V. Ueber die von Ch. Briot aufgestellte Dispersionstheorie; von Dr. R. A. Mees.

Vor einigen Jahren ist von Ch. Briot ein Büchelchen über die mathematische Theorie des Lichtes herausgegeben¹⁾, welches sich sehr auszeichnet sowohl wegen seiner Klarheit, als auch der vielen neuen Ideen wegen, die darin entwickelt sind.

Besonders wurde ich angezogen von der neuen Dispersionstheorie, welche Briot in diesem Buche entwickelt hat²⁾. Die Cauchy'sche Theorie genügt nicht mehr den Bedürfnissen der Wissenschaft, und andere Theorien über diesen Gegenstand sind, meines Wissens, nicht vorhanden. Es freute mich daher sehr, in dem Buche Briot's eine so klare und, wie mir schien, mit den Erscheinungen so sehr übereinstimmende Dispersionstheorie entwickelt zu finden.

Wie bekannt, schreibt Briot die Dispersion des Lichtes den periodischen Ungleichheiten in dem Zustande des Aethers zu, welcher in einem Körper vorhanden ist; indem er diese Ungleichheiten dadurch erklärt, daß er annimmt, die Moleküle der gewöhnlichen oder ponderablen Materie üben eine anziehende Wirkung auf die sie umringenden Aethermoleküle aus.

Die Art, wie Briot den Einfluß dieser periodischen Ungleichheiten im Aether auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ermittelt, ist im Kurzen folgende. Er betrachtet erstens die ganze periodische Aenderung, welche der Aether erleidet, als die Summe von mehr einfachen periodischen Aenderungen, nämlich als die Summe einer gewissen Anzahl periodischer Condensationen und Dilatationen des Aethers nach bestimmten Richtungen. So eine einfache

1) Charles Briot, *Essais sur la théorie mathématique de la Lumière*. Paris 1864. Vor Kurzem ist es auch ins Deutsche übersetzt und herausgegeben von W. Klinkerfues, Leipzig 1867.

2) Siehe seine *Essais*, p. 68 bis 96.

periodische Condensation und Dilatation heiße eine elementare Aenderung des Aethers. Weil aber in einem amorphen Körper, und nur für diese Art Körper erklärt Briot die Dispersion, keine Richtung sich vor den übrigen auszeichnet, so läßt er jene angenommene Richtung, welcher entlang die periodischen Condensationen und Dilatationen stattfinden, hintereinander mit allen möglichen Richtungen des Raumes zusammenfallen, und bestimmt dann die mittlere Wirkung aller dieser periodischen Ungleichheiten. Dazu integrirt er zum Schlusse die Bewegungsgleichungen des Aethers, welche er dadurch bekommen hat, daß er die periodischen Aenderungen des Aethers nach einer angenommenen Richtung in Betracht zieht, in Beziehung auf α , β und γ , und dehnt diese Integration über alle Punkte einer Kugel-Fläche aus, die mit einem Radius gleich Eins um den Coordinatenanfang gelegt ist; wo α , β und γ Größen vorstellen, die den Cosinussen der Neigungswinkel direct proportional sind, welche jene Richtung mit den Coordinatenaxen bildet, der entlang die ursprünglich angenommenen periodischen Condensationen und Dilatationen stattfinden.

Die Dispersionsformel, zu der er in der angedeuteten Weise für amorphe isotrope Körper gelangt, ist dieselbe wie die Formel Christoffel's, und man kann daher sagen, daß sie den Erscheinungen sehr gut entspreche.

Briot dehnt aber seine Untersuchung nicht weiter aus als auf die amorphen Körper. Es stellte sich mir daher die Frage: Wird diese Dispersionstheorie auch bei den krystallisirten Körpern genügend seyn? Ich hatte hiebei besonders die kubischen Krystalle im Auge. Diese verhalten sich dem Lichte gegenüber fast wie amorphe Körper. Briot denkt sich daher den Zustand des Aethers in diesen Krystallen als gleich mit dem in amorphen Körpern, wenigstens wenn man die periodischen Ungleichheiten, die wir jetzt betrachten, außer Acht läßt. Diese periodischen Ungleichheiten des Aethers ändern die Sache aber ganz und gar. Mögen die Aethermoleculë in den kubischen Krystallen im Allgemeinen nicht wie die Moleculë des Krystalles selbst geord-

net seyn: die Anziehung der bestimmt tessularisch geordneten Stoffmoleculë auf die Aethermoleculë wird doch auch für die letzteren eine regelmässige Anordnung hervorzurufen streben. Diefs wird dann aber zur Folge haben, dafs nicht nur die Lichtwellen von verschiedener Wellenlänge eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit erhalten werden, sondern auch dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von derselben Wellenlänge im Krystalle verschieden seyn wird für verschiedene Schwingungsrichtungen. Es ist nur noch die Frage, ob dieser letztgenannte Unterschied grofs genug seyn werde, um eine sichtbare Erscheinung hervorzubringen. Um diefs zu untersuchen, werden wir die Hülfe der Analysis anrufen. Es sey aber schon jetzt gesagt, dafs die Ergebnisse Briot's in Beziehung auf die Dispersion in amorphen Körpern a priori vermuthen lassen, dafs nach seiner Dispersionstheorie das Doppelbrechungsvermögen der kubischen Krystalle wohl sichtbar seyn werde. Briot findet nämlich, dafs, wenn man die periodischen Ungleichheiten des Aethers beachtet, in dem Ausdrucke für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in amorphen Körpern zwei neue Glieder hinzukommen, ein Glied, das dem Quadrate der Wellenlänge verkehrt proportional ist, welches also die Dispersion erklärt, und ein zweites von der Wellenlänge unabhängiges Glied, welches den Ausdruck für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Arten von Licht, wie auch die Gröfse seiner Wellenlänge seyn möge, vergrößert oder verkleinert. Keins dieser beiden Glieder wird in kubischen Krystallen für die verschiedenen Schwingungsrichtungen constant seyn können; und weil das von der Wellenlänge unabhängige Glied, in Bezug auf seine Gröfse, wenigstens von derselben Ordnung seyn wird wie das andere Glied, ja wahrscheinlich selbst gröfser als jenes Glied ¹⁾, so kann man hieraus die Folgerung ziehen, dafs

1) Dafs diefs richtig seyn müfste, ersieht man daraus, dafs Briot für amorphe Körper zur folgenden Formel gelangt:

$$w^2 = 2p \left(1 - \frac{703}{60} h^2 \sum i^2 a_i^2 \right) - \frac{7807}{560} p k^2 \sum a_i^2.$$

Siehe seine *Essais*, p. 3, Formel (18).

das Doppelbrechungsvermögen der kubischen Krystalle nach der Briot'schen Theorie wahrscheinlich, in Bezug auf seine Gröfse, wenigstens von derselben Ordnung seyn werde wie das Dispersionsvermögen jener Krystalle, und dafs man also eine sichtbare Polarisation und Doppelbrechung bei diesen Krystallen erwarten darf.

Untersuchen wir jetzt, ob diese Vermuthung mit dem übereinstimme, was die Analysis lehrt.

In einem homoëdrischen Krystalle sind die eignen Molecüle des Krystalles regelmäfsig in parallelen Reihen geordnet, und wohl in drei Systemen solcher Reihen, deren Richtungen untereinander rechte Winkel einschliessen. Für diese Richtungen sind die Entfernungen der aufeinander folgenden Molecüle der Materie im Allgemeinen verschieden; für jede dieser Richtungen wird aber diese Entfernung einen ganz bestimmten constanten Werth haben. Nehmen wir diese drei Hauptrichtungen, die elastischen Axen der Krystalle, als Coordinatenachsen an.

In dieser Formel ist w die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, h und k sind Gröfsen, respective der mittleren Entfernung zweier nächst aufeinanderfolgenden Stoffmolecüle und der Wellenlänge proportional. Ferner ist $2p$ der Ausdruck für w^2 , wenn man die periodischen Ungleichheiten des Aethers außer Acht läfst. Also ist

$$- \frac{703}{60} \cdot 2ph^2 \sum i^2 \alpha_i^2$$

das im Texte genannte Glied, welches von der Wellenlänge unabhängig ist, und

$$- \frac{7807}{560} pk^2 \sum \alpha_i^2$$

das Glied, welches dem Quadrate der Wellenlänge proportional ist. Auf pag. 88 seiner *Essais* nimmt Briot aber k^2 sehr klein an in Bezug auf h^2 , d. h. er setzt voraus, dafs die mittlere Entfernung zweier nächst aufeinander folgender Stoffmolecüle äufserst klein sey in Bezug auf die Wellenlänge. Ist aber k^2 äufserst klein in Bezug auf h^2 , so wird das erste der beiden Glieder, welches von der Wellenlänge unabhängig ist, unmöglich sehr klein seyn können in Bezug auf das zweite Glied, welches dem Quadrate der Wellenlänge verkehrt proportional ist; für amorphe Körper wird das erste Glied selbst immer gröfser seyn müssen als das zweite; was mit meiner Behauptung im Texte übereinstimmt.

In dieser Art Krystalle kann man die periodischen Ungleichheiten im Zustande des Aethers näherungsweise auffassen wie folgt. Man kann sich die ganze periodische Aenderung aus drei Summen elementarer periodischer Condensationen und Dilatationen zusammengesetzt denken. Die elementaren periodischen Aenderungen müssen hier nach den Richtungen der Krystallaxen stattfindend gedacht werden, und da es drei Krystallaxen giebt, werden wir auch drei Summen jener elementaren Aenderungen annehmen müssen, für jede Krystallaxe eine.

Nun stellt Briot¹⁾ die elementare periodische Aenderung vor durch den folgenden Ausdruck:

$$\delta x = a_i' \sin \psi + a_i'' \cos \psi$$

$$\delta y = b_i' \sin \psi + b_i'' \cos \psi$$

$$\delta z = c_i' \sin \psi + c_i'' \cos \psi$$

$$\psi = i\alpha x + i'\beta y + i''\gamma z.$$

Alle Aethermoleculë, welche sich in einer selben der Ebene $\psi = 0$ parallelen Ebene befinden, werden, was diese elementare Aenderung anbetrifft, dieselbe Ortsänderung erleiden müssen. In den homoëdrischen Krystallen werden nun ferner für jede elementare periodische Aenderung a_i'' , b_i'' und c_i'' gleich Null seyn müssen, wenigstens wenn man den Anfangspunkt der Coordinaten ins Centrum einer elementaren Zelle des Krystalles setzt. In diesem Falle werden δx , δy , δz ihr Vorzeichen ändern müssen, wenn x , y , z ihr Vorzeichen ändern. Ferner wird die Ebene $\psi = 0$ in unserem Falle, hintereinander jeder der Coordinatenebenen parallel seyn müssen, indem zugleich die Ortsänderung (δx , δy , δz) senkrecht auf jener Coordinatenebene stattfinden muß. In unserem Falle können wir also die elementaren periodischen Aenderungen senkrecht auf den Coordinatenebenen oder m. a. W. nach den drei Richtungen der Krystallaxen folgendermaßen vorstellen:

1) Siehe seine *Essais*, pag. 76.

$$\begin{array}{ll}
 \text{(I)} & \left\{ \begin{array}{l} \delta x = a_i' \sin i \alpha x \\ \delta y = 0 \\ \delta z = 0 \end{array} \right\} \quad \text{d. i. } \begin{array}{l} a_i'' = b_i'' = c_i'' = 0 \\ b_i' = c_i' = 0 \\ \beta = \gamma = 0, \psi = i \alpha x \end{array} \\
 \text{(II)} & \left\{ \begin{array}{l} \delta x = 0 \\ \delta y = b_i' \sin i \beta y \\ \delta z = 0 \end{array} \right\} \quad \text{d. i. } \begin{array}{l} a_i'' = b_i'' = c_i'' = 0 \\ c_i' = a_i' = 0 \\ \gamma = \alpha = 0, \psi = i \beta y \end{array} \\
 \text{(III)} & \left\{ \begin{array}{l} \delta x = 0 \\ \delta y = 0 \\ \delta z = c_i' \sin i \gamma z \end{array} \right\} \quad \text{d. i. } \begin{array}{l} a_i'' = b_i'' = c_i'' = 0 \\ a_i' = b_i' = 0 \\ \alpha = \beta = 0, \psi = i \gamma z \end{array}
 \end{array}$$

indem die ganze periodische Aenderung des Aethers durch die drei folgenden Summen ausgedrückt wird:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(I')} & \delta x = \sum_i a_i' \sin i \alpha x, \delta y = 0 & \delta z = 0 \\
 \text{(II')} & \delta x = 0 & \delta y = \sum_i b_i' \sin i \beta y, \delta z = 0 \\
 \text{(III')} & \delta x = 0 & \delta y = 0, \delta z = \sum_i c_i' \sin i \gamma z
 \end{array}$$

Seyen ferner $h_1 = \frac{2\pi}{\alpha}$, $h_2 = \frac{2\pi}{\beta}$, $h_3 = \frac{2\pi}{\gamma}$, so stellen h_1 , h_2 , h_3 die Gröſsen der Perioden der Ungleichheiten des Aethers nach den Richtungen der Krystallaxen vor, oder m. a. W. die Gröſsen der Entfernungen zwischen den aufeinander folgenden Stoffmoleculen nach jenen Richtungen.

Im Allgemeinen werden bei den homoëdrischen Krystallen h_1 , h_2 , h_3 und daher auch α , β , γ verschieden seyn. Diefs wird der Fall seyn bei optisch zweiaxigen Krystallen. Bei optisch einaxigen Krystallen wird dagegen, wenn die x -Axe mit der Krystallaxe zusammenfällt, $h_2 = h_3$, daher $\beta = \gamma$ seyn. Ferner wird dann zugleich $b_i' = c_i'$ seyn müssen; h_1 wird aber von h_2 und h_3 , α von β und γ , und a_i' von b_i' und c_i' verschieden seyn können. Bei kubischen Krystallen wird auch h_1 den h_2 und h_3 und ebenfalls a_i' den b_i' und c_i' gleich seyn müssen. Dann ist also:

$$h_1 = h_2 = h_3; \alpha = \beta = \gamma; a_i' = b_i' = c_i'.$$

Wir werden daher für die kubischen Krystalle die Dispersionsformeln bekommen können, wie Briot diese Formeln für amorphe Körper gefunden hat; nur mit dem Unterschiede, daß wir die Ebene $\psi = \alpha x + \beta y + \gamma z = 0$,

senkrecht auf welcher die elementare periodische Aenderung in der Constitution des Aethers als stattfindend gedacht wird, nicht hintereinander alle möglichen Lagen im Raume einnehmen lassen, und dann die mittlere Wirkung aller dieser periodischen Ungleichheiten bestimmen, sondern dafs wir jene Ebene hintereinander mit drei Ebenen zusammenfallen lassen, welche respective auf einer der Krystallaxen senkrecht sind, dann den Einfluß der periodischen Ungleichheiten auf die Bewegungsgleichungen für jede dieser drei verschiedenen Lagen der Ebene $\psi = 0$ bestimmen, und endlich nicht den mittleren Werth, sondern die Summe jener Einflüsse in die Bewegungsgleichungen einführen. Uebrigens folgen wir ganz denselben Weg wie Briot im zweiten und dritten Kapitel des dritten Buches seiner *Essais*, d. h. wir bestimmen erstens den Einfluß einer elementaren periodischen Condensation und Dilatation nach einer Richtung senkrecht auf der Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ auf die Bewegungsgleichungen des Aethers; wir geben ferner der Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ hintereinander die drei obengenannten Lagen senkrecht auf den Krystallaxen, und summiren zuletzt in den Bewegungsgleichungen in Beziehung auf i , um dadurch alle die elementaren periodischen Aenderungen nach einer selben Richtung in Rechnung zu bringen.

Im zweiten Kapitel des dritten Buches seiner *Essais* hat Briot, für den Fall eines isotropen Aethers, den Einfluß einer elementaren periodischen Aenderung auf die Bewegungsgleichungen des Aethers bestimmt. Die Gleichungen (3), (4) und (5) auf p. 87 und 88 seiner *Essais* sind die in dieser Weise geänderten Bewegungsgleichungen.

Wir werden $a'' = b'' = c'' = 0$ setzen. Eine unserer elementaren periodischen Aenderungen wird dann ausgedrückt werden können durch:

$$\delta x = a' \sin \psi$$

$$\delta y = b' \sin \psi$$

$$\delta z = c' \sin \psi$$

$$\psi = \alpha x + \beta y + \gamma z,$$

wenn wir das i einstweilen der Einheit gleich setzen. Es

sey hier bemerkt, daß wir im Folgenden nicht mehr die Elasticitätsaxen des kubischen Krystalls als Coordinatenaxen annehmen werden, sondern die Richtungen der Coordinatenaxen vorläufig ganz willkürlich lassen werden. Die oben genannten Gleichungen (3), (4) und (5) Briot's werden dann auch in unserem Falle gelten, wenn wir nur darauf merken, daß $a'' = b'' = c'' = 0$ ist, daß daher auch die Ausdrücke $A'', U'', \theta_0'', \theta_1'', \theta_2''$ in den Gleichungen Briot's gleich Null werden. Sie werden dann zu folgenden:

$$\begin{aligned}
 (A) \quad & \left\{ \begin{aligned} & [D_1^2 - p(2 + A'^2)k^2]\xi_0 - 14pu\varphi_0 \\ & - p[\alpha A k^2 + 2AuU + 2a'A'k^2 + 4uA'U]\theta_0 \\ & - 2p(\alpha k^2 + 2uU)A'\theta_0' \\ & + p h^2 A' \xi_2 + 7p\alpha A' \theta_2 + p(h^2 u + 2\alpha U)\theta_1' \\ & + 2pU\hat{u}\theta_1 + 2puA'\theta_1 + 2p\alpha U\theta_1 + p h^2 a' \varphi_1 \\ & + 2p\alpha A' \varphi_1 + p h^2 A' \xi_2 + 2puU\theta_2 + p h^2 a' \theta_2 \\ & + p(2uU + \alpha k^2)\theta_2' + 2p\alpha U' \varphi_2 + 9puA' \varphi_2 \\ & + 2pUa' \varphi_2 = 0. \end{aligned} \right. \\
 (B) \quad & \left\{ \begin{aligned} & h^2 \xi_1 + 7\alpha \theta_1 + 2U\xi_2 + 7u\theta_2 + 7\alpha \varphi_2 - 7u\varphi_1 \\ & = (2\alpha U' + 2a'U + 9A'u)\theta_0 + (h^2 u + 2\alpha U)\theta_0' \\ & \quad + 2A'U\xi_0 \\ & h^2 \xi_2 + 7\alpha \theta_2 - 2U\xi_1 - 7u\theta_1 - 7\alpha \varphi_1 - 7u\varphi_2 \\ & + (2uU' + a'k^2)\theta_0 + (2uU + 2h^2)\theta_0' + A'k^2\xi_0 = 0 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

und ebenfalls noch sechs andere Gleichungen, die sich aus den obenstehenden herleiten lassen, wenn man in ihnen statt ξ_0, ξ_1, ξ_2 entweder η_0, η_1, η_2 oder $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2$ und zugleich statt u, α, a' entweder v, β, b' oder w, γ, c' schreibt.

In obenstehenden Gleichungen ist ferner:

$$\begin{aligned}
 h^2 &= \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2, & k^2 &= u^2 + v^2 + w^2 \\
 A &= a'^2 + b'^2 + c'^2, & A' &= a'\alpha + b'\beta + c'\gamma \\
 U &= \alpha u + \beta v + \gamma w, & U' &= a'u + b'v + c'w \\
 \theta_0 &= \alpha \xi_0 + \beta \eta_0 + \gamma \zeta_0, & \theta_1 &= \alpha \xi_1 + \beta \eta_1 + \gamma \zeta_1, \\
 & & \theta_2 &= \alpha \xi_2 + \beta \eta_2 + \gamma \zeta_2, \\
 \theta_0' &= a' \xi_0 + b' \eta_0 + c' \zeta_0, & \theta_1' &= a' \xi_1 + b' \eta_1 + c' \zeta_1, \\
 & & \theta_2' &= a' \xi_2 + b' \eta_2 + c' \zeta_2, \\
 \varphi_0 &= u \xi_0 + v \eta_0 + w \zeta_0, & \varphi_1 &= u \xi_1 + v \eta_1 + w \zeta_1, \\
 & & \varphi_2 &= u \xi_2 + v \eta_2 + w \zeta_2.
 \end{aligned}$$

Eliminiren wir aus den neun Gleichungen (A) und (B) die Größen ξ_1, ξ_2, η_1 usw., so bekommen wir drei Gleichungen zwischen ξ_0, η_0, ζ_0 , welche letzteren Variablen, wie Briot gezeigt hat, den mittleren Theil der Vibration ausdrücken, und also die sichtbare Erscheinung bestimmen.

Betrachten wir jetzt für die kubischen Krystalle die elementare Aenderung wie eine periodische Condensation und Dilatation nach der Richtung senkrecht auf der Ebene $\psi = 0$, dann ist:

$$\frac{a'}{\alpha} = \frac{b'}{\beta} = \frac{c'}{\gamma} = \frac{a}{h},$$

und daher auch:

$$A = a^2, \quad A' = ah, \quad U = \frac{aU}{h}, \quad \theta' = \frac{a\theta}{h}.$$

Wählen wir weiter die Coordinatenachsen in solcher Weise, daß die x -Axe auf der Wellenebene der Bewegung senkrecht sey, so ist:

$$v = w = 0, \quad \varphi = u\xi,$$

und:

$$U = \alpha u, \quad k^2 = u^2.$$

Unsere drei Gleichungen (A) und die sechs Gleichungen (B) werden dann die folgenden:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} [D_t^2 - p(16 + a^2 h^2)u^2] \xi_0 - 15 p a^2 \alpha u^2 \theta_0 + p a h (h^2 \xi_1 \\ + 7 \alpha \theta_2) + 3 p a h \alpha u \xi_1 + 3 p a h \left(1 + 2 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u \theta_1 \\ + p a h \left(10 + 4 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_2 + 6 p a \frac{\alpha}{h} u^2 \theta_2 = 0 \\ [D_t^2 - p(2 + a^2 h^2)u^2] \eta_0 - 5 p a^2 \beta u^2 \theta_0 \\ + p a h (h^2 \eta_2 + 7 \beta \theta_2) + 3 p a h \beta u \xi_1 + 6 p a \frac{\alpha \beta}{h} u \theta_1 \\ + 4 p a \frac{\alpha \beta}{h} u^2 \xi_1 + p a h u^2 \eta_2 + 2 p a \frac{\beta}{h} u^2 \theta_2 = 0 \\ [D_t^2 - p(2 + a^2 h^2)u^2] \zeta_0 - 5 p a^2 \gamma u^2 \theta_0 \\ + p a h (h^2 \zeta_2 + 7 \gamma \theta_2) + 3 p a h \gamma u \xi_1 + 6 p a \frac{\alpha \gamma}{h} u \theta_1 \\ + 4 p a \frac{\alpha \gamma}{h} u^2 \xi_1 + p a h u^2 \zeta_2 + 2 p a \frac{\gamma}{h} u^2 \theta_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left\{ \begin{aligned} h^2 \xi_1 + 7\alpha \theta_1 + 9\alpha u \xi_2 + 7u \theta_2 - 7u^2 \xi_1 \\ &= a h \left(10 + 6 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u \theta_0 + 2 a h \alpha u \xi_0 \\ h^2 \eta_1 + 7\beta \theta_1 + 2\alpha u \eta_2 + 7\beta u \xi_2 \\ &= 6 a \frac{\alpha \beta}{h} u \theta_0 + 2 a h \alpha u \eta_0 \\ h^2 \zeta_1 + 7\gamma \theta_1 + 2\alpha u \zeta_2 + 7\gamma u \xi_2 \\ &= 6 a \frac{\alpha \gamma}{h} u \theta_0 + 2 a h \alpha u \zeta_0 \end{aligned} \right. \\
 (3) \quad & \left\{ \begin{aligned} h^2 \xi_2 + 7\alpha \theta_2 - 9\alpha u \xi_1 - 7u \theta_1 - 7u^2 \xi_2 \\ &= -6 a \frac{\alpha}{h} u^2 \theta_0 - a h u^2 \xi_0 \\ h^2 \eta_2 + 7\beta \theta_2 - 2\alpha u \eta_1 - 7\beta u \xi_1 \\ &= -2 a \frac{\beta}{h} u^2 \theta_0 - a h u^2 \eta_0 \\ h^2 \zeta_2 + 7\gamma \theta_2 - 2\alpha u \zeta_1 - 7\gamma u \xi_1 \\ &= -2 a \frac{\gamma}{h} u^2 \theta_0 - a h u^2 \zeta_0 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Lösen wir aus den Gleichungen (3) die Werthe $h^2 \xi_2 + 7\alpha \theta_2$, $h^2 \eta_2 + 7\beta \theta_2$, $h^2 \zeta_2 + 7\gamma \theta_2$ auf, und setzen wir diese Werthe in die Gleichungen (1), so bekommen wir:

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \left\{ \begin{aligned} (D_t^2 - 16 p u^2) \xi_0 - 2 p a^2 h^2 u^2 \xi_0 - 21 p a^2 \alpha u^2 \theta_0 \\ &+ 12 p a h \alpha u \xi_1 + p a h \left(10 + 6 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u \theta_1 \\ &+ p a h \left(17 + 4 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_2 + 6 p a \frac{\alpha}{h} u^2 \theta_2 = 0 \\ (D_t^2 - 2 p u^2) \eta_0 - 2 p a^2 h^2 u^2 \eta_0 - 7 p a^2 \beta u^2 \theta_0 \\ &+ 2 p a h \alpha u \eta_1 + 10 p a h \beta u \xi_1 + 6 p a \frac{\alpha \beta}{h} u \theta_1 \\ &+ p a h u^2 \eta_2 + 4 p a \frac{\alpha \beta}{h} u^2 \xi_2 + 2 p a \frac{\beta}{h} u^2 \theta_2 = 0 \\ (D_t^2 - 2 p u^2) \zeta_0 - 2 p a^2 h^2 u^2 \zeta_0 - 7 p a^2 \gamma u^2 \theta_0 \\ &+ 2 p a h \alpha u \zeta_1 + 10 p a h \gamma u \xi_1 + 6 p a \frac{\alpha \gamma}{h} u \theta_1 \\ &+ p a h u^2 \zeta_2 + 4 p a \frac{\alpha \gamma}{h} u^2 \xi_2 + 2 p a \frac{\gamma}{h} u^2 \theta_2 = 0. \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Multipliciren wir die Gleichungen (2) respective mit α , β und γ , und addiren sie, so bekommen wir:

$$(5) \quad \theta_1 = \frac{9}{4} a \frac{\alpha}{h} u \theta_0 - \frac{7}{8} u \xi_2 - \frac{9}{8} \cdot \frac{\alpha}{h^2} u \theta_2 + \frac{7}{8} \cdot \frac{\alpha}{h^2} u^2 \xi_1,$$

und daher auch nach denselben Gleichungen (2):

$$\begin{aligned}
 h^2 \xi_1 &= 2 a h \alpha u \xi_0 + a h \left(10 - \frac{39}{4} \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u \theta_0 \\
 &\quad - \frac{23}{8} \alpha u \xi_2 - \left(7 - \frac{63}{8} \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u \theta_2 + \left(7 - \frac{49}{8} \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_1 \\
 h^2 \eta_1 &= 2 a h \alpha u \eta_0 - \frac{39}{4} a \frac{\alpha \beta}{h} u \theta_0 \\
 &\quad - 2 \alpha u \eta_2 - \frac{7}{8} \beta u \xi_2 + \frac{63}{8} \frac{\alpha \beta}{h^2} u \theta_2 - \frac{49}{8} \frac{\alpha \beta}{h^2} u^2 \xi_1 \\
 h^2 \zeta_1 &= 2 a h \alpha u \zeta_0 - \frac{39}{4} a \frac{\alpha \gamma}{h} u \theta_0 \\
 &\quad - 2 \alpha u \zeta_2 - \frac{7}{8} \gamma u \xi_2 + \frac{63}{8} \frac{\alpha \gamma}{h^2} u \theta_2 - \frac{49}{8} \frac{\alpha \gamma}{h^2} u^2 \xi_1
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Setzen wir die Werthe (5) und (6) in die Gleichungen (4), so werden diese letzteren Gleichungen

$$\begin{aligned}
 &(D_t^2 - 16 p u^2) \xi_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 12 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_0 \\
 &\quad + \frac{9}{2} p a^2 \alpha \left(27 - 23 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_0 \\
 &\quad + \frac{1}{4} p a h \left(33 - 143 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_2 \\
 &\quad - \frac{3}{4} p a \frac{\alpha}{h} \left(119 - 117 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_2 \\
 &\quad + \frac{1}{4} p a \frac{\alpha}{h} \left(301 - 315 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_1 = 0 \\
 &(D_t^2 - 2 p u^2) \eta_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 2 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \eta_0 \\
 &\quad + 20 p a^2 \alpha \beta u^2 \xi_0 + \frac{3}{2} p a^2 \beta \left(62 - 69 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_0 \\
 &\quad + p a h \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \eta_2 - \frac{127}{4} p a \frac{\alpha \beta}{h} u^2 \xi_2 \\
 &\quad - \frac{1}{4} p a \frac{\beta}{h} \left(272 - 351 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_2 \\
 &\quad + \frac{1}{4} p a \frac{\beta}{h} \left(280 - 273 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_1 = 0 \\
 &(D_t^2 - 2 p u^2) \zeta_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 2 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \zeta_0 \\
 &\quad + 20 p a^2 \alpha \gamma u^2 \xi_0 + \frac{3}{2} p a^2 \gamma \left(62 - 69 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_0 \\
 &\quad + p a h \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \zeta_2 - \frac{127}{4} p a \frac{\alpha \gamma}{h} u^2 \xi_2 \\
 &\quad - \frac{1}{4} p a \frac{\gamma}{h} \left(272 - 351 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \theta_2 \\
 &\quad + \frac{1}{4} p a \frac{\gamma}{h} \left(280 - 273 \frac{\alpha^2}{h^2}\right) u^2 \xi_1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Multiplirciren wir die Gleichungen (3) respective mit α , β und γ , und addiren, so bekommen wir:

$$(8) \quad 8h^2\theta_2 - 9\alpha u\theta_1 - 7h^2u\xi_1 - 7\alpha u^2\xi_2 \\ = -ah\left(3 + 4\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\theta_0$$

Weil wir aber, wie Briot, voraussetzen, dafs u oder k sehr klein sey in Bezug auf h , d. h. weil die Entfernung zwischen den aufeinanderfolgenden Stoffmoleculen sehr klein vorausgesetzt ist in Bezug auf die Wellenlänge, werden wir in unseren Bewegungsgleichungen die Glieder, welche u in höherer Potenz enthalten als der vierten, fortlassen. In den Gleichungen (7) hat aber ξ_1 Coefficienten, die u in dritter Potenz enthalten; die Coefficienten von ξ_2 , η_2 , ζ_2 , θ_2 enthalten u dagegen in zweiter Potenz. Wir brauchen daher in ξ_1 nur auf jene Glieder zu achten, die u in erster Potenz enthalten, und in ξ_2 , η_2 , ζ_2 , θ_2 nur auf jene Glieder, die u in erster oder zweiter Potenz enthalten. In den Gleichungen (8) können wir daher das Glied $-7\alpha u^2\xi_2$ fortlassen, denn dieses Glied ist wenigstens von dritter Ordnung, weil ξ_2 eine kleine Gröfse wenigstens von erster Ordnung ist.

Setzen wir ferner die Werthe (5) und (6) in die Gleichung (2), und lassen wir wieder die Glieder fort, die u in höherer Potenz enthalten als der zweiten, dann wird die Gleichung (8):

$$(9) \quad \theta_2 = \frac{7}{4}a\frac{\alpha}{h}u^2\xi_0 + \frac{1}{8}\frac{a}{h}\left(67 - 52\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\theta_0.$$

Ferner ist dann noch nach den Gleichungen (3):

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} h^2\xi_2 &= -\frac{1}{4}ah\left(4 - 23\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\xi_0 \\ &\quad + \frac{1}{8}a\frac{\alpha}{h}\left(329 - 338\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\theta_0 \\ h^2\eta_2 &= -ah\left(1 - 4\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\eta_0 \\ &\quad + \frac{7}{4}ah\frac{\alpha\beta}{h^2}u^2\xi_0 + \frac{1}{8}a\frac{\beta}{h}\left(75 - 338\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\theta_0 \\ h^2\zeta_2 &= -ah\left(1 - 4\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\zeta_0 \\ &\quad + \frac{7}{4}ah\frac{\alpha\gamma}{h^2}u^2\xi_0 + \frac{1}{8}a\frac{\gamma}{h}\left(75 - 338\frac{\alpha^2}{h^2}\right)u^2\theta_0 \end{aligned} \right.$$

und nach den Gleichungen (6):

$$(11) \quad h^2 \xi_1 = 2 a h \alpha u \xi_0 + a h \left(10 - \frac{39}{4} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u \theta_0$$

Setzen wir alle diese Werthe in unsere Gleichungen (7), so gehen diese über in die folgenden:

$$(12) \quad \begin{aligned} & (D_t^2 - 16 p u^2) \xi_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 12 \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \xi_0 \\ & + p a^2 \alpha \left(\frac{243}{2} - \frac{207}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \theta_0 \\ & - p a^2 \left(\frac{23}{4} - \frac{155}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} + \frac{419}{2} \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^4 \xi_0 \\ & + p a^2 \left(\frac{5509}{16} - \frac{32399}{16} \frac{\alpha^2}{h^2} + \frac{13663}{8} \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^4 \theta_0 = 0 \\ & (D_t^2 - 2 p u^2) \eta_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 2 \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \eta_0 \\ & + 20 p a^2 \alpha \beta u^2 \xi_0 + p a^2 \beta \left(93 - \frac{207}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \theta_0 \\ & - p a^2 \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{h^2} \right)^2 u^4 \eta_0 + p a^2 \frac{\alpha \beta}{h^2} \left(\frac{109}{2} - \frac{345}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^4 \xi_0 \\ & + p a^2 \frac{\beta}{h} \left(\frac{1119}{8} - \frac{25177}{16} \frac{\alpha^2}{h^2} + \frac{3211}{2} \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^4 \theta_0 = 0 \\ & (D_t^2 - 2 p u^2) \zeta_0 - 2 p a^2 h^2 \left(1 - 2 \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \zeta_0 \\ & + 20 p a^2 \alpha \gamma u^2 \xi_0 + p a^2 \gamma \left(93 - \frac{207}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^2 \theta_0 \\ & - p a^2 \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{h^2} \right)^2 u^4 \zeta_0 + p a^2 \frac{\alpha \gamma}{h^2} \left(\frac{109}{2} - \frac{345}{2} \frac{\alpha^2}{h^2} \right) u^4 \xi_0 \\ & + p a^2 \frac{\gamma}{h} \left(\frac{1119}{8} - \frac{25177}{16} \frac{\alpha^2}{h^2} + \frac{3211}{2} \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^4 \theta_0 = 0 \quad ^1) \end{aligned}$$

Die Gleichungen (12) sind die Bewegungsgleichungen des Aethers, wenn in diesem Aether nach einer bestimmten

1) Die Weise, auf die wir zu den Gleichungen (12) gekommen sind, ist ganz dieselbe wie die, wodurch Briot, *Essais Livre III, Chap. III* zu seinen Gleichungen (15) gelangt (l. c. p. 92). Nur hat Briot ξ_0 schon im Anfange der Null gleich gesetzt. Unsere zwei letzteren Gleichungen (12) gehen dann auch in die genannten Gleichungen (15) Briot's über, wenn wir $\xi_0 = 0$ setzen. Briot durfte ξ_0 schon im Anfange der Null gleich setzen, weil, wenn wir unsere beiden letzteren Gleichungen (12) in Beziehung auf α, β, γ integrieren, wie Briot diels für amorphe Körper ausführt (l. c. p. 92), ξ_0 durch diese Integration von selbst aus den beiden Gleichungen fortfällt, ohne daß wir es der Null gleich zu setzen brauchen. Wäre diels nicht der Fall, so hätte Briot ξ_0 nicht gleich Null annehmen dürfen.

Richtung eine periodische Condensation und Dilatation stattgefunden hat. Haben mehrere solche periodischen Condensationen und Dilatationen stattgefunden und nach verschiedenen Richtungen, so werden diese in die Bewegungsgleichungen ähnliche Glieder einführen, wie in den Gleichungen (12) da sind. Wir können daher den Einfluss jener verschiedenen periodischen Aenderungen auf die Form der Bewegungsgleichungen gleich aus der Analogie finden. Alle Glieder jedoch in den Gleichungen (12), welche h , α , β und γ enthalten, waren ursprünglich nicht in den Bewegungsgleichungen, ehe man die periodischen Ungleichheiten des Aethers in Betrachtung gezogen hatte¹⁾. Alle diese Glieder stammen also her von der Einen periodischen Condensation und Dilatation nach der angenommenen Richtung. Achtet man daher auch auf die anderen elementaren periodischen Aenderungen nach anderen Richtungen, so hat man in den Gleichungen (12) für jede dieser Aenderungen noch einmal alle jene Glieder den schon vorhandenen hinzuzufügen; indem wir den α , β , γ , h und a in den neuen Gliedern jedesmal die Werthe beilegen, welche die Gröfsen für die betrachtete periodische Aenderung besitzen.

In unseren Gleichungen (12) sind aber $\frac{\alpha}{h}$, $\frac{\beta}{h}$, $\frac{\gamma}{h}$ die Richtungscosinusse der Normale der Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$, oder was dasselbe ist, die Cosinusse der Neigungswinkel jener Richtung, welcher entlang die betrachtete periodische Condensation und Dilatation des Aethers stattfindet. a bestimmt die Amplitude oder die Gröfse dieser Aenderungen; h ist eine Gröfse, welche nur von der gegenseitigen Entfernung der aufeinanderfolgenden Stoffmolecüle nach der Richtung der periodischen Aenderung abhängig ist.

Für kubische Krystalle nimmt die Ebene $\psi = \alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ drei verschiedene Lagen ein, von welchen jede

1) Diese ursprünglichen Bewegungsgleichungen sind folgende:

$$(D_t^2 - 16 p u^2) \xi = 0$$

$$(D_t^2 - 2 p u^2) \eta = 0$$

$$(D_t^2 - 2 p u^2) \zeta = 0.$$

auf einer der Krystallaxen senkrecht ist. Für diese drei Lagen der Ebene $\psi = 0$, haben h und a gleiche Werthe: wir können diese daher als constante Gröfsen betrachten. Seyen ferner $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2; \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ die Werthe von α, β, γ für die drei Lagen der Ebene $\psi = 0$. Weil diese drei Ebenen, wie auch unsere drei Coordinatenebenen, untereinander rechte Winkel einschließen, werden obenstehende Gröfsen den folgenden Bedingungen genügen müssen.

$$\begin{aligned}\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 &= \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = \alpha_3^2 + \beta_3^2 + \gamma_3^2 = h^2 \\ \alpha_2 \alpha_3 + \beta_2 \beta_3 + \gamma_2 \gamma_3 &= \alpha_3 \alpha_1 + \beta_3 \beta_1 + \gamma_3 \gamma_1 \\ &= \alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2 = 0 \\ S\alpha^2 &= S\beta^2 = S\gamma^2 = h^2 \\ S\beta\gamma &= S\gamma\alpha = S\alpha\beta = 0\end{aligned}$$

Wenn wir statt $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$ schreiben $S\alpha^2$, statt $\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + \beta_3\gamma_3$, $S\beta\gamma$ usw.

Die Gleichungen (12) werden daher für kubische Krystalle, wenn man auf alle die periodischen Aenderungen des Aethers Achtung giebt, die folgenden:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} & \left[D_i^2 - p \left(16 - \frac{279}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 + \frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^2 \right. \\ & + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{6353}{16} - \frac{35751}{40} \cdot S \frac{\alpha^4}{h^4} + \frac{13663}{8} S \frac{\alpha^6}{h^6} \right) u^4 \Big] \xi_0 \\ & - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \left(\frac{32399}{16} S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} - \frac{13663}{8} S \frac{\alpha^5 \beta}{h^6} \right) u^4 \Big] \eta_0 \\ & - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 S \frac{\alpha^3 \gamma}{h^4} \cdot u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \left(\frac{32399}{16} S \frac{\alpha^3 \gamma}{h^4} - \frac{13663}{8} S \frac{\alpha^5 \gamma}{h^6} \right) u^4 \Big] \zeta_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p \left(2 - 91 h^2 \Sigma i^2 a_i^2 + \frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} \right) u^2 \right. \\ & + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{1159}{8} - 16 S \frac{\alpha^4}{h^4} - \frac{25177}{16} S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} \right. \\ & + \left. \frac{3211}{2} S \frac{\alpha^4 \beta^2}{h^6} \right) u^4 \Big] \eta_0 - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} \cdot u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \cdot \left(\frac{27937}{16} S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} - \frac{3211}{2} S \frac{\alpha^5 \beta}{h^6} \right) u^4 \Big] \xi_0 \\ & - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^3 \beta \gamma}{h^4} \cdot u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \left(\frac{25177}{16} S \frac{\alpha^3 \beta \gamma}{h^4} - \frac{3211}{2} S \frac{\alpha^5 \beta \gamma}{h^6} \right) u^4 \Big] \zeta_0 = 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \left[D_i^2 - p \left(2 - 91 h^2 \sum i^2 a_i^2 + \frac{207}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 S^{\frac{\alpha^2 \gamma^2}{h^4}} \right) u^2 \right. \\
 & + p \sum a_i^2 \left(\frac{1159}{8} - 16 S^{\frac{\alpha^4}{h^4}} - \frac{25177}{16} S^{\frac{\alpha^2 \gamma^2}{h^4}} \right. \\
 & + \left. \frac{3211}{2} S^{\frac{\alpha^4 \gamma^2}{h^6}} \right) u^4 \Big] \xi_0 - p \left[\frac{207}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 \cdot S^{\frac{\alpha^3 \gamma}{h^4}} \cdot u^2 \right. \\
 & + \left. \sum a_i^2 \left(\frac{27937}{16} S^{\frac{\alpha^3 h}{h^4}} - \frac{3211}{2} S^{\frac{\alpha^3 \gamma}{h^6}} \right) u^4 \right] \xi_0 \\
 & - p \left[\frac{207}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 \cdot S^{\frac{\alpha^2 \beta \gamma}{h^4}} \cdot u^2 \right. \\
 & + \left. \sum a_i^2 \left(\frac{25177}{16} S^{\frac{\alpha^2 \beta \gamma}{h^4}} - \frac{3211}{2} S^{\frac{\alpha^4 \beta \gamma}{h^6}} \right) u^4 \right] \eta_0 = 0.
 \end{aligned}$$

In diesen Gleichungen haben wir zugleich die Summation in Beziehung auf i ausgeführt. Bei dieser Summation in Beziehung auf i haben wir darauf Achtung gegeben, daß nach der Richtung jeder der drei Krystallaxen die periodische Aenderung in der Constitution des Aethers im Allgemeinen sich nicht vollständig durch eine einzige periodische Condensation und Dilatation nach jener Richtung ausdrücken läßt, daß sie vielmehr durch eine Summe solcher elementaren periodischen Aenderungen vorgestellt werden muß. Die Summation in Beziehung auf i haben wir in den obigen Gleichungen mit $\sum$ bezeichnet. In jenen Gleichungen bezieht sich also das Zeichen S auf die drei verschiedenen Werthe von α , β und γ für ein selbes i , während das Zeichen $\sum$ sich auf alle verschiedenen i bezieht¹⁾.

Die Gleichungen (13) sind nun zuletzt die Bewegungsgleichungen des Aethers in kubischen Krystallen nach der Briot'schen Theorie. Sie zeigen, daß in kubischen Krystallen das Licht im Allgemeinen polarisirt seyn wird. Aus den drei Gleichungen (13) bekommen wir nämlich drei verschiedene Werthe für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der

1) In den Gleichungen (12) kommt i nicht vor, weil wir auch in der ganzen vorhergehenden Rechnung i der Bequemlichkeit wegen gleich Eins gesetzt haben. Um i in die Gleichungen (12) wieder einzuführen, brauchen wir nur in jenen Gleichungen statt α , β und γ , $i\alpha$, $i\beta$ und $i\gamma$, daher auch statt h , ih , und ferner statt a , a_i $2u$ zu setzen. Nach dieser Wiedereinführung des i läßt sich dann die Summation in Beziehung auf i leicht ausführen.

Aethervibrationen im Krystalle, und drei bestimmte correspondirende Schwingungsrichtungen ¹⁾).

Diese Polarisation braucht aber nicht sehr kräftig zu seyn, weil sie nur herrührt von den periodischen Ungleichheiten des Aethers, welche man als sehr klein ansehen darf. a_i wird dann sehr klein seyn, und daher werden dann auch alle Glieder in den Bewegungsgleichungen, welche a_i^2 enthalten, nur sehr klein seyn und einen nur sehr geringen Einfluß auf die sichtbare Erscheinung ausüben. Wir sehen ferner, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch von der Wellenlänge abhängig ist, und mit dieser sich ändern wird ²⁾).

Damit wir aber bestimmen, ob diese Polarisation und Doppelbrechung in kubischen Krystallen nach der Theorie Briot's sichtbar seyn werde, werden wir einige besonderen Lagen der Wellenebene betrachten.

1. Die Wellenebene sey einer der Krystallaxen parallel.

In diesem Falle liegt unsere x -Axe oder die Normale der Wellenebene in der Ebene der beiden übrigen Krystallaxen. Weil ferner die Lage der Wellenebene nur von der Richtung der x -Axe abhängig ist, und die beiden übrigen Coordinatenaxen, welche in der Wellenebene liegen, übrigens in Bezug auf ihre Richtung ganz willkürlich gelassen sind, werden wir eine dieser Coordinatenaxen, z. B. die

- 1) Sey nämlich w die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Aethervibrationen, und habe die zugehörige Schwingung die folgenden Componenten nach den Coordinaten:

$$\begin{aligned}\xi &= A e^{ux - ut} \\ \eta &= B e^{ux - ut} \\ \zeta &= C e^{ux - ut},\end{aligned}$$

so bekommen wir für jede Lage der Wellenebene drei Werthe von w^2 , und jeder dieser Werthe legt den Größen $\frac{B}{A}$ und $\frac{C}{A}$, welche die Schwingungsrichtung bestimmen, bestimmte Werthe bei.

- 2) In den Ausdrücken für w^2 wird nämlich auch u^2 , oder was dasselbe ist, k^2 vorkommen, und k ist der Wellenlänge verkehrt proportional. Weil in unserem Falle $v = w = 0$ ist, so ist nämlich

$$k^2 = -(u^2 + v^2 + w^2) = -u^2.$$

z-Axe mit jener Krystallaxe zusammenfallen lassen, welche der Wellenebene parallel ist. Seyen die Richtungscosinusse dieser Krystallaxe $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, so ist:

$$\alpha_1 = \beta_1 = 0, \quad \gamma_1 = h, \\ \gamma_2 = \gamma_3 = 0, \quad \alpha_2^2 + \beta_2^2 = \alpha_3^2 + \beta_3^2 = h^2, \quad \alpha_3 = \beta_2 \quad \text{und} \quad \beta_3 = -\alpha_2 \\ \text{und unsere Gleichungen (13) werden für diesen Fall:}$$

$$(13^*) \left\{ \begin{aligned} & \left[D_i^2 - p \left(16 - \frac{279}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 + \frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^2 \right. \\ & + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{6353}{16} - \frac{35751}{16} \cdot S \frac{\alpha^4}{h^4} + \frac{13663}{8} \cdot S \frac{\alpha^6}{h^6} \right) u^4 \Big] \xi_0 \\ & - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} \cdot u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \left(\frac{32399}{16} S \frac{\alpha^5 \beta}{h^4} - \frac{13663}{8} S \frac{\alpha^3 \beta}{h^6} \right) u^4 \Big] \eta_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p \left(2 - 91 h^2 \Sigma i^2 a_i^2 + \frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} \right) u^2 \right. \\ & + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{1159}{8} - 16 S \frac{\alpha^4}{h^4} - \frac{25177}{16} \cdot S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} \right. \\ & + \left. \frac{3211}{2} S \frac{\alpha^3 \beta^2}{h^6} \right) u^4 \Big] \eta_0 - p \left[\frac{207}{2} h^2 \Sigma i^2 a_i^2 \cdot S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} \cdot u^2 \right. \\ & + \Sigma a_i^2 \left(\frac{27937}{16} S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} - \frac{3211}{2} S \frac{\alpha^5 \beta}{h^6} \right) u^4 \Big] \xi_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p (2 - 91 h^2 \Sigma i^2 a_i^2) u^2 \right. \\ & + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{1159}{8} - 16 S \frac{\alpha^4}{h^4} \right) u^4 \Big] \zeta_0 = 0 \end{aligned} \right.$$

Aus der letzten dieser Gleichungen erhält man den folgenden Ausdruck

$$(14) \quad \omega^2 = p (2 - 91 h^2 \Sigma i^2 a_i^2) + p \Sigma a_i^2 \left(\frac{1159}{8} - 16 S \frac{\alpha^4}{h^4} \right) k^2$$

für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer wahrhaft transversalen Schwingung, welche einer der Krystallaxen parallel ist. Man sieht hieraus, daß die Größe der Dispersion und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Schwingungen von derselben Wellenlänge nicht für alle einer Krystallaxe parallelen Schwingungen ganz dieselben sind, sondern daß sie sich etwas ändern, wenn die Wellenebene in Bezug auf die beiden anderen Krystallaxen ihre Lage ändert.

Die zweite transversale Schwingung wird, wie im allgemeinen Falle, auch in unserem Falle im Allgemeinen keine wahrhaft transversale Schwingung seyn, d. h. sie wird nicht gerade in der Wellenebene stattfinden.

Wir haben aber:

$$\alpha_3 = \beta_2 \text{ und } \beta_3 = -\alpha_2,$$

daher

$$S \frac{\alpha^4}{h^4} = \frac{\alpha_2^4}{h^4} + \frac{\alpha_3^4}{h^4} = \frac{\alpha_2^4}{h^4} + \beta_2^4,$$

und ferner, weil $\alpha_2^2 + \beta_2^2 = h^2$ ist

$$\frac{\beta_2^4}{h^4} = \left(1 - \frac{\alpha_2^2}{h^2}\right)^2 = 1 - 2 \frac{\alpha_2^2}{h^2} + \frac{\alpha_2^4}{h^4}.$$

$$S \frac{\alpha^4}{h^4} = 1 - 2 \frac{\alpha_2^2}{h^2} + 2 \frac{\alpha_2^4}{h^4} = 1 - 2 \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4}.$$

In derselben Weise findet man:

$$S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} = \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4}$$

$$S \frac{\alpha^6}{h^6} = 1 - 3 \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4}, \quad S \frac{\alpha^4 \beta^2}{h^6} = \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4}$$

$$S \frac{\alpha^3 \beta}{h^5} = \frac{\alpha_2^3 \beta_2}{h^5} + \frac{\alpha_3^3 \beta_3}{h^5} = \frac{\alpha_2^3 \beta_2 - \alpha_2 \beta_2^3}{h^5} = \frac{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2^2 - \beta_2^2)}{h^5}$$

$$S \frac{\alpha^5 \beta}{h^6} = \frac{\alpha_2^5 \beta_2 - \alpha_2 \beta_2^5}{h^6} = \frac{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2^4 - \beta_2^4)}{h^6} = \frac{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2^2 - \beta_2^2)}{h^4}.$$

Die Gleichungen (13^a) können wir daher auch in folgender Form schreiben:

$$(13^a) \left\{ \begin{aligned} & \left[D_i^2 - p \left(16 - h^2 \sum i^2 a_i^2 \left(36 + 207 \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4} \right) \right) u^2 \right. \\ & - p \sum a_i^2 \left(\frac{259}{2} + \frac{2619}{4} \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4} \right) u^4 \Big] \xi_0 - p \left[\frac{207}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 u^3 \right. \\ & + \frac{5073}{16} \sum a_i^2 \cdot u^4 \Big] \frac{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2^2 - \beta_2^2)}{h^4} \eta_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p \left(2 - \left(91 - 207 \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4} \right) h^2 \sum i^2 a_i \right) u^2 \right. \\ & + p \sum a_i^2 \left(\frac{1031}{8} - \frac{12077}{8} \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4} \right) u^4 \Big] \eta_0 - p \frac{207}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 u^2 \\ & + \frac{2249}{16} \sum a_i^2 \cdot u^4 \Big] \frac{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2^2 - \beta_2^2)}{h^4} \xi_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p (2 - 91 h^2 \sum i^2 a_i^2) u^2 \right. \\ & + p \sum a_i^2 \left(\frac{1031}{8} - 32 \frac{\alpha_2^2 \beta_2^2}{h^4} \right) u^4 \Big] \zeta_0 = 0. \end{aligned} \right.$$

Nur in zwei Fällen werden alle die durch (13^b) bestimmten Schwingungen wahrhaft transversale und longitudinale Schwingungen seyn. Erstens, wenn entweder α_1 oder β_2 gleich Null, und also β_2 oder α_2 gleich h sind, d. i. wenn die Normale der Wellenebene oder die x -Axe mit einer der Krystallaxen zusammenfällt. Beide transversalen Schwingungen sind in diesem Falle einer Krystallaxe parallel; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird für beide dieselbe seyn, und wird ausgedrückt werden durch die Formel:

$$(15) \quad \omega^2 = p(2 - 91 h^2 \sum i^2 a_i^2) + \frac{1031}{8} p k^2 \sum a_i^2.$$

Das Licht wird also nach der Richtung der Krystallaxen weder Polarisation noch Doppelbrechung erleiden.

Der zweite Fall, in welchem die durch (13^b) bestimmten Schwingungen wahrhaft transversale und longitudinale Schwingungen seyn werden, findet statt, wenn $\alpha_2^2 = \beta_2^2$ ist, d. i. wenn die Wellenebene mit jeder der beiden Krystallaxen, welchen sie nicht parallel ist, Winkel von 45° einschneidet. Dann ist $\alpha_2^2 = \beta_2^2 = \frac{h^2}{2}$, und die Ausdrücke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden transversalen Schwingungen sind in diesem Falle die folgenden:
für die einer der Krystallaxen parallele Schwingung:

$$(16) \quad \omega^2 = p(2 - 91 h^2 \sum i^2 a_i^2) + \frac{1095}{8} p k^2 \sum a_i^2,$$

für die andere transversale Schwingung

$$(17) \quad \omega^2 = p\left(2 - \frac{157}{4} h^2 \sum i^2 a_i^2\right) - \frac{7953}{32} p k^2 \sum a_i^2.$$

Für diese Lage der Wellenebene sind zwar die beiden transversalen Schwingungen wahrhaft transversal, aber ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sind verschieden.

Das in dieser Richtung durch den Krystall hindurchgegangene Licht wird daher im Allgemeinen Polarisation und Doppelbrechung zeigen müssen. Auch die GröÙe der Dispersion wird für die beiden Schwingungen verschieden seyn.

2. Die Normale der Wellenebene sey einer großen Diagonale des Krystalles entlang gerichtet.

In diesem Falle ist $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$, und daher weil $S \frac{\alpha^2}{h^2} = 1$ ist:

$$\frac{\alpha_1}{h} = \frac{\alpha_2}{h} = \frac{\alpha_3}{h} = \frac{1}{3} \sqrt{3}.$$

Dann ist also:

$$\begin{aligned} S \frac{\alpha^4}{h^4} &= \frac{\alpha_1^2}{h^2} S \frac{\alpha^2}{h^2} = \frac{\alpha_1^2}{h^2} = \frac{1}{3}, & S \frac{\alpha^6}{h^6} &= \frac{\alpha_1^4}{h^4} S \frac{\alpha^2}{h^2} = \frac{\alpha_1^4}{h^4} = \frac{1}{9}, \\ S \frac{\alpha^2 \beta^2}{h^4} &= \frac{\alpha_1^2}{h^2} S \frac{\beta^2}{h^2} = \frac{\alpha_1^2}{h^2} = \frac{1}{3}, & S \frac{\alpha^2 \gamma^2}{h^4} &= \frac{1}{3}, \\ S \frac{\alpha^4 \beta^2}{h^6} &= \frac{\alpha_1^4}{h^4} S \frac{\beta^2}{h^2} = \frac{\alpha_1^4}{h^4} = \frac{1}{9}, & S \frac{\alpha^4 \gamma^2}{h^6} &= \frac{1}{9}, \\ S \frac{\alpha^3 \beta}{h^4} &= \frac{\alpha_1^3}{h^3} S \frac{\beta}{h} = 0, & S \frac{\alpha^3 \gamma}{h^4} &= 0, \\ S \frac{\alpha^3 \beta}{h^6} &= \frac{\alpha_1^3}{h^3} S \frac{\beta}{h^2} = 0, & S \frac{\alpha^3 \gamma}{h^6} &= 0, \\ S \frac{\alpha^2 \beta \gamma}{h^4} &= \frac{\alpha_1^2}{h^2} S \frac{\beta \gamma}{h^2} = 0, & S \frac{\alpha^4 \beta \gamma}{h^6} &= \frac{\alpha_1^4}{h^4} S \frac{\beta \gamma}{h^2} = 0. \end{aligned}$$

Unsere Gleichungen (13) werden also in diesem Falle die folgenden

$$(13') \left\{ \begin{aligned} & \left[D_i^2 - p \left(16 - 105 h^2 \sum i^2 a_i^2 \right) u^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{11375}{72} p \sum a_i^2 \cdot u^4 \right] \xi_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p \left(2 - \frac{113}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 \right) u^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{29749}{144} p \sum a_i \cdot u^4 \right] \eta_0 = 0 \\ & \left[D_i^2 - p \left(2 - \frac{113}{2} h^2 \sum i^2 a_i^2 \right) u^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{29749}{144} p \sum a_i^2 \cdot u^4 \right] \zeta_0 = 0 \end{aligned} \right.$$

Aus diesen Gleichungen können wir den folgenden Schluss ziehen:

Das in der Richtung der großen Diagonalen durch den Krystall hindurchgegangene Licht wird weder Polarisation noch Doppelbrechung zeigen. Seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Krystalle wird gegeben durch die folgende Formel:

$$(18) \quad \omega^2 = p \left(2 - \frac{113}{2} k^2 \sum i^2 a_i^2 \right) - \frac{29749}{144} p k^2 \sum' a_i^2.$$

Wir bekommen also folgende Resultate. Wenn man die periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers in kubischen Krystallen in Betrachtung zieht, erhält man, wie bei amorphen Körpern, im Ausdrücke für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zwei neue Glieder: ein von der Wellenlänge unabhängiges Glied, und ein von der Wellenlänge abhängiges Glied. Beide diese Glieder haben verschiedene Werthe für die verschiedenen Schwingungsrichtungen und für die verschiedenen Lagen der Wellenebene. Nur in der Richtung der Axen und in jener der grossen Diagonalen des Krystalles pflanzen sich die beiden transversalen Schwingungen mit derselben Geschwindigkeit fort; für alle anderen Richtungen ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die beiden transversalen Schwingungen verschieden. Nur nach der Richtung der Axen und grosser Diagonalen des Krystalles wird das Licht daher weder polarisirt noch doppelt gebrochen werden. Nach allen anderen Richtungen dagegen wird es Polarisation und Doppelbrechung erleiden. Und diese Polarisation und Doppelbrechung wird sehr wohl sichtbar seyn müssen. Wir haben jedoch gefunden, dafs im Falle, wenn die Normale der Wellenebene in einer Ebene zweier Krystallaxen liegt, und den Winkel zwischen jenen Krystallaxen halbirt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden transversalen Schwingungen durch die Gleichungen (16) und (17) ausgedrückt werden. Diese Gleichungen zeigen aber, dafs dieser Unterschied der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ziemlich gross seyn wird, und gröfser ist als die Unterschiede der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten derselben Schwingung für verschiedene Wellenlängen¹⁾. Dieser Schluss folgt aus dem Um-

1) Aus den Gleichungen (16) und (17) findet man für diesen Unterschied zwischen den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden transversalen Schwingungen:

$$p \left(\frac{207}{4} k^2 \sum i^2 a_i^2 - \frac{12333}{32} k^2 \sum' a_i^2 \right).$$

stande, dafs, wie schon im Anfange von mir gesagt ist, nach Briot k^2 sehr klein ist in Bezug auf h^2 . Nach der Theorie Briot's wird man daher in kubischen Krystallen im Allgemeinen eine obgleich geringe, doch sehr wohl sichtbare Polarisation und Doppelbrechung des Lichtes erwarten müssen. Diefs stimmt aber, wie ich meine, nicht mit der Erfahrung überein.

Ferner zeigt unsere Gleichung (14), dafs die Gröfse der Dispersion für dieselbe Schwingungsrichtung nicht immer dieselbe ist, sondern bei einer Aenderung der Lage der Wellenebene zugleich eine gewisse Aenderung erleidet, was vielleicht nicht von der Erfahrung widerlegt wird, aber wenigstens gegen die gewöhnlich angenommene Meinung streitet.

Der wichtigste Beweis aber, das die Dispersionstheorie Briot's den Erscheinungen bei kubischen Krystallen nicht entspricht, ist der folgende. In den verschiedenen Ausdrücken (14) bis (18) für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, hat das Glied, welches dem Quadrate der Wellenlänge verkehrt proportional ist, bald ein positives, bald ein negatives Vorzeichen. Selbst in den Ausdrücken (16) und (18) für die beiden transversalen Schwingungen, welche sich nach einer selben Richtung im Krystalle fortpflanzen können, ist das Vorzeichen dieses von der Wellenlänge abhängigen Gliedes verschieden. Diefs aber streitet ganz gegen die Erfahrung. Würden die vorhergehenden Formeln den Erscheinungen der Dispersion in kubischen Krystallen gut entsprechen, so hätte das Vorzeichen des Gliedes, welches dem Quadrate der Wellenlänge verkehrt proportional ist, immer negativ seyn müssen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der verschieden gefärbten Lichtwellen wird in kubischen Krystallen, wie in allen bekannten Körpern, mit der Zunahme der Wellenlänge zugleich gröfser werden müssen, und diefs erfordert, dafs das Vorzeichen des Gliedes, welches wir betrachten, immer negativ sey. Ein positives Vorzeichen würde jedoch andeuten, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes gröfser

wäre für kleine als für grofse Wellenlängen. Die Erfahrung lehrt aber, dafs nach allen Richtungen im Krystalle von den verschieden gefärbten Lichtstrahlen immer die rothen am wenigsten, die violetten am meisten gebrochen werden; man findet nicht, dafs bald die rothen, bald die violetten Lichtstrahlen am wenigsten gebrochen werden, was mit den Unterschieden im Vorzeichen des Gliedes, welches dem Quadrate der Wellenlänge verkehrt proportional ist, übereinkommen würde.

Die Dispersionstheorie Briot's genügt also nicht bei den kubischen Krystallen. Für die anderen homoëdrischen Krystalle würde dieser Unterschied zwischen Theorie und Erscheinungen wahrscheinlich noch gröfser seyn. Ich glaube daher behaupten zu dürfen, dafs die Briot'sche Dispersionstheorie nicht genügend ist, und dafs sie daher nicht die wahre Theorie seyn kann. Damit eine Theorie die wahre sey, mufs sie doch in allen Fällen eine gute Erklärung der Erscheinungen geben können.

Man würde aber vielleicht noch einwenden können, dafs meine Auffassung der periodischen Ungleichheiten des Aethers in kubischen Krystallen von der Wahrheit zu weit entfernt sey, als dafs ich durch die vorübergehende Analysis berechtigt wäre, die Dispersionstheorie Briot's eine nicht genügende zu nennen. Wir haben nämlich vorausgesetzt, dafs alle Aethermolecüle, welche sich in einer selben auf einer der Krystallaxen senkrechten Ebene befinden, nach der Richtung dieser Krystallaxe eine selbe Ortsänderung erleiden. Diefs stimmt wahrscheinlich auch nach der Briot'schen Theorie nicht ganz mit der Wahrheit überein. Wenn wir jedoch einen elementaren Kubus des Krystalles betrachten, d. h. den Raum von kubischer Form, dessen Eckpunkte von acht nächstanliegenden Stoffmolecülen eingenommen werden, und wenn wir ferner die Aethermolecüle betrachten, welche sich in einer selben zweier der Grenzflächen des elementaren Kubus parallelen Ebene befinden, so werden diese Aethermolecüle nicht alle dieselbe Wirkung von den Stoffmolecülen erleiden nach der Richtung der auf der genann-

ten Ebene senkrecht stehenden Krystallaxe. Man würde selbst meinen können, daß die Aethermoleculë, welche sich nahe am Centrum eines elementaren Kubus befinden, fast gar nichts von der Wirkung der Stoffmoleculë in den Eckpunkten empfinden, und daher fast gar keine Ortsänderung erleiden würden. Damit dieß aber mit der Wahrheit übereinstimmte, würde man, wegen der äußerst geringen Größe eines elementaren Kubus, annehmen müssen, daß die Wirkung zwischen Stoff und Aether sehr schnell abnähme mit der Zunahme der Entfernung zwischen den Stoff- und Aethermoleculen. Briot meint aber, daß diese Wirkung dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional sey, und daß sie daher gar nicht so sehr schnell abnehme, wenn die Entfernung größer wird. Ich meine daher auch, daß, wenn man die Voraussetzungen Briot's über die Wirkung zwischen Stoff und Aether annimmt, die von mir vorausgesetzten periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers in kubischen Krystallen von den wahren Ungleichheiten nicht sehr verschieden seyn werden, und daß ich zu meiner obigen Behauptung über die Briot'sche Dispersions-theorie wohl berechtigt war.

Wäre diese Meinung Briot's über die Wirkung zwischen Stoff und Aether aber nicht die wahre, so würde es vielleicht möglich seyn, die periodischen Ungleichheiten des Aethers in kubischen Krystallen in anderer Weise aufzufassen, wie wir gethan haben, und dann mit den Dispersionserscheinungen in kubischen Krystallen mehr übereinstimmende Formeln zu bekommen. Die von Briot gegebene Erklärung der Dispersion in amorphen Körpern mittelst der periodischen Ungleichheiten des Aethers würde bei dieser geänderten Annahme über die Wirkung zwischen Stoff und Aether ungeändert bleiben können, weil Briot in seiner Analysis die Annahme, daß Stoff und Aether einander nach dem Gesetze Newton's anziehen, nicht benutzt. Man würde dann solche periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers in kubischen Krystallen annehmen müssen, welche durch eine gewisse Wirkung der

tessularisch geordneten Stoffmoleculë auf die Aethermoleculë erklärt werden können, und welche die Dispersionserscheinungen bestimmen, ohne zugleich ein wahrnehmbares Polarisations- und Doppelbrechungsvermögen hervorzurufen. Der Zustand des Aethers in kubischen Krystallen wird daher nur sehr wenig von dem isotropen Zustande verschieden seyn dürfen, und die Aethermoleculë werden eine nur sehr geringe krystallene oder regelmässige Anordnung besitzen dürfen. Ob es möglich seyn werde, eine Anordnung der Aethermoleculë zu erdenken, die den obigen Bedingungen entspricht, kann ich nicht entscheiden. Mit einer Anziehung zwischen Stoff und Aether im verkehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung wird es gewiß nicht geschehen können.

Briot ist genöthigt anzunehmen, daß die Wirkung zwischen Stoff und Aether nach dem Newton'schen Gesetze stattfindet, um den Einfluß der directen Einwirkung der Stoffmoleculë auf die schwingenden Aethermoleculë zu beseitigen, weil dieser Einfluß im Ausdrucke für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ein Glied hinzufügt, das dem Quadrate der Wellenlänge direct proportional ist, und daher zu gegen die Erfahrung streitenden Resultaten führt¹⁾. Nur durch die Briot'sche Annahme über die Wirkung zwischen Stoff und Aether wird dieser Einfluß für einen isotropen Aether genau Null. Nimmt man aber eine andere Wirkungsfunction für diese Wirkung an, so wird man, damit dieser Einfluß nicht merklich sey, annehmen müssen, daß diese Wirkung äußerst gering sey. Um die Dispersion mittelst der periodischen Ungleichheiten zu erklären, müssen wir daher die Wirkungsfunction zwischen Stoff und Aether für die kleinen molecularen Abstände in solcher Weise wählen, daß die directe Einwirkung der Stoffmoleculë auf die Aethermoleculë die Schwingung des Aethers nicht merklich modificire, und daß dennoch die periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers groß genug seyen um wahrnehmbare Dispersions-

1) Siehe seine *Essais*, p. 75.

erscheinungen zu veranlassen. Ob dieß möglich seyn werde, ist für jetzt wohl noch nicht zu entscheiden, weil der Einfluß, der von der directen Einwirkung der Stoffmoleculé auf die schwingenden Aethermoleculé herrührt, und jener, der aus den periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers entspringt, ihrer Gröfse nach nicht untereinander verglichen werden können. Man kann nämlich aus der Gröfse der Wirkung zwischen Stoff und Aether eine Gröfse der periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers nicht herleiten.

Gegen die Voraussetzung Briot's über die Wirkung zwischen Stoff und Aether würde man auch noch dieses anführen können. Wäre diese Wirkung dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional, so würde nothwendig, und dieß gilt sowohl von amorphen als von krystallisirten Körpern, die Dichte des Aethers im Inneren und nahe am Centrum des Körpers gröfser seyn müssen als nahe an der Oberfläche. Dieß würden die Lichterscheinungen anzeigen müssen, was aber, wie ich meine, nicht der Fall ist. Man wird nicht einwenden können, dafs dasselbe behauptet werden kann von den übrigen Stoffen, deren Theilchen auch, nach der allgemein angenommenen Meinung, einander anziehen mit einer Kraft, welche dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional ist. Auch hier beobachtet man nicht, dafs die Dichte im Innern des Körpers gröfser ist als nahe an der Oberfläche. Für die gegenseitige Wirkung zwischen den Stoffmoleculén gilt freilich das Newton'sche Gesetz für gröfsere Entfernungen, aber es gilt sehr wahrscheinlich nicht für die kleinen molecularen Abstände. Für die Wirkung zwischen Stoff und Aether nimmt man aber das Newton'sche Gesetz gerade für die kleinen molecularen Entfernungen an. Würde man das Newton'sche Gesetz für die Wirkung zwischen Stoff und Aether beibehalten wollen, so würde man, damit die Dichte des Aethers im Innern eines Körpers nicht merklich gröfser sey als nahe an der Oberfläche, entweder diese Wirkung zwischen Stoff und Aether der abstoßenden Wirkung zwischen

den Aethermoleculen gegenüber als verschwindend klein annehmen müssen, oder man würde sie nur für sehr kleine Abstände zwischen den Stoff- und Aethermoleculen gelten lassen, und für etwas gröfsere Abstände eine andere Wirkungsfunction annehmen müssen. Diese letztere Voraussetzung haben wir dann auch bei unserer vorhergehenden Untersuchung schon stillschweigend gemacht.

Fassen wir noch einmal unsere im Vorigen erhaltenen Resultate zusammen. Sie sind folgende:

Die mittelst der periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers hergeleiteten Gesetze für die Fortpflanzung des Lichtes in kubischen Krystallen streiten gegen die in diesen Krystallen wahrgenommenen Lichterscheinungen, wenigstens wenn man sich jene periodischen Ungleichheiten durch eine anziehende Wirkung zwischen Stoff- und Aethermoleculen im verkehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung veranlafst denkt. Diese Annahme über die Wirkung zwischen Stoff und Aether ist daher zu verwerfen, wenn man die Erklärung der Dispersion mittelst der periodischen Ungleichheiten des Aethers beibehalten will.

Es ist vielleicht möglich, aber für jetzt wenigstens nicht sehr wahrscheinlich, dafs man diese Wirkung durch eine andere Function ausdrücken kann, welche den Lichterscheinungen besser entspricht. Diese Wirkungsfunction wird aber so beschaffen seyn müssen, dafs der Einflufs der directen Einwirkung der Stoffmoleculé auf die schwingenden Aethermoleculé unmerklich sey, und dafs zugleich die periodischen Ungleichheiten in der Constitution des Aethers von ihr in solcher Weise bestimmt werden, dafs sie sowohl für amorphe als für krystallisirte Körper mit den Lichterscheinungen übereinstimmende Gesetze für die Fortpflanzung der Schwingungen veranlassen.

Amsterdam, Januar 1868.