere

$$\pi = P + p'$$

von denen die erstere

$$P = 0.204 e^{-0.2138 m \Psi_m} \quad \Psi_m = 2 - \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{m}{10}}$$

nur von der Helligkeit abhängig ist und deren Werthe für die einzelnen Grössenklassen tabulirt sind, während die andere

$$p' = \frac{0.120 s}{1 + 0.25 s} (1 - e^{-0.040 m^2 \cdot s})$$

mit s verschwindet. Berechnet man nach diesen Formeln die Parallaxen in den drei s -Gruppen für die Sterne, welche zu ein und derselben Grössenklasse gehören, so erhält man folgende Tafel, welche durch die beigefügten Anzahlen zugleich einen Ueberblick über die Vertheilung der Sterne über die verschiedenen Grössenklassen gewährt.

Gr.	Mittl. mag.	Mittl. s	Anz.	π	Gr.	Mittl. mag.	Mittl. s	Anz.	π	Gr.	Mittl. mag.	Mittl. s	Anz.	π
I	2 ^m .74	0.222	36	0.100	II	2 ^m .12	0.471	13	0.123	III	2 ^m .56	0.857	11	0.122
	4.05	0.221	38	0.068		4.03	0.463	20	0.078		4.03	0.925	10	0.105
	4.99	0.219	72	0.051		5.01	0.412	30	0.061		5.25	0.860	8	0.094
	6.07	0.222	137	0.038		6.23	0.437	63	0.052		6.04	0.873	18	0.093
	7.12	0.236	128	0.031		7.05	0.426	100	0.047		7.10	0.812	27	0.086
	8.06	0.238	117	0.026		8.04	0.437	95	0.046		8.12	0.795	24	0.084
	8.72	0.232	22	0.024		8.81	0.430	18	0.045		8.81	0.971	8	0.099

Hierin sind zu der ersten Helligkeitsklasse vereinigt die Sterne 1^m..3^m.5, zu der zweiten die Sterne 3^m.6..4^m.5 u. s. f. Es sind nun im Folgenden die Sterne in drei Abtheilungen zusammengefasst nach der Grösse der π , so zwar, dass die als 1. bezeichnete Abtheilung wieder die entfernteren Sterne umfasst, während die letzte die nächsten Sterne enthält. Diese drei Abtheilungen wurden so gebildet, dass

Abth.	π	Anz.
1	0.02..0.04	404 **
2	0.04..0.06	348 *
3	0.06..0.12	243 *

enthält. Für diese ergeben sich folgende Werthe der Unbekannten und ihrer mittleren Fehler:

Abth.	π	f	g_a	g_b	h_a	h_b	F_a	F_b	G_a	G_b	H
1	0.02..0.04	-0.0093	-0.0135	+0.0064	-0.0658	-0.0094	+0.0284	+0.0381	-0.0968	-0.1100	+0.1038
2	0.04..0.06	-0.0228	-0.0434	+0.0331	-0.0539	-0.0026	+0.0592	-0.0014	-0.1776	-0.1831	+0.1736
3	0.06..0.12	-0.0121	-0.0932	-0.0093	-0.1347	+0.0474	+0.0806	-0.0192	-0.2808	-0.4538	+0.2077

mittl. F.

1	± 0.0090	± 0.0262	± 0.0114	± 0.0230	± 0.0132	± 0.0133	± 0.0229	± 0.0114	± 0.0261	± 0.0090
2	0.0165	0.0469	0.0189	0.0427	0.0231	0.0266	0.0370	0.0218	0.0407	0.0143
3	0.0286	0.0659	0.0360	0.0729	0.0419	0.0421	0.0725	0.0362	0.0826	0.0284

und aus den wie oben unter der Annahme $dI = 0$ gebildeten Mittelwerthen F und G und dem aus der $d\delta$ -Gleichung resultirenden H :

Abth.	ϱ	τ	$\frac{c}{\varrho}$	Mittl. s	Mittl. $mag.$	π	Anz.
1	287.4 $\pm 6^{\circ}0$	+45.0 $\pm 3^{\circ}3$	0.147 ± 0.009	0.233	7 ^m .12	0.032	404 **
2	282.2 6.6	+43.5 3.8	0.252 0.017	0.387	6.82	0.048	348 *
3	280.2 6.6	+33.5 4.6	0.376 0.032	0.552	4.89	0.087	243 *

Die Werthe für die Coordinaten des Sonnen-Apex zeigen denselben Gang wie bei der vorigen Classification, und zwar wachsen nicht bloss die Decl. mit zunehmender

Entfernung sondern auch die AR., wenngleich bei den AR. der Gang sich innerhalb der Grenzen der mittl. Fehler hält. Noch stärker tritt derselbe hervor, wenn man den für ein

umfangreicheres Material geeignetsten Weg einschlägt und für Sterne gleicher E.B. Classen nach der Helligkeit oder für Sterne gleicher Helligkeit Gruppen nach der Grösse der E.B. bildet. Hierzu ist aber nur die Anzahl der Sterne in der Gruppe I halbwegs ausreichend, welche in drei Helligkeitsclassen getheilt

Cl.	Hell.	Anz.
1	7 ^m 6... <	139 **
2	5.6... 7 ^m 5	265 »
3	1... 5.5	146 »

für die Unbekannten die folgenden Werthe ergeben:

Cl.	Hell.	f	g_α	g_δ	h_α	h_δ	F_α	F_δ	G_α	G_δ	H
1	7 ^m 6... <	-0.0106	+0.0050	+0.0126	-0.1206	-0.0129	+0.0439	+0.0766	-0.0796	-0.0424	+0.1321
2	5.6... 7 ^m 5	-0.0096	-0.0202	+0.0028	-0.0428	-0.0105	+0.0204	+0.0304	-0.1066	-0.1355	+0.0905
3	1... 5.5	-0.0164	-0.0234	-0.0354	-0.0106	+0.0047	+0.0165	+0.0015	-0.1123	-0.1214	+0.0687

mittl. F.

1	± 0.0144	± 0.0454	± 0.0157	± 0.0455	± 0.0181	± 0.0213	± 0.0387	± 0.0184	± 0.0386	± 0.0122
2	0.0105	0.0320	0.0130	0.0277	0.0151	0.0164	0.0255	0.0141	0.0294	0.0097
3	0.0139	0.0384	0.0166	0.0374	0.0188	0.0205	0.0341	0.0182	0.0350	0.0127

woraus

Cl.	σ	τ	$\frac{c}{\rho}$	Mittl. s	Mittl. $mag.$	π	Anz.
1	305°3 ± 11°6	+56°0 ± 5°7	0".159 ± 0".014	0".237	8 ^m 17	0".026	139 **
2	281.8 6.9	+38.3 4.3	0.146 0.012	0.231	6.58	0.034	265 »
3	276.2 8.8	+30.9 6.0	0.134 0.016	0.219	4.19	0.067	146 »

Wenn dieser Gang in den Apex-Coordinationen, woran nicht zu zweifeln, eine Folge des motus peculiaris der Sterne ist, so kann man erwarten, ihn durch Einführung von dI in die Ausdrücke FGH zu beseitigen, wenn sich derselbe überhaupt der Rotations-Hypothese fügt. Berechnet man aus den $f g_\alpha g_\delta h_\alpha h_\delta$ jeder Classe die Werthe $d\psi$ und dI

nach der Methode der kleinsten Quadrate, indem man nach Houzeau $\Omega = 282^{\circ}1/4$, $i = 62^{\circ}1/2$ setzt, so erhält man für die drei Helligkeitsclassen der Sterne Gruppe I und für die drei nach den Gylden'schen π gebildeten Abtheilungen folgende Werthe:

** Gr. I	$d\psi$		dI		Mittl. s	Mittl. $mag.$	π	Anz.
Hell. = 7 ^m 6. . . <	-0".0088	± 0.0201	+0".0249	± 0.0287	0".237	8 ^m 17	0".026	139 **
5.6. . . 7 ^m 5	-0.0125	0.0090	+0.0171	0.0128	0.231	6.58	0.034	265 »
1 . . . 5.5	-0.0271	0.0073	+0.0021	0.0104	0.219	4.19	0.067	146 »
alle **								
$\pi = 0".02. . . 0".04$	-0".0111	± 0.0127	+0".0193	± 0.0183	0".233	7 ^m 12	0".032	404 **
0.04. . . 0.06	-0.0033	0.0244	+0.0044	0.0355	0.387	6.82	0.048	348 »
0.06. . . 0.12	-0.0219	0.0393	+0.0017	0.0577	0.552	4.89	0.087	243 »

Was zunächst die für $d\psi$ resultirenden Werthe anlangt, so verlangen dieselben einstimmig eine Verkleinerung der bei Berechnung der E.B. zu Grunde gelegten O. Struve'schen Praecessions-Constante. Als Mittelwerthe erhält man aus den drei Classenwerthen jeder Gruppierung

$$d\psi = -0".0204 \pm 0".0054 \quad 550 **$$

$$d\psi = -0.0103 \pm 0.0108 \quad 995 »$$

Bildet man ein den mittleren Fehlern entsprechendes Mittel der beiden Werthe, sodass also die 550 schwächer bewegten Sterne, welche auch in den 995 Sternen des zweiten Werths stecken, doppeltes Gewicht gegenüber den stärker bewegten erhalten würden, so erhält man

$$d\psi = -0".0184 \pm 0".0049$$

und als Werth der Lunisolar-Praecession für 1800:

$$50".3614$$

Der O. Struve'sche Werth ist 50.3798

» Bessel'sche » » 50.3635

Der hier berechnete Werth fällt also mit dem Bessel'schen fast vollständig zusammen.

Die Werthe für dI zeigen einen ungestörten Gang mit der Entfernung von der Sonne; man wird aber schon wegen der grossen ihnen zukommenden mittleren Fehler nicht geneigt sein, entsprechende Schlüsse hieraus zu ziehen. Berechnet man die dI aus den Mittelwerthen der h jeder Classe allein, so erhält man etwas abweichend:

** Gr. I	dI	
Hell. = 7 ^m 6 . . <	+0.0319	±0.0168
5.6 . . 7 ^m 5	+0.0206	0.0132
1 . . 5.5	-0.0019	0.0168
alle **		
π = 0.02 . . 0.04	+0.0238	±0.0104
0.04 . . 0.06	+0.0163	0.0203
0.06 . . 0.12	-0.0026	0.0363

Diese Werthe stimmen mit denen anderer Bearbeiter des Problems nicht überein. Bolte erhält durch Vergleichung der Decl. der Cataloge von Lalande und Schjellerup nach seiner dritten Rechnung, bei welcher alle Sterne mit E.B. > 0.2 ausgeschlossen sind, aus 1031 Sternen 5^m5 bis 10. Grösse den Werth $dI = -0.0050$, Rancken (in A. N. 2482) $+0.0564$ aus den AR. und $+0.0238$ aus den Decl. von Sternen in der Nähe der Milchstrasse, L. Struve aus den Bradley'schen Sternen den Werth $dI = -0.0041$, Ristenpart durch Vergleichung der AG-Zone 20° . . 25° mit Bessel's Zonen -0.0128 .

Um einmal zu sehen, welchen Effect die Einführung der dI in die Werthe FGH für die Coordinaten des Sonnen-Apex hat, wurden für die Coordinaten des Schwerpunktes der Milchstrasse die Werthe angenommen, bei welchen Ristenpart im dritten Capitel seiner Arbeit »Untersuchungen über die Constante der Praecession und die Bewegung der Sonne im Fixsternsysteme« stehen bleibt: $A = 305^\circ$, $D = +40^\circ$, $R =$ Entfernung der Sterne 5^m9.

Die Werthe für die relativen Entfernungen der Sterne der einzelnen Grössenklassen, wie sie von O. Struve und L. Struve einerseits, von Ristenpart andererseits berechnet sind, stimmen gut überein, müssen es auch, da sie nach im Grunde gleichen Principien gewonnen sind, während die auf andere Weise erlangten Werthe Gyldén's beträchtlich davon abweichen. Es sind die Werthe für die Entfernungen der Sterne der einzelnen Grössenklassen nach

Cl.	L. Struve	Rist.	Gyld.
1 ^m	1.00	1.00	1.00
2	1.80	1.53	1.31
3	2.76	2.34	1.77
4	3.91	3.58	2.47
5	5.45	5.47	3.51
6	7.73	8.34	5.09
7	11.55	12.69	7.51
8	17.40	19.23	11.21
9		28.97	16.99

Der galactocentrische Radiusvector der Sonne $R =$ Entfernung der Sterne 5^m9, wird also, aus der Ristenpart'schen Tafel entnommen, 8.00 in Einheiten der Entfernung der Sterne erster Grösse, während nach der Gyldén'schen Tafel für dieselbe Grösse sich der Werth 4.91 ergibt. Letzterer Werth, welcher also einer Parallaxe $\pi = 0.0329$ entspricht, ist benutzt, da es zur Beurtheilung der Frage allein, ob die Einführung der resultirenden dI -Werthe in die FGH eine bessere Uebereinstimmung der für die Apex-Coordinaten sich ergebenden Werthe herbeiführt, ganz gleichgültig ist, welchem

von den beiden R -Werthen man den Vorzug geben will. Auch die Grössen A und D brauchen zu diesem Zweck nur innerhalb gewisser Grenzen richtig zu sein, um eine richtige Vorstellung von dem Effect der Einführung der dI -Werthe zu geben. Unter der weiteren Annahme, dass die Rotations-ebene mit der Ebene der sichtbaren Milchstrasse zusammenfällt, sodass man mit Houzeau $\Omega = 282^\circ 1/4$, $i = 62^\circ 1/2$ setzen darf, werden die Logarithmen der Ausdrücke

$$(\cos D \sin A \cos i + \sin D \cos \Omega \sin i) = 9.2274_n$$

$$(\cos D \cos A \cos i - \sin D \sin \Omega \sin i) = 9.8809$$

$$\sin i \cos D \cos (A - \Omega) = 9.7970$$

und man erhält für die drei Abtheilungen des ganzen, nach den Gyldén'schen π geordneten Rechnungsmaterials, wenn man in die FGH jeder Abtheilung das zu derselben gehörige dI einführt, die Werthe:

π	σ	τ	$\frac{c}{\rho}$
0.02 . . 0.04	292.2	+52.3	0.147
0.04 . . 0.06	285.6	+47.6	0.252
0.06 . . 0.12	280.5	+33.7	0.376

Entsprechend äussert sich auch in den übrigen Classen die Einführung von dI ; die durchweg positiven Mittelwerthe von F werden noch vergrössert, die durchweg negativen Werthe von G verkleinert, sodass der Quotient $G:F$ eine um so grössere AR. des Apex ergibt, je grösser das positive dI und je kleiner $G:F$ vor Einführung des dI ist, und entsprechend für die Decl. Es wird also der Gang, der sich in den unter der Annahme $dI = 0$ berechneten Apex-Coordinaten zu erkennen gab, durch Einführung der errechneten dI -Werthe nicht beseitigt, sondern noch vergrössert. Die Rotations-Hypothese ist somit zu einer gesetzmässigen Darstellung der motus peculiare der Fixsterne nicht bloss unzureichend, sondern steht mit den Rechnungs-Ergebnissen der vorliegenden Arbeit in directem Widerspruch. Unter diesen Umständen wird auch eine Bestimmung der linearen Geschwindigkeit

der Sonnenbewegung aus den für $\frac{c}{\rho}$ erhaltenen Werthen unmöglich, ebenso wie eine weitere Benutzung und Prüfung der Gyldén'schen Formeln, da ja auch ihnen implicite die unzutreffende Annahme zu Grunde liegt, dass die motus peculiare der Sterne wie zufällige Fehler betrachtet werden können.

Eine andere, naturwissenschaftlich nicht unmögliche, Hypothese wäre, dass die Sterne — wie ein im Innern der Erde frei fallender Körper — durch den Schwerpunkt des Milchstrassensystems hindurchpendeln, sich also auf geraden Linien bewegen, welche durch den Schwerpunkt des Sternsystems hindurchgehen. Der einfachste Ausdruck für diese Hypothese

$$dI = 0, \quad d\delta = 0, \quad dr = f(r)$$

zeigt aber, dass man zu ihrer Prüfung andere Wege einschlagen müsste, da eine gesetzmässige Veränderlichkeit der galactocentrischen Radienvectoren sich in der $d\alpha$ - und $d\delta$ -Gleichung nicht würde zum Ausdruck bringen lassen.

Mit den oben erhaltenen Resultaten ganz unvereinbar ist der Werth $266^{\circ}5 - 3^{\circ}1$, den Kobold in seiner in den Nova Acta der Leopoldina erschienenen Abhandlung aus den Bradley'schen Sternen nach der Bessel'schen Methode erhält. Am Schluss derselben giebt er eine Tafel, welche für den Ort des von ihm gefundenen Apex die Werthe ψ enthält. Um ersehen zu können, welchen Einfluss die retrograden Bewegungen in den vorhin gebildeten Classen ausüben, wurden innerhalb jeder für die Sterne Gruppe I gebildeten drei Helligkeitsclassen alle Sterne ausgeschlossen, für welche unter Zugrundelegung des Kobold'schen Apex $\varphi - \psi > \pm 90^{\circ}$ sich fand. Von dieser Censur wurden in den drei Classen der Reihe nach betroffen 50, 66 und 40 Sterne, im Mittel also ziemlich 30 Procent, so dass übrig blieben

Cl.	Hell.	Anz.
1	$7^m.6 \dots <$	89 **
2	$5.6 \dots 7^m.5$	199 *
3	$1 \dots 5.5$	106 *

Für diese drei Classen wurden in derselben Weise wie vorhin die Gleichungen aufgelöst und aus den Mittelwerthen F , G und dem aus der dd -Gleichung resultirenden H die Apex-Coordinationen berechnet. Die Glieder $h \cos \alpha \sin \delta$ in der AR.-Gleichung und $h \sin \alpha$ in der Decl.-Gleichung, von welchen nach den oben erhaltenen Resultaten hätte abgesehen werden können, wurden aber beibehalten, um die sich jetzt ergebenden Apex-Werthe mit den früheren direct vergleichbar zu erhalten. Man erhält:

Cl.	Hell.	f	g_{α}	g_{δ}	h_{α}	h_{δ}	F_{α}	F_{δ}	G_{α}	G_{δ}	H
1	$7^m.6 \dots <$	+0.0071	+0.0289	+0.0297	+0.0136	+0.0102	+0.0433	+0.0273	-0.2053	-0.2156	+0.0889
2	$5.6 \dots 7^m.5$	-0.0006	-0.0141	+0.0030	+0.0072	+0.0038	+0.0207	+0.0045	-0.2071	-0.2414	+0.0490
3	$1 \dots 5.5$	-0.0150	-0.0199	-0.0154	+0.0230	-0.0051	+0.0112	+0.0014	-0.2065	-0.2430	+0.0355

mittl. F.

1	± 0.0121	± 0.0387	± 0.0172	± 0.0349	± 0.0221	± 0.0193	± 0.0400	± 0.0150	± 0.0443	± 0.0138
2	0.0078	0.0232	0.0136	0.0207	0.0155	0.0124	0.0261	0.0108	0.0291	0.0098
3	0.0111	0.0310	0.0142	0.0295	0.0163	0.0165	0.0289	0.0145	0.0304	0.0109

Cl.	σ	τ	$\frac{c}{\rho}$	Mittl. s	Mittl. mag.	Anz.
1	$281^{\circ}1 \pm 4^{\circ}7$	$+22^{\circ}9 \pm 3^{\circ}5$	$0^{\circ}228 \pm 0^{\circ}014$	$0^{\circ}240$	$8^m.13$	89 **
2	$274.8 \quad 3.0$	$+13.0 \quad 2.6$	$0.218 \quad 0.010$	0.230	6.54	199 *
3	$272.4 \quad 3.9$	$+9.4 \quad 2.9$	$0.216 \quad 0.013$	0.219	4.10	106 *

Ferner wurden die Abtheilungen gebildet

** Gr. I, für welche $\varphi - \psi < 90^{\circ}$	Anz. 394 **
» II, » » $\varphi - \psi < 90^{\circ}$	» 243 »
** Gr. I, für welche $\varphi - \psi > 90^{\circ}$	Anz. 156 **
» II, » » $\varphi - \psi > 90^{\circ}$	» 96 »

sodass also für die beiden Gruppen, welche die Sterne $0^{\circ}16 \dots 0^{\circ}32$ resp. $0^{\circ}32 \dots 0^{\circ}64$ enthalten, die Grössen σ , τ , $\frac{c}{\rho}$ einmal aus den parallactischen, das andere Mal aus den retrograden Sternen allein bestimmt wurden. Es ergab sich

Gr.		f	g_{α}	g_{δ}	h_{α}	h_{δ}	F_{α}	F_{δ}	G_{α}	G_{δ}	H
I **	$\varphi - \psi < 90^{\circ}$	-0.0015	-0.0078	+0.0044	+0.0125	+0.0022	+0.0234	+0.0044	-0.2073	-0.2409	+0.0524
II	$\varphi - \psi < 90^{\circ}$	-0.0126	-0.0285	+0.0168	-0.0069	-0.0190	+0.0502	+0.0069	-0.3886	-0.3659	+0.0989

mittl. F.	± 0.0056	± 0.0166	± 0.0087	± 0.0151	± 0.0102	± 0.0088	± 0.0177	± 0.0075	± 0.0194	± 0.0065
	0.0126	0.0369	0.0202	0.0302	0.0272	0.0215	0.0382	0.0160	0.0467	0.0159

I **	$\varphi - \psi > 90^{\circ}$	+0.0004	-0.0541	-0.0034	-0.0207	-0.0006	+0.0324	+0.0282	+0.1370	+0.1893	+0.1492
II	$\varphi - \psi > 90^{\circ}$	-0.0660	-0.0360	+0.0506	+0.0617	+0.0130	-0.0001	+0.0220	+0.2342	+0.1917	+0.3396

mittl. F.	± 0.0080	± 0.0246	± 0.0135	± 0.0231	± 0.0144	± 0.0108	± 0.0308	± 0.0101	± 0.0329	± 0.0108
	0.0222	0.0685	0.0276	0.0712	0.0316	0.0329	0.0686	0.0287	0.0660	0.0214

Gr.		σ	τ	$\frac{c}{\rho}$	Mittl. s	Mittl. mag.	Anz.
I **	$\varphi - \psi < 90^{\circ}$	$275^{\circ}3 \pm 2^{\circ}1$	$+13^{\circ}8 \pm 1^{\circ}7$	$0^{\circ}219 \pm 0^{\circ}007$	$0^{\circ}230$	$6^m.24$	394 **
II	$\varphi - \psi < 90^{\circ}$	$275.9 \quad 2.8$	$+14.3 \quad 2.3$	$0.401 \quad 0.015$	0.429	6.70	243 *
I **	$\varphi - \psi > 90^{\circ}$	$77^{\circ}3 \pm 4^{\circ}0$	$+45^{\circ}8 \pm 2^{\circ}8$	$0^{\circ}208 \pm 0^{\circ}010$	$0^{\circ}229$	$6^m.61$	156 **
II	$\varphi - \psi > 90^{\circ}$	$88.8 \quad 8.2$	$+56.2 \quad 3.3$	$0.409 \quad 0.023$	0.443	6.71	96 *

Von vornherein musste man bei dem eingeschlagenen Verfahren Werthe erwarten, die sich dem von Kobold erlangten beträchtlich nähern würden. Immerhin liegt die Decl. des Mittelwerths, der sich aus den beiden fast völlig übereinstimmenden Werthen, welche die parallactischen Sterne der Gruppen I und II liefern

$$275^{\circ}5' + 14^{\circ}0'$$

ergiebt, erst genau in der Mitte zwischen dem Kobold'schen Werthe -3° und dem von L. Struve angenommenen Mittel der nach Argelander's oder Airy's Methode bestimmten Werthe $+31^{\circ}$. Auch der in den drei Helligkeitsclassen der Sterne Gruppe I bestehen gebliebene Gang zeigt, dass trotz Ausschluss der retrograden Bewegungen beträchtliche Residuen von motus peculiaris darin verblieben sind, die sich in dem nämlichen Sinne wie früher äussern. Diesen Gang als die Wirkung systematischer Fehler der E.B. anzusehen, wie es, Bulletin astr. 1895 März, Herr van de Sande Bakhuizen will, dürfte in dem Fall nicht zutreffend sein, da in allen drei Classen nur Sterne gleicher E.B. zusammengefasst sind und eine an die E.B. anzubringende systematische Correction denselben Einfluss in allen drei Classen haben würde, wenn die Vertheilung über den Himmel für die Sterne der einzelnen Classen im Ganzen die gleiche ist.

Eine weitere Wirkung des Ausschlusses der retrograden Sterne besteht darin, dass die Werthe $\sigma: \frac{c}{\rho}$ jetzt nahe an 1 herankommen, während sie früher in engen Grenzen um 1.5 herum schwankten. Was die aus den retrograden Sternen resultirenden σ , τ betrifft, so scheint mir der Vorschlag von Herrn Radau, Bulletin astr. X pag. 407, nicht richtig, sie derartig mit den aus den parallactischen Sternen

erhaltenen Werthen zu combiniren, dass man auf dem die beiden Punkte verbindenden grössten Kreise denjenigen Punkt bestimmt, in welchem derselbe in umgekehrtem Verhältniss der Gewichte der beiden Theilbögen getheilt wird. Man würde in diesem Fall wieder nahe auf denselben Punkt geführt werden, welchen die parallactischen und retrograden Bewegungen zusammen ergeben, nur dass die Art der Ausgleichung eine andere wäre. Ebenso wenig ist es gestattet, den aus den retrograden Bewegungen resultirenden Punkt direct als Antiapex zu betrachten und den ihm gerade entgegengesetzten Punkt der Sphäre mit dem aus den parallactischen Bewegungen sich ergebenden zu combiniren. Denn erstens ist es ganz unstatthaft, zur Bildung von Mitteln aus so beträchtlich unter sich verschiedenen Einzelwerthen zu schreiten, und zweitens ist die darin mit enthaltene Voraussetzung ganz unbewiesen, dass die Abweichungen der einzelnen motus peculiare von der der Sonnenbewegung entgegengesetzten Richtung sich gegenseitig zerstören. Zu einer Entscheidung zwischen den nach der Airy'schen Methode gefundenen Werthen und dem von Kobold nach der Bessel'schen Methode erlangten wie überhaupt zu einer angenäherten Kenntniss der Grösse und des Wesens der motus peculiare wird man vielleicht nicht anders als durch umständliche Näherungsverfahren gelangen. Aber auch ein derartiger Weg wird nur dann Aussicht auf Erfolg versprechen, wenn ein möglichst grosses, möglichst über den ganzen Himmel vertheiltes, Material bewegter — auch mässig bewegter — Sterne der Rechnung zu Grunde gelegt werden kann, eine Aussicht, deren Verwirklichung durch das Zonen-Unternehmen der A. G. und die Thätigkeit der Sternwarten auf der Südhalbkugel in nicht zu ferner Zukunft zu erwarten steht.

Berlin, im Febr. 1896.

O. Stumpe.

Entdeckung eines neuen Cometen Swift 1896 April 13.

Am 17. resp. 18. April Vorm. erhielt die Centralstelle folgende Telegramme aus Boston:

1. A comet was discovered by Swift April 13 RA. = $54^{\circ}45'$ PD. = $74^{\circ}20'$ bright short tail slow westerly.
2. Comet Swift was observed by Hussey April 16.6896 Gr. M. T. RA. app = $54^{\circ}35'9''$ PD. app. = $71^{\circ}40'28''$ motion North $2^{\circ}30'$.

Die Telegramme wurden sofort weiter befördert; in dem ersten wurde die fehlende Beobachtungszeit willkürlich zu 8^h M. Ortszeit ergänzt.

In Hamburg und Kiel ist der Comet wie folgt beobachtet worden:

19. April 9 ^h 15 ^m 20 ^s M. Z. Hamb.	α app. = $3^h 36^m 6.69$ (9.553)	δ app. = $+25^{\circ}28'48.2$ (0.863)	Schorr.
19. » 9 18 3 » Kiel	= $3 36 6.76$ (9.543)	= $+25 28 56.1$ (0.867)	Lamp.

Aussehen des Cometen nach Schorr: Kern 10^m5, Coma unregelmässig, 2' Durchmesser; nach Lamp: Ziemlich hell, oval, Kern excentrisch.

Kiel 1896 April 20.

Kr.

Inhalt:

Zu Nr. 3348. O. Stumpe. Beiträge zur Bestimmung des Sonnen-Apex. 177. — Entdeckung eines neuen Cometen Swift 1896 April 13. 191.