**11. Bemerkung zu meinem
Aufsatze über barometrische Temperaturmessung;
von A. Toepler.**

Meine im letzten Bande der Annalen p. 609 veröffentlichte Abhandlung „über absolute Temperaturbestimmung —“ enthält im Abschnitte IV den Vorschlag, die daselbst beschriebene Drucklibelle hinsichtlich des störenden Einflusses der Capillarkräfte durch Anwendung der thermometrischen Methode selbst, d. h. durch Druckbeobachtungen zwischen zwei Luftsäulen bekannter ungleicher Temperaturen genauer zu studiren. Inzwischen ausgeführte Versuche (vgl. die in diesem Hefte unmittelbar vorangehende Mittheilung meines Sohnes zur Gassichtenbestimmung) veranlassen mich zu der Bemerkung, dass vergleichende Druckmessungen zwischen Gassäulen ungleicher Schwere aber gleicher Temperatur gewisse leicht zu überblickende Vorthelle bieten, von denen man bei den in Rede stehenden Studien an geeigneter Stelle Gebrauch machen kann.

Es wird sich bei Verfeinerung der Messungen und Anwendung auf grosse Temperaturintervalle darum handeln, wenn nöthig in die Correction wegen der Oberflächenspannung noch ein Fehlerglied mit $\Delta\alpha^2$ (unter $\Delta\alpha$ die Libellendrehung verstanden) einzuführen. Dies rechtfertigt sich durch die Beachtung der unvermeidlichen Unsymmetrie der Libellenschenkel. Der Correctionsfactor, mit welchem die Druckbeobachtung $\lambda \cdot \sigma \cdot (\varphi/2) \Delta z$ zu multipliciren ist, nimmt dann, wie sich leicht durch Erweiterung der Betrachtung¹⁾ auf p. 616 meiner Abhandlung einsehen lässt, die Form

$$F = \left\{ 1 + \frac{k_1}{\lambda \cdot \sigma} + \frac{k_2}{\lambda \cdot \sigma} \cdot \frac{\varphi}{2} \cdot \Delta z \right\}$$

an, wobei λ , σ , φ und Δz die frühere Bedeutung haben, k_1 und k_2 aber zwei Grössen bedeuten, über deren Zahlenwerth

1) Es sei bemerkt, dass bei der Herleitung der Gleichungen (2) und (3) meiner Abhandlung die Bedeutung der $\Delta\alpha$ nicht identisch ist, was natürlich das Resultat nicht beeinflusst.

je nach der Beschaffenheit der Libellenröhre experimentell zu entscheiden wäre.

Man würde zu diesem Zwecke mit einem passenden Libellenrohre, nachdem es mit dem Dreharm der Libelle fest verbunden ist, zunächst für eine *bestimmte Fadenlänge* λ und *bestimmte Druckdifferenz* den Gesamtwert von F nach der empirischen Methode des Abschnittes IV meiner Abhandlung mit hoher Heiss- und Kaltluftsäule auszuwerthen haben, natürlich nach genauer Prüfung der Schraubenconstanten. Weitere Beobachtungen würden mit Beibehaltung *desselben Fadens* (wobei die Verdunstung in der von meinem Sohne angegebenen Weise vermieden werden kann) jedoch mit Anwendung *verschiedener Druckdifferenzen* auszuführen sein. Die letzteren sind hier zweckmässigerweise mit Kohlensäure- bez. Luftfüllung in den paarweise verbundenen Druckrohren anzustellen, schon deshalb, weil man damit bequemer zu hohen Druckdifferenzen gelangt. Diese Beobachtungen ermöglichen es, wie die Rechnung zeigt, unter Elimination der Gasdichten den Factor $\frac{1}{2} k_2 \cdot \varphi \cdot (1/\lambda \sigma)$ des zweiten Fehlergliedes direct zu ermitteln. Indirect folgt dann aus der ersten Beobachtung der corrigirte Werth des Gliedes $k_1 (1/\lambda \sigma)$. Unter gewissen Voraussetzungen kann dann freilich F' für andere Fadenlängen gerechnet werden. Strenge genommen muss aber doch die Untersuchung für jeden anderen Faden wiederholt werden, da die Coefficienten k_1 und k_2 von der Lage, Grösse und Gestalt der Rohrquerschnitte an den Fadenenden beeinflusst werden, also in Wirklichkeit nicht genau constant sind; insbesondere würde man von k_2 grosse individuelle Verschiedenheiten je nach der Fadenlänge und Rohrbeschaffenheit zu erwarten haben.

Vom Standpunkte der gegenwärtigen Betrachtung würde also folgen, dass — unter sonst gleichen Umständen — der Einfluss des ersten Fehlergliedes mit λ , der des zweiten mit λ^2 abnimmt. Letzteres erkennt man sofort, da der Drehwinkel $\Delta z \cdot \varphi/2$ auch mit $\Delta h/\lambda$ auszudrücken ist, unter Δh die vom zu messenden Drucke getragene Flüssigkeitshöhe verstanden.

Die gründliche experimentelle Untersuchung der Libellen-correctionen ist, wie man sieht, mühsam; eine solche hat in meinem Laboratorium (wegen baulicher Veränderungen) vorläufig nicht stattgefunden. Es sind nur mit dem mehr-

fach erwähnten Libellenrohre von etwa $4,2^\circ$ Knickung einige flüchtige Orientierungsversuche bis zu Drehwinkeln von etwa 40 Winkelminuten ¹⁾ angestellt worden. Nach diesen Versuchen würde der für das Instrument unter den gegebenen Umständen maassgebende Factor $k_2 \cdot (\varphi/2)$ mit etwa anderthalb Einheiten der fünften Decimale zu veranschlagen sein. Daraus würde dann folgen, dass, wenn man bei genauen Temperaturmessungen mit Luftsäulen bis zu etwa 75 cm arbeiten will, kurze Fäden schon bei Temperaturen über 100° C. störend wirken könnten. Würde man aber einen Xylolfaden von 70—80 cm Länge in einem Rohre gleich geeigneter Beschaffenheit wie das obige benutzen, so würde, wie die Rechnung zeigt, der Einfluss des Gliedes mit k_2 selbst für die höchsten Temperaturen in den Bereich der Einstellungsfehler fallen. So lange Libellen würden zwar unbequem, in Laboratorien mit Steinpfeilern aber nicht unmöglich sein. Mit einer solchen Libelle würde die im Abschnitt V meines Aufsatzes empfohlene Methode der Absolutbestimmung *ohne weiteres innerhalb aller in Betracht kommenden Temperaturen statthaft sein.*

Obgleich diese Folgerung noch der Bestätigung bedarf, so verliert die Eliminationsmethode des Abschnittes V im ungünstigen Falle ihre Berechtigung nicht. Sie behält dieselbe in kleineren Intervallen immer und zwar in solchen, in welchen hinreichende Proportionalität der Compensationsdifferenz Δz mit der Differenz der reciproken absoluten Temperaturen besteht, d. h. in denen der Unterschied des zweiten Fehlergliedes unerheblich ist; auf das erste kommt es dabei nicht an. Selbstverständlich entscheidet das am genannten Orte gegebene Beispiel in keiner Weise über den Gültigkeitsbereich des Eliminationsverfahrens. Wohl aber ist zu erkennen, dass die am Schlusse meiner Abhandlung empfohlene Maassregel, die Temperaturen T_0 und T nicht allzufern voneinander zu wählen, ausser dem dort angegebenen noch den weiteren Vortheil gewährt, den Einfluss des zweiten Fehlergliedes herabzudrücken.

1) Dass innerhalb der bei den Temperaturmessungen in Betracht gezogenen kleinen Drehwinkel der Unterschied zwischen sinus, Bogen und tgs neben den Einstellungsfehlern nicht in Frage kommt, braucht wohl kaum erwähnt zu werden; richtige Anordnung der Messschraube ist natürlich vorausgesetzt.

Da ferner für t_0 anstatt des Eispunktes eine höhere Fixtemperatur gewählt werden kann, so steht nichts im Wege, auch in höherem Gebiete mit kurzen Fäden zu operiren, wenn nur die Libellendrehungen hinreichend klein bleiben.

Nun muss aber noch ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die bei den Probeversuchen beobachtete geringe Abweichung von der Proportionalität grosser Δz mit den zu messenden Drucken, welche den Ungleichheiten der Oberflächenspannung zugeschrieben wurde und zur Abschätzung des zweiten Fehlergliedes führte, ohne Zweifel zum grossen Theile auf Rechnung eines Constructionsfehlers des benutzten Schraubenmechanismus zu stellen ist. Eine ausführliche Mittheilung der Beobachtungen hätte daher keinen Werth gehabt. Der genannte Mechanismus ist nämlich so anzuordnen, dass eine durch das obere Stützgelenk der Messschraube s und durch die Drehaxe d gelegte Ebene (vgl. Fig. 2 meiner Abhandlung) die Richtung der Messschraube rechtwinklig schneidet, wenn sich das Instrument in der Normallage, d. h. in derjenigen Lage befindet, von der aus kleine Winkel gemessen werden. Bei meinem Apparate hat daher die Schraube eine geringe Neigung nach links; jedoch ist d ein wenig zu tief gelegt. Dieser Fehler wirkt im Sinne der beobachteten Abweichungen. Ich zweifle nicht, dass nach Beseitigung des Fehlers oder unter Anwendung einer Vorrichtung ganz nach Art der gewöhnlichen Libellenproben mit drei Spitzenschrauben auf horizontaler Stützfläche sich die Beobachtungen noch erheblich günstiger gestalten werden.

Auf die in meiner Abhandlung beschriebenen Experimente zwischen 0 und 100° C. hat der erwähnte Constructionsfehler keinen wesentlichen Einfluss gehabt. Die Winkelconstante φ ist für kleine Drehungen in bekannter Weise experimentell mit Fernrohr und Scala und zwar bei sehr starker Vergrösserung ermittelt worden.