Schliesslich wurde der von Hrn. Prof. K. Schering und Hrn. Dr. Schaper für den 24. Juli 1881 beobachtete Werth der Inclination¹⁾ im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts mit Hülfe der Schering'schen Variationsformel ebenfalls auf den 27. November 1885 reducirt; man erhielt auf diese Weise: $i = 66^{\circ} 24' 20''$.

Das gute Zusammentreffen des letzten Werthes mit den beiden anderen gestattet den Schluss, dass die mit der electrodynamischen Drehwage und dem Erdinductor gewonnenen Werthe der Inclination sich wenig von dem wahren Werthe unterscheiden werden. Nimmt man aus den drei Werthen das Mittel, so wird dieses mit ziemlicher Sicherheit den Werth der Inclination im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts für Ende 1885 geben.

1885.91	$i = 66^{\circ} 24' 47''$	(Bifilargalvanometer und Drehwage)
1885.91	$i = 66 \quad 24 \quad 20$	(Schering's Variationsformel)
1885.91	$i = 66 \quad 24 \quad 32$	(Erdinductor)
1885.91	$i = 66^{\circ} 24' 33''$	

Die hieraus sich ergebenden Werthe von V/T sind zu Anfang dieser Mittheilung angeführt.

Göttingen, phys. Inst., Februar 1886.

VII. *Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben aus Leimgallerte; von Richard Maurer.*

(Dissertation; für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verfasser)

(Hierzu Taf. VI Fig. 11–18.)

Die Litteratur über das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation findet man ausführlich in einer Abhandlung von W. Voigt.²⁾ Zur Vervollständigung nennen wir

1) K. Schering, Gött. Nachr. 1882. p. 371.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 15. p. 497. 1882.

noch Poisson¹⁾, Stokes²⁾, Thomson und Tait³⁾ als Theoretiker; der Poisson'sche Coëfficient von Metallen ist untersucht worden von Everett⁴⁾ und Littmann⁵⁾; mit Kautschuk und gallertartigen Körpern haben sich Thomson und Tait⁶⁾, Villari⁷⁾, Röntgen⁸⁾ und Amagat⁹⁾ beschäftigt.

Die während des Sommers 1885 im physikalischen Laboratorium zu Heidelberg von mir angestellten Messungen hatten den Zweck, nach verschiedenen Methoden das von Thomson und Tait schon angegebene diesbezügliche Verhalten der elastischen Leimgallerte zu bestätigen; einige meiner Versuche berechneten wohl zu der Behauptung, dass für die angewandten Substanzen bei gewöhnlicher Temperatur (und sehr kleinen Längendilatationen) μ zwischen 0,499 9 und 0,5 liegt.

Im Folgenden sind nach einigen mehr allgemeinen Bemerkungen die einzelnen Beobachtungen dargelegt und ihre Ergebnisse mitgetheilt.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, an dieser Stelle noch mit herzlichem Dank die freundliche Förderung zu erwähnen, die Herr Professor Quincke und sein Assistent Herr Dr. König durch Rath und That meiner Arbeit zuwendeten.

Die Substanzen, mit denen ich arbeitete, waren Gemische aus Leim (meist der käuflichen Gelatine) und Wasser, oder aus Leim und Glycerin mit und ohne Wasser, wie sie zu Hektographen verwendet werden. Sie wurden durch Zusammen-

1) Poisson, Ann. de chim. 36. p. 384; Pogg. Ann. 12. p. 516. 1828.

2) Stokes, Trans. Camb. Phil. Soc. 8. p. 287. 1845. (Mathem. and Physical Papers 1. p. 102. Cambr. 1880.)

3) Thomson and Tait, Treatise on Nat. Phil. 2. Ed. I, 2. p. 221. (§ 684.) Vgl. Encyclopaedia Britannica, Art. „Elasticity“.

4) Everett, Phil. Trans. 158. 1. p. 363. 1868. Vgl. Phil. Trans. v. 26. Febr. 1866 u. 7. Febr. 1867.

5) Littmann, Ueber das Verhältniss von Längsdilatation und Quervertraction elastischer Metallcylinder. Inaug.-Diss. Breslau 1885. Referat in Wied. Beibl. 9. p. 811. 1885.

6) Thomson and Tait, l. c.

7) Villari, Nuovo Cim. (2) 1.; Pogg. Ann. 143. p. 88. 1871.

8) Röntgen, Pogg. Ann. 159. p. 601. 1876.

9) Amagat, Compt. rend. 21. Juli 1884. Neuestens ist die Arbeit von Pulfrich, Wied. Ann. 28. p. 87. 1886 hinzugekommen.

schmelzen der Bestandtheile im Wasserbad hergestellt. Die Zeit fehlte mir, um auch vegetabilische und anorganische Kolloide näher zu untersuchen; ein Versuch mit Agar-Agar, einem getrockneten Pflanzensaft, der jetzt oft statt Gelatine in der Kochkunst gebraucht wird, hatte, nach der volumetrischen Methode angestellt (s. u.), ein ähnliches Ergebniss wie die Beobachtungen an Leim.

Aus diesen Stoffen wurden Cylinder und bandförmige Prismen gegossen. Als Formen für erstere dienten anfangs geölte Reagensgläser, die nach dem Erstarren der flüssig hineingegossenen Masse, was einige Stunden dauerte, zerschlagen wurden; dabei bekamen die Cylinder sehr leicht Risse, die mit einem erwärmten Draht einigermaßen, doch nicht ohne Narben, geheilt werden konnten. Meist diente zum Guss eine zweitheilige, aufrecht gestellte, oben offene Gipsform. Dieselbe war über einer Glasröhre hergestellt und wurde von vorn herein mehrmals mit Schellacklösung, und vor jedem Guss mit einem Gemisch aus gleichen Raumtheilen Leinöl und Petroleum innen angestrichen. Als ihre Ränder an Schärfe verloren, wurde über einer Glasröhre eine Hülse aus Stanniol und Papier geklebt, das eine Ende der Glasröhre verschlossen, die Hülse darüber geschoben und festgebunden. Die so hergestellte Form musste allerdings für jeden Guss erneuert werden, hat sich aber wohl am besten bewährt.

Die Bänder wurden in einem langen aus Glasstreifen zusammenge kitteten Kästchen gegossen, nach dem Festwerden durch vier Schnitte parallel den Wänden von diesen getrennt und leicht herausgenommen.

Unsere Leimgemische ziehen sich beim Erstarren merklich zusammen; an der Luft trocknen namentlich die stark wasserhaltigen bald aus (vergl. unten Nr. 4a und 4b). Beide Umstände stellen die Homogenität unserer Cylinder und Bänder sehr in Frage. Der zweite Umstand wurde bei den besseren Versuchen dadurch möglichst unschädlich gemacht, dass sie an den frisch aus der Form kommenden Gussstücken vorgenommen wurden. Von einem Tag auf den anderen wurden die Cylinder meist mit dünnem Stanniol umwickelt. Die Wirkungen der Unhomogenität sind übrigens in vielen Fällen ohne Einfluss auf

unser Resultat ($\mu = \frac{1}{2}$ nahezu), das nicht nur für ein ganz bestimmtes Gemisch aus Leim und Flüssigkeit gelten will.

Die Cylinder und Bänder wurden bei allen Versuchen vertical aufgehängt. Dazu erhielten sie gleich beim Guss Fassungen an beiden Enden. Bei den Cylindern bestanden diese meist aus kurzen, mit dem Cylinder aussen nahe gleichweiten Stücken Messingrohr (Fig. 11) mit $\cap$ förmigen Bügeln. Die eine Fassung, welche beim Guss mit nach unten gekehrtem Bügel in der Gips- oder Papierform lag, besass auf der Seite des Bügels einen Boden; die andere Fassung war offen und wurde am oberen Ende der Form in die flüssige Masse gehängt. Um die Länge des dehnbaren Cylinderstücks zwischen den Fassungen etwas genauer abzugrenzen, wurden später kurze Querstücke innen angelöthet, wie die Figur zeigt. — Die Fassungen der Bänder waren zwei rechteckige Stücke Drahtnetz, den breiten Seiten des Bandes parallel, ganz von der Leimmasse umschlossen und ebenfalls mit Bügeln versehen.

Unsere Beobachtungen lassen sich in vier Gruppen ordnen:

- 1) Messung der zu bestimmten Dehnungen und Torsionen eines Cylinders erforderlichen Kräfte, bezw. Drehungsmomente;
- 2) directe Beobachtung zweier linearen Dilatationen, parallel und senkrecht zur Richtung eines longitudinalen Zuges;
- 3) Bestimmung der Aenderung der Länge und des electrischen Leitungswiderstandes durch Längsdehnung;
- 4) Bestimmung der Längen- und Volumendilatation unter denselben Umständen.

1) Dehnungs- und Torsionselasticität.

Bringt man an beiden Endflächen eines geraden Kreiscylinders aus homogener isotrop elastischer Substanz entgegengesetzt gleiche, über die Endflächen gleichmässig vertheilte, der Cylinderaxe parallele Zugkräfte an, so erleidet der Cylinder eine Verlängerung und eine Querschnittsverminderung. Die Zugkräfte der einen Endfläche können durch die Bedingung ersetzt werden, dass die Punkte dieser Fläche stets in ihrer Ebene bleiben. Bedeutet:

P' die Resultirende der parallelen Kräfte an der freien Endfläche,

l die Länge
 $2r$ den Durchmesser
 Δl die Verlängerung,

$\left. \begin{array}{l} l \text{ die Länge} \\ 2r \text{ den Durchmesser} \end{array} \right\} \text{ des Cylinders im natürlichen Zustand,}$

so ist für kleine $\Delta l/l$:

$$P' = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot \pi r^2;$$

E ist eine von den Dimensionen des Cylinders unabhängige Constante, der (erste) Elasticitätsmodul der Substanz. Wird P' durch Gewichtstücke von der Gesamtmasse P hergestellt, so ist nach den Grundsätzen der absoluten Maassbestimmungen:

$$P' = gP,$$

wo g die Fallbeschleunigung am Beobachtungsort bedeutet, mithin:

$$(1) \quad E = \frac{gPl}{\pi r^2 \Delta l}.$$

Denkt man sich die Punkte jeder Endfläche eines solchen Cylinders starr verbunden und die eine Kreisfläche in sich gegen die andere festgehaltene gedreht um den Winkel ($\Delta\varphi$) (Bogenmaass), so ist hierzu das Drehungsmoment:

$$F \cdot \frac{\pi r^4}{2l} \cdot (\Delta\varphi)$$

nothwendig. Man bezeichnet es auch mit $\tau \Delta\varphi$, wo der Drehungswinkel in Graden zu messen ist; man hat also:

$$\tau = F \cdot \frac{\pi^2 r^4}{180 \cdot 2l}.$$

Ist τ bekannt, so ergibt sich:

$$(2) \quad F = \frac{360 \cdot l \cdot \tau}{\pi^2 r^4}.$$

F ist der (zweite Elasticitätsmodul oder) Torsionsmodul der Substanz.

Zwischen E und F besteht die Beziehung:

$$(3) \quad F = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad \text{oder} \quad \mu = \frac{E}{2F} - 1,$$

wenn μ den Quotienten aus der Quercontraction $-\Delta 2r/2r$ und der Längendilatation $\Delta l/l$ bei einer Längsdehnung, wie sie oben beschrieben wurde, bedeutet.

Bei der Anwendung dieser Formeln ist auf die mangelhafte Erfüllung der Bedingungen, an die sie eigentlich geknüpft sind, keine Rücksicht genommen.

Länge und Durchmesser der Leimcylinder wurden mit einem gewöhnlichen Millimetermaassstab oder mit einem in Pariser Linien von bekannter Länge eingetheilten, mittelst Nonius 0,01''' angehenden Stangenzirkel gemessen.

Bei den Dehnungsversuchen waren die Cylinder mit dem oberen Bügel meist an einer horizontalen Eisenstange des Bunsen'schen Statifs aufgehängt, am sichersten mittelst eines Doppelhakens (Fig. 12). Derselbe war aus einem an beiden Enden breitgeschlagenen Stück Messingdraht gefertigt. Der untere Bügel trug eine leichte Wagschale.

Ein Mikroskop stand mit horizontaler Axe auf einem Tischchen. Es wurde auf einen Punkt am unteren Ende des Cylinders, meist die Kante der Fassung, eingestellt; das Ocularmikrometer gestattete, kleine Senkungen und Hebungen dieses Punktes zu messen. Der Werth eines Scalentheils (sc.) des am häufigsten gebrauchten Mikroskopes ist aus einer ziemlich grossen Anzahl von Beobachtungen einer Millimetertheilung berechnet.

Vor und nach jeder Belastung wurde die Nullstellung abgelesen, und das Mittel von der bei belasteter Wagschale gefundenen Einstellung subtrahirt, um Δl zu erhalten. Ausgenommen sind die Beobachtungen unter Nr. 4a, wo der Einfluss der Nachwirkung in etwas anderer Weise eliminirt wurde.

Meist ist die Senkung des oberen Endes des Cylinders durch eine nachträgliche Beobachtungsreihe ermittelt und berücksichtigt worden. Sie betrug für 100 g Belastung stets weniger als 2,5 sc. Diese Correction fehlt bei Nr. 2, 4a, 4b, 13.

Bei den Torsionsversuchen wurde das Drehungsmoment durch die Torsion eines Stahldrahtes von 33 cm Länge, 0,031 cm Dicke hergestellt. Das Rohr einer Coulomb'schen Drehwage war in einem Halter vertical eingeklemmt und der Draht mit dem Torsionskreis verbunden. Unten trug er einen Planspiegel (Fig. 13), an dem weiter ein verticaler Messingdraht mit V-förmigem Haken befestigt war. In letzterem ruhte der Bügel der oberen Cylinderfassung. Der untere Bügel war etwa in einem Einschnitt eines Brettchens festgeklemmt. An dem Drahthaken waren mittelst einiger Korkstücke zwei Metallringe

coaxial befestigt, die zusammen so schwer waren (ca. 270 g) wie der Balken mit zwei 100 g-Gewichten, womit das Drehungsmoment des Stahldrahtes bestimmt war.

Der Spiegel diente zur Beobachtung der Drehungen des oberen Cylinder- und unteren Drahtendes bei bekannten Drillungen des oberen Drahtendes. Letzteres wurde mittelst des Torsionskreises um einen Winkel $\Delta\vartheta$ (20° oder 40°) tordirt, die Einstellung der gespiegelten Scala abgelesen, wieder nach derselben Richtung tordirt, abermals abgelesen u. s. f., meist bis das Ende der Scala heranrückte; dann wurde der Torsionskreis in gleicher Weise zurückgedreht, bis der Cylinder etwa ebensoweit nach der anderen Seite tordirt war; hierauf kehrte man allmählich in die Ruhelage zurück. Auf die einzelnen Beobachtungen wurde möglichst dieselbe Zeit verwendet. Die beobachteten Scalentheile (mm, nicht genau Millimeter) sind zunächst mit der Correction $-n^3/3R^2$ versehen, wo n die Differenz des beobachteten Scalentheils vom Theilstrich 500, R den Abstand von Spiegel und Scala (in Scalentheilen) bedeutet, d. h. die Ablesungen sind auf eine nahezu kreisförmige Scala um den Torsionsdraht als Axe reducirt. In den Tabellen finden sich bei Nr. 4b die corrigirten Scalentheile unter σ direct angegeben, bei Nr. 2, 4a, 6 sind die σ Mittelwerthe aus zwei oder vier Beobachtungen.

In Fig. 14 sind die Werthe von σ bei Nr. 4b als Functionen des am Torsionskreis abgelesenen Winkels ϑ dargestellt. Die gezeichnete Curve ähnelt völlig den von Prof. Warburg¹⁾ beobachteten Magnetisirungscurven und zeigt damit die Analogie zwischen Coërcitivkraft und elastischer Nachwirkung. Die mechanische Arbeit, welche durch die von unserer Curve eingeschlossene Fläche gemessen wird, ist jedoch nicht völlig in Wärme umgesetzt, sondern findet sich mindestens zum Theil als wahrnehmbare Bewegung des elastischen Körpers; das Bild der Scala bewegte sich fortwährend ein wenig, nach jeder Umkehr am wenigsten.

In der letzten Spalte der Tabellen sind zur Uebersicht die Differenzen $\Delta\sigma$ je zweier aufeinander folgenden σ ange-

1) Warburg, Berichte der naturforsch. Ges. in Freiburg i. B. 8. p. 1. 1880.

geben. Der darunterstehende Mittelwerth ist aus den Differenzen je zweier um ein grösseres Intervall abstehenden σ berechnet.

Das Drehungsmoment des Drahtes, zunächst für den Winkel $180^\circ/\pi$, wurde in bekannter Weise aus Schwingungen eines daran gehängten Balkens von veränderlichem Trägheitsmoment ermittelt. In einer ersten Versuchsreihe wurden zwei cylindrische 100 g-Gewichte im gegenseitigen Abstand von 5,9397 cm und von 25,9907 cm an dem Balken aufgehängt; eine ganze Schwingung dauerte 7,829, bezw. 23,386 sec. Daraus ergibt sich jenes Drehungsmoment gleich $2602,4 \text{ g cm}^2/\text{sec}^2$. Bei der zweiten Versuchsreihe entsprach den Abständen von 15,9820 cm und 25,9907 cm eine ganze Schwingungsdauer von 15,13, bezw. 23,47 sec. Hiernach findet sich das Drehungsmoment gleich $2575,9 \text{ g cm}^2/\text{sec}^2$. Der Mittelwerth ist $2589,1 \text{ g cm}^2/\text{sec}^2$, und es folgt hieraus durch Multiplication mit $\pi/180$:

$$\tau = 45,19 \frac{\text{g cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

Der mittleren Scalendifferenz $\Delta\sigma$ entspricht eine Drehung der Spiegelnormale $\Delta\varphi$, nach Graden gemessen, in der Weise, dass:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\Delta\sigma}{R} = 28,648^\circ \frac{\Delta\sigma}{R}.$$

Die Vermehrung oder Verminderung des vom Draht ausgeübten Drehungsmomentes beträgt $\tau(\Delta\vartheta - \Delta\varphi)$, weil $\Delta\vartheta - \Delta\varphi$ der Zuwachs oder die Abnahme des Drillungswinkels ist; gleiche Grösse hat, wenn wir ohne Rücksicht auf die thatsächlich vorhandene Nachwirkung Gleichgewicht annehmen, die Aenderung:

$$F \cdot \frac{\pi^2 r^4}{360 \cdot l} \cdot \Delta\varphi$$

des Drehungsmomentes des tordirten Leimcylinders, mithin ist (wenn sich F , r , l auf den Cylinder, τ auf den Draht, wie bisher, bezieht):

$$(4) \quad F = \tau \cdot \frac{360 \cdot l}{\pi^2 r^4} \cdot \frac{\Delta\vartheta - \Delta\varphi}{\Delta\varphi}.$$

Bei Nr. 2 und 4b gingen die Dehnungen den Torsionen voraus, bei Nr. 4a und 6 war die Reihenfolge umgekehrt. Drei der gefundenen Werthe für μ gehen über das Maximum 0,5

hinaus, einer bleibt weit dahinter zurück. Diese Ungenauigkeit ist wohl zum grössten Theil dem Umstand zuzuschreiben, dass zwei getrennte Versuchsreihen mit verschiedenen Aufstellungen vorgenommen werden mussten.

Nr. 2.

Dehnungs- und Torsionselasticität
eines Cylinders aus 1 Gewichtstheil Gelatine, 5 Wasser.

$l = 8,30$ cm Länge } des Cylinders,
 $2r = 2,21$ cm Durchmesser }

$1 \text{ sc.} = 0,006\,165$ cm (Mikroskop),

$g = 980,9$ cm/sec² Fallbeschleunigung,

$R = 3296$ mm Entfernung von Spiegel und Scala,

$\tau = 45,19$ g cm²/sec² Drehungsmoment des Drahtes bei
1° Torsion.

Gewicht	Verlänge- rung des Cylinders	Elasticitäts- modul $\frac{gPl}{r^2\pi\Delta l}$	Einstellung am Torsions- kreis	Spiegel- ablesung	Diffe- renzen
P	Δl	E	ϑ	σ	$\Delta\sigma$
g	sc.	g/cm sec ²		mm	mm
2	2,05	336 000	260°	131	152
5	4,6	374	280	283	154
10	8,0	430	300	437	166
20	16,1	428	320	603	159
50	37,4	460	340	762	
100	72,4	475			

Mittelwerthe: $E = 417\,000 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$, $\Delta\sigma = 158$ mm.

$\Delta\vartheta = 20^\circ$ Unterschied aufeinanderfolgender Einstellungen
am Torsionskreis,

$\Delta\varphi = 28,648^\circ \frac{\Delta\sigma}{R} = 0,137\,5^\circ$ zugehörige Ablenkung der Spie-
gelnormale,

$$F = \tau \cdot \frac{360^\circ \cdot l}{\pi^2 r^4} \cdot \frac{\Delta\vartheta - \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = 124\,000 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2} \text{ Torsionsmodul,}$$

$$\mu = \frac{E}{2F} - 1 = 0,678.$$

Nr. 4a.

Dehnungs- und Torsionselasticität
eines Cylinders aus Tischlerleim, Glycerin und Wasser.

$l = 6,235$ cm Länge
 $2r = 1,88$ cm Durchmesser } des Cylinders,

1 sc. = 0,006 165 cm (Mikroskop),

$R = 2400$ mm Entfernung von Spiegel und Scala,

$\tau = 45,19$ g cm²/sec² Drehungsmoment des Drahtes bei
1^o Torsion.

Gewicht	Verlänge- rung des Cylinders	Elasticitäts- modul $\frac{g Pl}{\pi r^2 \Delta l}$	Einstellung am Torsions- kreis	Spiegel- ablesung	Diffe- renzen
P	Δl	E	ϑ	σ	$\Delta \sigma$
g	sc.	g/cm sec ²		mm	mm
10	3,8	941 000	340 ^o	583,9	59,1
20	6,8	1 057	0	643,0	58,6
30	9,2	1 167	20	701,6	60,0
50	18,0	994	40	761,6	58,9
100	39,4	908	60	820,5	60,3
			80	880,8	59,8
			100	940,6	
			100	46,6	51,3
			120	97,9	54,6
			140	152,5	52,8
			160	205,3	

Mittelwerthe: $E = 1\,013\,000 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$, $\Delta \sigma = 57,9$ mm.

$\Delta \vartheta = 20^{\circ}$ Aenderung am Torsionskreis,

$\Delta \varphi = 28,648^{\circ} \frac{\Delta \sigma}{R} = 0,691^{\circ}$ Ablenkung der Spiegelnormale,

$F = \tau \cdot \frac{360^{\circ} \cdot l}{\pi^2 r^4} \cdot \frac{\Delta \vartheta - \Delta \varphi}{\Delta \varphi} = 368\,000 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$ Torsionsmodul,

$\mu = \frac{E}{2F} - 1 = 0,375$.

Nr. 4b.

Dehnungs- und Torsionselasticität
des vorigen Cylinders, zwei Tage später.

$l_1 = 6,35$ cm,

$l_2 = 6,34$ cm,

$2r_1 = 1,763$ cm,

$2r_2 = 1,757$ cm,

1 sc. = 0,006 165 cm,

$R = 2384$ mm,

$P = 20$ g,

$\tau = 45,19$ g cm²/sec².

Ver- längerung	Elasticitäts- modul $\frac{g P l_1}{\pi r_1^2 \Delta l}$	Einstellung am Torsions- kreis ϑ	Spiegelablesung für abnehmendes und wachsendes ϑ		Differenzen	
Δl	E	ϑ	σ		$\Delta \sigma$	
sc.	g/cm sec ²		mm	mm	mm	mm
3,45	2 400 000	160°		779		47
3,8	2 18	140	752	732	33	44
3,9	2 12	120	719	688	34	44
3,6	2 30	100	685	644	38	46
3,65	2 27	80	647	598	39	44
3,7	2 24	60	608	554	39	42
3,55	2 33	40	569	512	40	40
3,9	2 12	20	529	472	42	41
3,3	2 51	0	487	431	40	38
3,85	2 15	340	447	393	42	39
		320	405	354	43	37
		300	362	317	44	35
		280	318	282	45	33
		260	273	249	44	
		240	229			

$$\text{Mittel: } E = 2260000 - \frac{g}{\text{cm sec}^2},$$

$$\Delta \sigma = 40,8 \text{ mm.}$$

$$\Delta \vartheta = 20^\circ,$$

$$\Delta \varphi = 0,490^\circ,$$

$$F = \tau \cdot \frac{360^\circ \cdot l_2}{\pi^2 r_2^4} \cdot \frac{\Delta \vartheta - \Delta \varphi}{\Delta \varphi} = 699000 - \frac{g}{\text{cm sec}^2},$$

$$\mu = \frac{E}{2F} - 1 = 0,618.$$

Nr. 6.

Dehnungs- und Torsionselastizität
eines Cylinders aus 1 Gewichtstheil Gelatine, 1 Glycerin,
< 2 Wasser.

$$l_1 = 11,0 \text{ cm, } l_2 = 11,35 \text{ cm, } 2r = 2,06 \text{ cm, } 1 \text{ sc.} = 0,006165 \text{ cm,}$$

$$R = 2457 \text{ mm, } \tau = 45,19 \text{ g cm}^2/\text{sec}^2.$$

Gewicht	Ver- längerung	Elasticitätsmodul $\frac{g P l_1}{\pi r^2 \Delta l}$
P	Δl	E
g	sc.	g/cm sec ²
10	2,6	2 040 000
20	4,9	2 16
30	8,0	1 96
40	11,4	1 85
50	13,8	1 90

Mittelwerth:

$$E = 1980000 \text{ g/cm sec}^2.$$

Einstellung am Torsions- kreis	Spiegel- ablesung	Diffe- renzen	Einstellung am Torsions- kreis	Spiegel- ablesung	Diffe- renzen
ϑ	σ	$\Delta\sigma$	ϑ	σ	$\Delta\sigma$
	mm	mm		mm	mm
120°	940	96	280°	431	100
80	844	99	240	331	96
40	745	99	200	235	94
0	646	116	160	141	91
320	530	99	120	50	
280	431				

Mittelwerth:

$$\Delta\sigma = 100,7 \text{ mm.}$$

$$\Delta\vartheta = 40^\circ,$$

$$\Delta\varphi = 1,174^\circ,$$

$$F = \tau \cdot \frac{360^\circ \cdot l_2}{\pi^2 r^4} \cdot \frac{\Delta\vartheta - \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = 550\,000 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2},$$

$$\mu = \frac{E}{2F} - 1 = 0,800.$$

2) Directe Beobachtung zweier linearen Dilatationen.

Bei den Messungen Nr. 6a und 6d wurde ein Cylinder an dem Haken Fig. 2 aufgehängt und mit drei horizontalen Mikroskopen beobachtet, Fig. 15. Das eine ($\mathfrak{B}$) stand wie früher vor dem unteren Ende, zwei andere ($\mathfrak{R}$, $\mathfrak{L}$) rechts und links in mittlerer Höhe des Cylinders. Die Pfeile in der Figur fliegen vom Ocular zum Objectiv. $\mathfrak{L}$ war auf den vorderen, $\mathfrak{R}$ auf den hinteren Rand des Cylinders eingestellt.

0,1 cm nahm bei $\mathfrak{R}$ 20,36, bei $\mathfrak{L}$ 20,54 Scalentheile ein; bis auf $\frac{1}{2}$ Proc. konnte beiderseits:

$$0,1 \text{ cm} = 20,45 \text{ sct.}, \quad 1 \text{ sct.} = 0,004\,890 \text{ cm}$$

gesetzt werden.

Wie die Theilstriche der Ocularmikrometer gezählt wurden, zeigt die Figur.

Die Mikroskope wurden zuerst bei Belastung der Wagschale mit 0, 100, 0 g jedesmal in der Reihenfolge $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{B}$, dann bei den Belastungen 100, 0, 100 g in der Reihenfolge $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{B}$, dann wieder wie vorhin u. s. w. abgelesen. Für jede Belastung wurde das Mittel beider Beobachtungen von $\mathfrak{B}$ und die Diffe-

renz $\Re - \mathfrak{L}$ gebildet; durch Subtraction der für die Belastungen mit 100 g so erhaltenen Zahlen von dem Mittel der benachbarten für unbelastete Wagschale erhielt man die Grössen Δl und $-\Delta 2r$ der Tabellen.

An dem Quotienten μ_1 der hieraus berechneten Quercorrection und Längendilatation wurde eine Correction angebracht, um ihn auf unendlich kleine $\Delta l/l$ zu reduciren. Unser μ_1 ist nämlich eine Function von $\Delta l/l$, wie Röntgen¹⁾ hervorgehoben hat; mit μ bezeichnen wir den Grenzwert:

$$\lim_{\Delta l=0} - \frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l}.$$

Das Gesetz, wonach sich μ_1 ändert, ist nun im allgemeinen unbekannt. Würde sich das Volumen v des Cylinders bei der Dehnung nicht ändern, was nach unseren volumetrischen Versuchen annähernd der Fall ist, so hätte man:

$$\frac{v + \Delta v}{v} = 1 \quad \text{oder} \quad \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right) \left(1 - \mu_1 \frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1,$$

$$0 = 1 - 2\mu_1 + (\mu_1^2 - 2\mu_1) \frac{\Delta l}{l} + \mu_1^2 \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2.$$

Für $\Delta l/l = 0$ ergibt sich daraus:

$$0 = 1 - 2\mu \quad (\text{oder } \mu = \frac{1}{2}).$$

Also ist:

$$(5) \quad 2\mu = 2\mu_1 + (2\mu_1 - \mu_1^2) \frac{\Delta l}{l} - \mu_1^2 \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2.$$

Nach dem Muster dieser Gleichung, die auch für den allgemeineren Fall:

$$\frac{\Delta v}{v} = c \frac{\Delta l}{l}, \quad c = \text{const.}, \quad \text{also } \mu = \frac{1}{2}(1 - c)$$

gilt²⁾, berechnen wir μ aus μ_1 . Reducirt man die von Wertheim³⁾ in seinen Tabellen II. und III. niedergelegten Beob-

1) Röntgen, Pogg. Ann. 159. p. 601. 1876.

2) Leider habe ich versäumt, die Abhängigkeit von $\Delta v/v$ und $\Delta l/l$ zu verfolgen, wie dies Pulfrich (Wied. Ann. 28. p. 101 f.) für Kautschuk gethan hat.

3) Wertheim, Ann. de chim. et de phys. (3) 23. p. 52; Pogg. Ann. 78. p. 381. 1849.

achtungen an Kautschukstäben mit dieser Formel auf unendlich kleine Dilatationen, so ergibt sich für μ sehr nahe der Werth 0,5.

Nr. 6a.

Länge und Durchmesser des vorigen Cylinders,
beobachtet mit drei Mikroskopen.

$l = 9,68$ cm, $P = 100$ g, 1 sc. = 0,006 165 cm,
 $2r = 1,83$ „ 1 sct. = 0,004 890 „

Ver- längerung Δl	Längen- dilatation $\frac{\Delta l}{l}$	Zusammen- ziehung $-\Delta 2r$	Quer- contraction $-\frac{\Delta 2r}{2r}$	$-\frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l}$ μ_1
sc. 8,08	0,005 15	sct. 0,7	0,001 87	0,364
8,33	5 31	0,75	2 01	378
8,50	5 41	0,9	2 41	445
8,33	5 31	0,7	1 87	353
7,98	5 08	0,95	2 54	500

Mittel: $\Delta l/l = 0,005$ 25,

$\mu_1 = 0,408$

$$\mu = \mu_1 + \left(\mu_1 - \frac{\mu_1^2}{2} \right) \frac{\Delta l}{l} - \frac{\mu_1^2}{2} \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 = 0,410.$$

Nr. 6d.

Dieselben Beobachtungen wiederholt.

$l = 9,62$ cm, $P = 100$ g, 1 sc. = 0,006 165 cm,
 $2r = 1,757$ cm, 1 sct. = 0,004 890 „

Ver- längerung Δl	Längen- dilatation $\frac{\Delta l}{l}$	Zusammen- ziehung $-\Delta 2r$	Quer- contraction $-\frac{\Delta 2r}{2r}$	$-\frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l}$ μ_1
sc. 8,24	0,005 28	sct. 0,75	0,002 09	0,395
8,48	5 43	0,8	2 23	410
7,68	4 92	1,0	2 78	566
7,18	4 60	0,85	2 37	514
7,53	4 82	0,9	2 50	519
7,85	5 03	0,925	2 57	511

Ver- längerung Δl	Längen- dilatation $\frac{\Delta l}{l}$	Zusammen- ziehung $-\Delta 2r$	Quer- contraction $-\frac{\Delta 2r}{2r}$	$-\frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l}$ μ_1
sc. 7,90 8,40 7,95 7,68 8,05 7,68 7,98	0,005 07 5 38 5 10 4 92 5 16 4 92 5 11	set. 0,8 0,825 1,025 0,9 0,9 0,975 0,875	0,002 23 2 30 2 85 2 50 2 50 2 71 2 43	0,440 426 560 509 485 551 476

Mittel: $\Delta l, l = 0,005\ 06,$ $\mu_1 = 0,489$ $\mu = 0,491.$

Bei den Beobachtungen Nr. 12 ist zur Bestimmung von μ_1 folgender Weg eingeschlagen worden. Auf eine matte Glasplatte wurde mit einem Anilinfarbstoff ein Rechteck gezeichnet, dessen Seiten sich über die Ecken hinaus noch etwas fortsetzten; die Platte wurde dann mit einem Leimband in Berührung gebracht, sodass sich das Viereck in aufrechter Stellung auf das Band übertrug. Darauf wurden von dem vertical hängenden Band, das unten die Schale mit oder ohne Gewicht trug, durch vorsichtiges Andrücken von Papierstücken 20 Abzüge gefertigt, welche das Rechteck im gedehnten und ungedehnten Zustande darstellten. Die vier Seiten der Rechtecke wurden sodann unter einem Glasmaassstab gemessen; das Mittel der zwei verticalen Seiten ist als Höhe, das der horizontalen als Breite bezeichnet.

Nr. 12.

Dimensionen eines Rechtecks

auf einem Band von etwa 20 cm Länge, 3 cm Breite, 0,5 cm Dicke.

 $P = 50\text{ g.}$

Höhe des unge- dehnten Rechtecks l	Ver- längerung Δl	Längen- dilatation $\Delta l/l$	Breite des unge- dehnten Rechtecks b	Ver- schmäle- rung $-\Delta b$	Quer- contrac- tion $-\Delta b/b$	$-\frac{\Delta b/b}{\Delta l/l}$ μ_1
cm 1,772 1,773	cm 0,122 129	0,068 9 72 8	cm 1,686 1,683	cm 0,061 67	0,036 2 39 8	0,525 547

Höhe des unge- dehnten Rechtecks	Ver- längerung	Längen- dilatation	Breite des unge- dehnten Rechtecks	Ver- schmäle- rung	Quer- contrac- tion	$-\frac{\Delta b/b}{\Delta l/l}$
l	Δl	$\Delta l/l$	b	$-\Delta b$	$-\Delta b/b$	μ_1
cm	cm		cm	cm		
1,774	0,130	0,073 3	1,678	0,059	0,035 2	0,480
1,772	139	78 4	1,672	52	31 1	397
1,773	145	81 8	1,675	70	41 8	511
1,799	142	78 9	1,655	68	41 1	521
1,778	175	98 4	1,664	74	44 5	452
1,799	151	83 9	1,663	78	46 9	559
1,786	176	98 5	1,648	70	41 5	421
1,825	130	71 2	1,639	61	37 2	523

Mittel: $\Delta l/l = 0,080 6$ $\mu_1 = 0,494$

$$\mu = \mu_1 + \left(\mu_1 - \frac{\mu_1^2}{2} \right) \frac{\Delta l}{l} - \frac{\mu_1^2}{2} \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 = 0,523.$$

Von ähnlicher Grösse wie dies Rechteck sind die unter Nr. 16 c gemessenen Dimensionen.

An einem vertical hängenden Cylinder wurden einige Quecksilbertröpfchen angebracht, zwei ungefähr an den Enden eines horizontalen Durchmessers, drei in ähnlichen Abständen vertical übereinander. Das Mikroskop wurde auf eins von zwei Quecksilbertröpfchen gerichtet, deren Abstand gemessen werden sollte. Um das andere in das Gesichtsfeld zu bringen, wurde ein Fresnel'sches Parallelepipedum vor dem Objectiv angebracht, ein flaches Glasprisma, dessen Grundfläche ein gewisses Parallelogramm ist, und dessen Seiten zur Grundfläche senkrecht stehen. Wird das Parallelepipedum, wie Fig. 16 zeigt, so aufgestellt, dass die zwei kleinsten Flächen zur optischen Axe des Mikroskops senkrecht stehen und die eine das Objectiv halb verdeckt, so wird ein der Axe parallel einfallender Lichtstrahl nach dem Durchgang durch das Parallelepipedum, wobei er zweimal totale Reflexion erleidet, seiner ursprünglichen Richtung wieder parallel, aber seitlich verschoben sein. Der Weg, den er im Glase zu durchlaufen hat, muss gleich sein dem Abstand der Vorder- und Hinterfläche, multiplicirt mit dem Brechungsexponenten des Glases gegen Luft. Zwei Punkte einer zur Axe normalen Ebene, von denen einer durch

die Luft, der andere durch das Prisma an derselben Stelle des Gesichtsfeldes gesehen wird, haben dann gegeneinander keine Parallaxe. Zwei Punkte (Theilstriche eines Maassstabs) von bekanntem Abstand und das Ocularmikrometer dienten, den wirklichen Abstand scheinbar zusammenfallender Punkte ein für allemal festzustellen.

Die Lage der Bilder zweier Marken wurde auf dem Ocularmikrometer abgelesen, der Cylinder belastet und wieder die Lage der Punkte bestimmt. Vor und nach diesen vier Beobachtungen wurde mit einem anderen Mikroskop die Lage des unteren Endes des Cylinders festgestellt. Die mit der Quercontraction — $\Delta 2r/2r$ gleichzeitig beobachtete Längendilatation $\Delta L/L$ des ganzen Cylinders, und die mit der Längendilatation in der Mitte des Cylinders, $\Delta' l/l$ gleichzeitig beobachtete Längendilatation $\Delta' L/L$ des ganzen Cylinders waren nicht genau gleich. Es ist anzunehmen, dass die Längendilatation $\Delta l/l$ in der Mitte, welche bei der Beobachtung von — $\Delta 2r/2r$ stattfand, sich zu der gemessenen $\Delta' l/l$ verhielt wie $\Delta L/L$ zu $\Delta' L/L$.

Nr. 16c.

Abstände markirter Punkte

(beobachtet mit dem Mikroskop und dem Fresnel'schen Parallelepipedum) an einem Cylinder aus 1 Gewichtstheil Gelatine,
5 Wasser.

$L = 11,5$ cm Länge des Cylinders, 1 Sc. = 0,006 492 cm,
 $P = 100$ g, 1 sc. = 0,006 165 cm.

Ver- längerung des ganzen Cylinders	Längen- dilatation des ganzen Cylinders	Durchmesser	Zusammen- ziehung	Quer- contraction
ΔL	$\Delta L/L$	$2r$	— $\Delta 2r$	— $\Delta 2r/2r$
Sc.		sc.	sc.	
95,8	0,054 1	298,5	7,35	0,024 6
94,3	53 2	298,1	6,9	23 2
93,4	52 7	297,5	7,55	25 4
94,5	53 3	299,5	6,75	22 5

Mittel: $\frac{\Delta L}{L} = 0,053 \text{ 3,}$ — $\frac{\Delta 2r}{2r} = 0,023 \text{ 9.}$

Ver- längerung des ganzen Cylinders	Längen- dilatation des ganzen Cylinders	Verticalab- stand zweier Punkte	Zunahme des Abstandes	Längen- dilatation
ΔL	$\Delta L/L$	l	Δl	$\Delta l/l$
sc.		sc.	sc.	
98,0	0,055 3	319,8	16,4	0,051 3
106,1	59 9	320,7	17,1	53 3
92,8	52 4	321,0	17,25	53 7
100,7	56 8	330,5	19,7	59 6

Mittel: $\Delta L/L = 0,056 1$, $\Delta l/l = 0,054 5$.

$$\frac{\Delta l}{l} : \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta L}{L} : \frac{\Delta L}{L}, \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{\Delta L}{L} : \frac{\Delta L}{L} = 0,051 8,$$

$$\mu_1 = - \frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l} = 0,462, \quad \mu = 0,480.$$

Bei einer vierten Beobachtungsreihe dieser Gruppe lag die kleine Stelle des Cylinders, deren Deformationen untersucht wurden, ganz im Gesichtsfeld des Mikroskops. Es würde genügen, die beiden Coordinaten eines am Cylinder markirten Punktes in Bezug auf die durch einen zweiten gelegte Horizontalebene und Verticallinie bei verschiedenen Dehnungen zu bestimmen. Ich maass jedoch den horizontalen Abstand zweier Punkte (Quecksilbertröpfchen) und den verticalen zweier anderen (nach Drehung des Oculars um 90°). Proportional jenem horizontalen Abstand ist der Durchmesser, vorausgesetzt, dass die Structur des Cylinders in allen benachbarten Punkten gleicher Höhe und gleicher Entfernung von der Axe dieselbe und gegen letztere in gleicher Weise orientirt ist.

Nr. 10c.

Abstände markirter Punkte
im Gesichtsfeld des Mikroskops.

 $P = 200 \text{ g}$, $1 \text{ sc.} = 0,006 165 \text{ cm.}$

Vertical- abstand b. unge- dehntem Cylinder	Aende- rung des Vertical- abstandes	Längen- dilatation	Horizon- talabstand bei unge- dehntem Cylinder	Abnahme des Hori- zontal- abstandes	Quer- contrac- tion	$-\frac{\Delta b/b}{\Delta l/l}$
l	Δl	$\Delta l/l$	b	$-\Delta b$	$-\Delta b/b$	μ_1
sc.	sc.		sc.	sc.		
44,2	2,1	0,047 5	39,4	0,8	0,020 3	0,427
44,22	2,37	53 7	39,35	0,85	21 6	402

Vertical- abstand b. unge- dehntem Cylinder l	Ände- rung des Vertical- abstandes Δl	Längen- dilatation $\Delta l/l$	Horizon- talabstand bei unge- dehntem Cylinder b	Abnahme des Hori- zontal- abstandes $-\Delta b$	Quer- contra- ction $-\Delta b/b$	$-\frac{\Delta b/b}{\Delta l/l}$ μ_1
sc. 44,38	sc. 1,93	0,043 4	sc. 39,35	sc. 0,85	0,021 6	0,498
44,35	2,25	50 7	39,4	1,0	25 4	500
44,35	2,35	53 0	39,47	0,97	24 7	466

Mittel: $\Delta l/l = 0,049 7,$ $\mu_1 = 0,459$

$$\mu = \mu_1 + \left(\mu_1 - \frac{\mu_1^2}{2} \right) \frac{\Delta l}{l} - \frac{\mu_1^2}{2} \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 = 0,476.$$

3) Beobachtung der Länge und des Leitungswiderstandes.

Diese neue Methode zur Bestimmung von μ hat Herr Professor Quincke mir angegeben. Sie setzt voraus, dass der spezifische Widerstand der Substanz im gedehnten Zustand merklich eben so gross ist wie im natürlichen.

Der spezifische Widerstand eines homogenen Cylinders sei in einer willkürlichen Einheit gleich $1/\pi$. Dann hat der Widerstand w die Grösse l/r^2 . Durch Dehnen geht w über in:

$$w + \Delta w = \frac{l + \Delta l}{(r + \Delta r)^2},$$

und es ist, unabhängig von der Widerstandseinheit:

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{\frac{l + \Delta l}{r^2 + 2r \Delta r + \Delta r^2} - \frac{l}{r^2}}{\frac{l}{r^2}} = \frac{1 + \frac{\Delta l}{l}}{1 + 2 \frac{\Delta r}{r} + \left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2} - 1$$

$$= \frac{\frac{\Delta l}{l} + 2\mu_1 \frac{\Delta l}{l} - \mu_1^2 \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2}{1 - 2\mu_1 \frac{\Delta l}{l} + \mu_1^2 \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2},$$

$$\frac{\frac{\Delta w}{w}}{\frac{\Delta l}{l}} = 1 + 2\mu_1 + (2\mu_1 + 3\mu_1^2) \frac{\Delta l}{l} + (3\mu_1^2 + 4\mu_1^3) \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \dots$$

Wir setzen:

$$\frac{\Delta w/w}{\Delta l/l} = 1 + 2\mu_0.$$

Dann ist:

$$2\mu_0 = 2\mu_1 + (2\mu_1 + 3\mu_1^2) \frac{\Delta l}{l} + (3\mu_1^2 + 4\mu_1^3) \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \dots$$

Aus dieser Gleichung folgt in Verbindung mit:

$$(5) \quad 2\mu = 2\mu_1 + (2\mu_1 - \mu_1^2) \frac{\Delta l}{l} - \mu_1^2 \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2:$$

$$2(\mu_0 - \mu) = 4\mu_1^2 \frac{\Delta l}{l} + (4\mu_1^2 + 4\mu_1^3) \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \dots$$

Nun ist:

$$4\mu_1^2 = 4\mu_0^2 - 4\mu_0(2\mu_0 + 3\mu_0^2) \frac{\Delta l}{l} + \dots,$$

$$4\mu_1^3 = 4\mu_0^3 + \dots,$$

also:

$$2(\mu_0 - \mu) = 4\mu_0^2 \frac{\Delta l}{l} + (-4\mu_0^2 - 8\mu_0^3) \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \dots$$

oder:

$$\mu = \mu_0 - 2\mu_0^2 \frac{\Delta l}{l} + (2\mu_0^2 + 4\mu_0^3) \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \dots$$

Die Widerstandsbestimmung geschah nach der Brückenmethode mit Wechselströmen und Telephon als Galvanoskop. Die Apparate (s. Fig. 17) waren: ein Inductor und eine Brückenwalze nach Kohlrausch, und ein oder zwei Siemens'sche Telephone. Der Inductor wurde durch einen Bunsen'schen Becher erregt. Als Vergleichswiderstand (W der Figur) dienten 1000 oder 100 S.-E. Der Widerstand der Zuleitung betrug bei Nr. 13 nur 0,106 S.-E., konnte also sonst vernachlässigt werden. Die Einstellung auf das Minimum des Tons war etwas unsicher. Jede Widerstandsmessung der Tabellen ist als Mittel der für zwei Einstellungen der Brückenwalze berechneten Widerstände gefunden. Dem Gemisch, woraus Cylinder Nr. 13 und Band Nr. 14 gegossen sind, ist zur Verbesserung des Leitungsvermögens etwas Kochsalz zugesetzt worden.

Bei Cylinder 13 wurde gleichzeitig mit Länge und Widerstand der Durchmesser in der Mitte mittelst des Stangenzirkels

gemessen. Die Zahlen sind Mittel aus je zwei zu Anfang und Ende jeder bestimmten Belastung gemachten Messungen.

Das aus den directen Beobachtungen von Länge und Dicke abgeleitete μ stimmt ziemlich schlecht mit dem aus den Widerstandsänderungen berechneten überein. Letztere Werte sind nach allen drei Beobachtungsreihen wesentlich kleiner als 0,5. Vielleicht lässt sich daraus schliessen, dass das Leitungsvermögen in der Richtung des Zuges beim Dehnen grösser geworden ist. Analog fand Mach¹⁾, dass Leimcylinder durch Dehnen optisch positiv doppelbrechend werden, womit Bertin's²⁾ Beobachtung übereinstimmt, dass käufliche Gelatineplatten, wie sie zuweilen von Lithographen gebraucht werden, sich optisch negativ verhalten.

Nr. 10a.

Länge und Widerstand
eines Cylinders aus 1 Gewichtstheil Gelatine, 2 Glycerin.

$l = 11,50$ cm Länge des Cylinders,

1 sc. = 0,006 165,

$P = 100$ g.

Verlängerung	Längendilatation	Widerstand des ungedehnten Cylinders	Widerstandszunahme		$\frac{\Delta w/w}{\Delta l/l}$	
Δl	$\Delta l/l$	w	Δw	$\Delta w/w$	$1 + 2\mu_0$	μ_0
sc.		S.-E.	S.-E.			
80,9	0,043 4	7 230	584	0,080 8	1,862	0,431
79,9	42 8	7 235	594	82 2	1,918	459
80,2	43 0	7 238	572	79 1	1,839	420
80,9	43 4	7 240	600	82 9	1,911	455
82,0	43 9	7 244	598	82 5	1,878	439

Mittel: $\Delta l/l = 0,043$ 3,

$\mu_0 = 0,441$

$$\mu = \mu_0 - 2\mu_0^2 \frac{\Delta l}{l} + (2\mu_0^2 + 4\mu_0^3) \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \dots = 0,426.$$

1) Mach, Optisch-akustische Versuche. Prag 1873.

2) Bertin, Ann. de chim. et de phys. 15. p. 129. 1878. Vgl. Klocke, N. Jahrb. f. Mineral. 2. p. 249. 1882.

Nr. 13.

Länge, Durchmesser und Widerstand
eines Cylinders aus 1 Gewichtstheil Gelatine, 4 Wasser,
0,2 Kochsalz.

$l = 11,05$ cm Länge des Cylinders,

1 sc. = 0,006 165 cm (Mikroskop),

1''' = 0,225 03 cm (Stangenzirkel),

$P = 50$ g.

Ver- längerung	Längen- dilatation	Durch- messer des ungedehnten Cylinders	Zu- sammen- ziehung	Quer- contraction	$-\frac{\Delta 2r/2r}{\Delta l/l}$
Δl	$\Delta l/l$	$2r$	$-\Delta 2r$	$-\Delta 2r/2r$	μ_1
sc.		'''	'''		
54,6	0,030 5	8,70	0,167 5	0,019 2	0,632
54,2	30 2	8,69	170	19 6	647
54,05	30 2	8,70	157 5	18 1	600
56,35	31 4	8,70	175	20 1	655
56,1	31 3	8,66	187 5	21 7	692
55,85	31 2	8,46	162 5	19 2	616
56,35	31 4	8,44	160	19 0	603
56,7	31 6	8,42	180	21 4	676
57,25	31 9	8,39	170	20 3	634

Mittel: $\Delta l/l = 0,031$ 1,

$\mu_1 = 0,639$.

$$\mu = \mu_1 + \left(\mu_1 - \frac{\mu_1^2}{2} \right) \frac{\Delta l}{l} - \frac{\mu_1^2}{2} \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 = 0,653.$$

Widerstand des ungedehnten Cylinders	Widerstands- zunahme		$\frac{\Delta w/w}{\Delta l/l}$	
w	Δw	$\Delta w/w$	$1 + 2\mu_0$	μ_0
S.-E.	S.-E.			
103,7	6,20	0,059 9	1,964	0,482
103,4	5,55	53 7	1,775	388
103,5	5,61	54 2	1,798	399
103,9	5,57	53 6	1,704	352
104,4	5,76	55 2	1,763	381
105,1	6,06	57 6	1,850	425
105,0	6,05	57 6	1,833	417
105,2	5,88	55 8	1,765	382
105,6	5,98	56 7	1,775	388

Mittel:

$\mu_0 = 0,402$.

$$\mu = \mu_0 - 2\mu_0^2 \frac{\Delta l}{l} + (2\mu_0^2 + 4\mu_0^3) \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \dots = 0,392.$$

Nr. 14.

Länge und Widerstand
eines Bandes aus Leim und Kochsalz.

$$P = 20 \text{ g.}$$

Länge	Verlängerung	Längendilatation	Widerstand	Widerstandszunahme		$\frac{\Delta w/w}{\Delta l/l}$	
l	Δl	$\Delta l/l$	w	Δw	$\Delta w/w$	$1 + 2\mu_0$	μ_0
cm	cm		S.E.	S.E.			
9,86	0,150	0,015 2	286	6,86	0,024 0	1,579	0,289
9,88	135	13 7	287	8,17	28 4	2,080	540
9,88	135	13 7	289	5,85	20 2	1,477	239
9,88	136	13 7	293	7,90	27 0	1,963	481
9,89	128	12 9	295	7,33	24 9	1,929	465

Mittel: $\Delta l/l = 0,013 8,$

$\mu_0 = 0,403.$

$$\mu = 0,398.$$

4) Längen- und Volumendilatation.

Die Messung der gleichzeitig stattfindenden Aenderungen von Länge und Volumen liefert μ unter der Voraussetzung p. 640:

$$\frac{\Delta v}{v} = c \frac{\Delta l}{l}, \quad c = \text{const.}:$$

$$\mu = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta v/v}{\Delta l/l} \right).$$

Die Methode von Cagniard Latour wurde dahin abgeändert, dass der Cylinder durch magnetische Fernwirkung gedehnt wurde. Ein geräumiges Probirglas wurde mit Rapsöl gefüllt und mit einem guten Kork verschlossen, s. Fig. 8. Durch dessen Mitte ging ein Messingdraht mit Haken, seitlich und zu ihm parallel eine Capillarröhre; der Stand des Oeles konnte mit den Strichen eines dahinter befestigten Glasmaassstabs verglichen werden. — Ein Brettchen mit zwei Löchern lag auf der Gabel eines Bunsen'schen Halters. Das Glasrohr und der Messingdraht wurden von unten durch die Löcher gesteckt und an letzterem eine cylindrische Klemmschraube befestigt, sodass das Probirglas ziemlich frei herabhing. — In dem

Haken des Messingdrahtes lag der obere Bügel des zu untersuchenden Cylinders. Der untere Bügel trug ein Stückchen Rundeisen von etwa 25 g Gewicht; bei Nr. 15 war es einfach am Cylinder durch Erwärmen festgeklebt.

Der Apparat wurde so aufgestellt, dass das Eisenstück sich etwas über der Verbindungslinie der Pole eines grösseren Electromagnetes befand. Der Strom eines Bunsen'schen Elements genügte, um das Eisenstück einige Millimeter abwärts zu ziehen. Das Probirglas wurde so an das eine Polende gehalten, dass es bei der Erregung des Electromagnetes keine Erschütterung erfuhr. Um Wärmestrahlen abzuhalten, war das Glas lose mit Stanniol umhüllt, in das die nöthigen Oeffnungen geschnitten waren.

Das Volumen des Cylinders änderte sich beim Dehnen so wenig, dass am Stande der Flüssigkeit mit blossen Auge kaum ein Unterschied bemerkt werden konnte. Ich machte daher eine Reihe mikroskopischer Beobachtungen. Bei Nr. 16b, wo sie am besten durchgeführt sind, wurde der Strom von 15 zu 15 sec. abwechselnd geschlossen und geöffnet; jeweils kurz vorher fand eine Ablesung statt. Erst wurde 17 mal ein Strich des Maassstabes beobachtet, um die Senkung des ganzen Apparates in Rechnung ziehen zu können; dann das Eisenstück (9mal), dann der Stand der Flüssigkeit (65 mal), dann abermals das Eisen (8mal) und der Maassstab (21 mal). Die Senkung des Apparats wurde zu 0,34 sc. und 0,30 sc. gefunden (1 sc. = 0,006 165 cm), die Senkung des Eisenstücks zu 65,7 Sc. bis 65,1 Sc. (1 Sc. = 0,006 492 cm), die Hebung des tiefsten Punktes der capillaren Flüssigkeitsoberfläche zu +0,95 sc., bis -0,4 sc., im Mittel -0,032 sc. Die mittlere Senkung des Apparats ist von der des Eisenstückes zu subtrahiren, zur Hebung des Flüssigkeitsstandes zu addiren, wodurch letzterer einen positiven Werth bekommt. So sind die Zahlen *A* und *A*_h der Tabelle erhalten worden.

Der Querschnitt des Steigrohrs wurde durch Wägung einer kleinen Quecksilbermenge bestimmt, die eine gemessene Länge im Rohr einnahm.

Nr. 15 und 16.

Länge und Volumen.

Nr. 15. Cylinder aus 3 Gewichtstheilen Gelatine, 10 Wasser,
0,4 Kochsalz.

$$\left. \begin{array}{l} l = 8,9 \text{ cm Länge} \\ v = 28,4 \text{ ccm Volumen} \end{array} \right\} \text{ des Cylinders.}$$

Nr. 16. Cylinder aus 1 Gewichtstheil Gelatine, 5 Wasser.

$$\begin{array}{l} l = 11,3 \text{ cm,} \\ v = 32,1 \text{ ccm.} \end{array}$$

Bei allen Versuchen:

$$q = 0,007374 \text{ qcm Querschnitt des Steigrohres.}$$

Nummer	Ver- länge- rung Δl	Längen- dilatation $\Delta l/l$	Erhebung der Flüssig- keit Δh	Volumen- zunahme $q \Delta h = \Delta v$	Volu- mendila- tation $\Delta v/v$	$\frac{\Delta v/v}{\Delta l/l}$ $1 - 2\mu$	μ
	cm		cm	ccm			
15a	0,354	0,039 8	0,006 68	493.10^{-7}	$17,4.10^{-7}$	436.10^{-7}	0,499 978
15b	333	37 4	3 93	290	10,2	273	0,499 986
16a	428	37 9	7 08	522	16,3	430	0,499 978
16b	423	37 4	1 78	151	4,1	110	0,499 994

Wir nennen zum Schluss noch einmal die Grössen, deren Messung μ zu berechnen erlaubte, zusammen mit den erhaltenen Resultaten. Der in Klammern beigefügte Ausdruck ist die einfachste Function von μ , die bei jeder Methode durch blosse Proportionsrechnung erhalten werden kann.

1) Dehnungs- und Torsionselasticität $(1 + \mu)$:

$$\begin{array}{cccc} \text{Nr.} & 2 & 4a & 4b & 6 \\ \mu = & 0,678 & 0,375 & 0,618 & 0,800 \\ & \text{Mittel } \mu = 0,618. \end{array}$$

2) Zwei lineare Deformationen (μ_1) :

$$\begin{array}{cccccc} \text{Nr.} & 6a & 6d & 12 & 16c & 10c & 13 \\ \mu = & 0,410 & 0,491 & 0,523 & 0,480 & 0,476 & 0,653 \\ & \text{Mittel } \mu = 0,5055. \end{array}$$

3) Länge und Widerstand ($1 + 2\mu_0$):

Nr.	10a	13	14
$\mu =$	0,426	0,392	0,398
Mittel $\mu = 0,405$.			

4) Länge und Volumen ($1 - 2\mu$):

Nr.	15a	15b	16a	16b
$\mu =$	0,499 978	0,499 986	0,499 978	0,499 994
Mittel $\mu = 0,499 984$.				

Wir ziehen aus diesen Resultaten, verbunden mit der für homogene Cylinder gültigen Ueberlegung, dass $\mu \leq 0,5$, den Schluss, dass für Gallerten aus Gelatine und zwei bis fünfmal soviel Wasser μ zwischen 0,499 9 und 0,5 liegt.

Heidelberg, im December 1885.

VIII. Untersuchungen über die Zeitdauer des Stosses von Cylindern¹⁾ und Kugeln; von Max Hamburger.

(Hierzu Taf. VI Fig. 7.)

Untersuchungen über den Stoss elastischer cylindrischer Stäbe sind von vielen Physikern angestellt worden; vor allen anderen waren es französische Forscher, die sich mit diesem Gegenstande beschäftigt haben; zuerst Cauchy²⁾, dann Poisson³⁾ und in neuerer Zeit St. Venant.⁴⁾ Der Letzte der Genannten hat das Problem am eingehendsten behandelt; er hat die Untersuchungen von Cauchy und Poisson discutirt und gezeigt, wie weit dieselben richtig sind. Er ist endlich übergegangen zu Stäben von verschiedenem Querschnitt, und hat für diesen Fall die Verrückungen,

1) Vorliegende Arbeit ist, soweit sie sich auf den Stoss von Cylindern bezieht, ein Auszug des Herrn Verfassers aus seiner Dissertation. (Breslau 1885).

2) Cauchy, Bull. de sc. de la soc. phil. p. 180. 1826.

3) Poisson, Traité de mécanique. 2. p. 331.

4) St. Venant, Liouv. Journ. 12. p. 237. 1867.

Donle Fig. 1-10. Maurer Fig. 11-18.