Construction einer Tafel für den *lapsus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen
 $r = 0$ und $r = \frac{2,10223029 \rho k^2 \mu}{\rho c^2 - 2 k^2 \mu}$, wenn r die Entfernung des bewegten Puncts vom Schwerpunct
 der anziehenden Masse μ , und k die Gauss'sche Zahl 0,01720209895 bedeutet, und für $r = \rho$ die
 Geschwindigkeit c stattfindet, von Herrn Dr. *Lehmann*.

(Fortsetzung von № 1020).

§ 12.

In dieser Tafel ist die Columnne für $\frac{r}{a}$, wie schon im
 vorigen § angedeutet worden, nicht etwa deswegen hinzu-
 gefügt, um zwischen diesen Werthen von s zu interpoliren;
 und noch weniger soll zwischen den für $x =$

0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7
 geltenden Werthen von $\log. \frac{r}{a}$ interpolirt werden. Die Co-

lunne für $\frac{r}{a}$ soll vielmehr nur dazu dienen, um die leicht-
 teste Auflösung der Aufgabe zu gewähren, aus dem gegebenen
 r das zugehörige t zu finden. Diese Columnne zeigt nämlich,
 wenn man $\frac{r}{a}$ für das gegebene r berechnet, sogleich, inner-
 halb welches Intervalls das zugehörige x sich befinden muss;
 und um zu beurtheilen, ob dieses x sich näher beim Anfang
 oder näher beim Ende des betreffenden Intervalls befindet,
 ist $\log. \frac{r}{a}$ für $x =$

$$8,855369. = \lg. 0,034459425 + 0,317789 + 0,00027325 = 8,855370.$$

Wir wollen den Gebrauch unserer Tafel an einigen Bei-
 spielen erläutern.

Gesetzt, ein Comet befinde sich, ähnlich dem von 1770,
 dem Jupiter sehr nahe, und habe von dessen Mittelpunct
 eine Entfernung $= 0,577685$ Erdbahn-Halbmessern und eine
 direct auf den Mittelpunct des Jupiter zu gerichtete Geschwin-
 digkeit, wonach er, wenn sie constant bliebe, in einem mitt-
 leren Sonnentage 0,0010234587 Erdbahn-Halbmesser zurück-
 legen würde; wenn nun der Jupiter in seiner Bewegung um
 die Sonne gehemmt, und die von der Sonne gegen den Jupiter
 und gegen den Cometen ausgeübte Anziehung vernichtet wäre,
 um wieviel würde der Comet sich dem Jupiter innerhalb
 0,325 eines mittleren Sonnentages nähern?

Hier ist $\rho = 0,577685$, $c = 0,0010234587$, und
 $\mu = \frac{1}{1047,871}$, also

0,1 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7
 hinzugefügt, und zwar vermittelt der auf Vernachlässigung
 von $\frac{d^3 y}{d x^3}$ gegründeten Formel

$$\log. \frac{r}{a} = \log. x + \frac{y + y'}{2} - \frac{1}{40} \Delta \frac{d y}{d x}$$

berechnet (wenn y das beim Anfang des betreffenden Inter-
 valls und y' das beim Ende dieses Intervalls stattfindende y ,
 und $\Delta \frac{d y}{d x}$ die Differenz der zugehörigen $\frac{d y}{d x}$ bedeutet). Für

diese Werthe von $\lg. \frac{r}{a}$ giebt es eine sehr einfache Con-
 trolle; ihre Summe muss gleich sein $\log. \frac{1.3.5.7.9.11.13.15.17}{1000000000} +$

der Summe der Tafelwerthe von y (wenn der letzte nur zur
 Hälfte angesetzt wird), $+ \frac{1}{40}$ der absoluten Differenz des
 1sten und letzten Tafelwerths von $\frac{d y}{d x}$; wir erhalten auf die-

sem Wege die identische Gleichung

$\log. \rho = 9,7616911.$	$\log. (2 k^2) = 6,7721930.$
$\log. (c^2) = 4,0201406.$	$\log. \mu = 6,9796922.$
$\log. (\rho c^2) = 3,7818317.$	$\log. (2 k^2 \mu) = 3,7518852.$

Da also $\rho c^2 > 2 k^2 \mu$, so findet der *lapsus hyperbolicus*
 statt, und man findet ferner:

$$\begin{aligned} \log. \rho &= 9,7616911. \\ \log. (k^2 \mu) &= 3,4508552. \\ \log. (\rho c^2 - 2 k^2 \mu) &= 2,6055063. \\ \log. \alpha &= 0,6070400 \\ \log. \sigma &= 9,1546511. \\ \log. (2 + \sigma) &= 0,3309765 \\ \log. \sqrt{2 \sigma + \sigma^2} &= 9,7428138. \\ 1 + \sigma &= 1,14277464 \\ \sqrt{2 \sigma + \sigma^2} &= 0,5531129 \\ 1 + \sigma + \sqrt{2 \sigma + \sigma^2} &= 1,6958875 \end{aligned}$$

$$\log. (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2}) = 0,2293970$$

$$0,460517018 \dots$$

$$46051701 \dots$$

$$20723265 \dots$$

$$690775 \dots$$

$$207232 \dots$$

$$16118 \dots$$

$$\sqrt{2\sigma + \sigma^2} = 0,5531129$$

$$\log. \text{nat.} (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2}) = 0,5282061$$

$$\sqrt{2\sigma + \sigma^2} - \log. \text{nat.} (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2}) = 0,0249068$$

Den letzteren Werth findet man auf kürzerem Wege aus unserer Tafel folgendermaassen. Zu $\log. \frac{\rho}{a} = \log. \sigma = 9,1546511$.

gehört ein x , welches zwischen 0,1 und 0,3 liegt, zu $\frac{\rho}{a} = \sigma = 0,14277464$ aber ein x , welches zwischen 0,0

$$\log. s = 9,146123. + 0,008528 - \left(0,04187 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,06119165}{0,20396629} \cdot 0,00156\right) \cdot \frac{0,06119165}{0,20396629} \Delta x;$$

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,06119165}{0,20396629}\right) = 9,1761.$$

$$\log. 0,00156 = 7,1931.$$

$$\log. 0,04187 = 8,6219.$$

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,06119165}{0,20396629} \cdot 0,00156\right) = 6,3692. \quad (40)$$

$$\log. \left(0,04187 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,06119165}{0,20396629} \cdot 0,00156\right) = 8,6243.$$

$$\log. \frac{0,06119165 \Delta x}{0,20396629} = 8,7782.$$

Zu $\log. x = 9,146123$. gehört also $\log. s = 9,146123. + 0,008528 - 0,002526 = \log. \sigma - 0,002526$ (man merke wohl, dass hier das zweimalige Erscheinen von $-0,002526$ ein blosser Zufall ist, und dass nun die zuletzt erschienene Grösse 0,002526, d. i. dasjenige, was dem gefundenen $\log. s$ noch fehlt um $\log. \sigma$ zu geben, zur Verbesserung von $\log. \xi$ benutzt werden muss). Da die Differentiation der aus der Gleichung (31) § 11 folgenden Gleichung $\log. s = \log. x + y$ die Gleichung

$$\frac{d \log. s}{d \log. x} = 1 + \frac{x}{a} \cdot \frac{d y}{d x}$$

gibt, das zu $\log. x = 9,146123$. gehörige $\frac{d y}{d x}$ aber (wenn

wir $\frac{d^3 y}{d x^3}$ vernachlässigen) $= 0,04187 + \frac{0,06119165}{0,20396629} \cdot 0,00156$

$= \text{Num. log. } 8,6267$. ist, so ist der zweite Näherungswerth von $\log. \xi =$

und 0,2 liegt; folglich liegt dies x , welches wir ξ nennen wollen, zwischen 0,0 und 0,2 und zwar näher an 0,2. Der 1ste Näherungswerth von ξ findet sich durch einfache Interpolation =

$$1 \cdot \Delta x \cdot \frac{0,20396629 - \sigma}{0,20396629 - 0,00000000} \Delta x = \left(1 - \frac{0,06119165}{0,20396629}\right) \Delta x;$$

$$\log. 0,06119165 = 8,7866922.$$

$$\log. 0,20396629 = 9,3095584.$$

$$\log. 1 = 0,0000000$$

$$\log. \frac{0,06119165}{0,20396629} = 9,4771338.$$

$$\log. \left(1 - \frac{0,06119165}{0,20396629}\right) = 9,845093.$$

$$\log. \Delta x = 9,301030.$$

also erster Näherungswerth von $\log. \xi = 9,146123$.

Zu diesem gehört aber nicht $\log. s = \log. \sigma$, sondern

$$9,146123. + \frac{0,002526}{1 + \frac{\text{Num. lg. } 9,146123.}{a} \text{Num. lg. } 8,6267.}$$

$$= 9,146123. + \frac{0,002526}{1 + \frac{1}{\text{Num. lg. } (0,4917 - 8,6267.)}}$$

$$= 9,146123. + \frac{0,002526}{\text{Num. lg. } 0,0059} = 9,146123. + \text{Num. lg. } 7,3965.,$$

also zweiter Näherungswerth von $\log. \xi$ und von ξ resp. $= 9,148615$. und 0,14080, und wir prüfen nun, ob diese Werthe von $\log. \xi$ und von ξ der Bedingung $\log. s = \log. \sigma$ Genüge thun, (zu welchem Zwecke zwar $\log. \xi$ in 6 Bruchstellen, ξ selbst aber nur in fünf gebraucht wird), welche Prüfung übrigens nur in geringen Abänderungen der letzten Ziffern der Werthe (40) besteht.

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,2 - 0,14080}{\Delta x}\right) = 9,1761. - 0,0058$$

$$\log. 0,04187 = 8,6219.$$

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,2 - 0,14080}{\Delta x} \cdot 0,00156\right) = 6,3692. - 0,0058 = 6,3634.$$

$$\log. \left(0,04187 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,2 - 0,14080}{\Delta x} \cdot 0,00156\right) = 8,6243.$$

$$\log. (0,2 - 0,14080) = 8,7723.$$

Zu $\log. x = 9,148615$. gehört also

$$\log. s = 9,148615. + 0,008528 - 0,002492 = \log. \sigma;$$

*) Läge ξ zwischen 0,2 und 0,4 und dabei näher an 0,4, so würde $2 \Delta x$ statt $1 \cdot \Delta x$ geschrieben werden müssen; u. s. w.

also ist $\log. \xi = 9,148615.$

$$\log. \sqrt{\xi} = 9,5743075.$$

$$\log. \frac{\sqrt{2}}{3} = 9,6733937.$$

$$\log. \frac{\xi \sqrt{2}}{3} = 8,3963162.$$

$$\frac{\xi \sqrt{2}}{3} = \sqrt{2\sigma + \sigma^2} - \log. \text{nat.} (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2}) = 0,0249067.$$

Dieser Werth wird durch obigen 0,0249068 controllirt. Die letztere Art, diesen Werth zu berechnen, ist der ersteren vorzuziehen, da sie durch die Kleinheit von σ nichts an ihrer Genauigkeit verliert, während die erstere bei sehr kleinen Werthen von σ sehr ungenau wird, indem die Differenz $\sqrt{2\sigma + \sigma^2} - \log. \text{nat.} (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2})$ alsdann sehr klein ist gegen $\sqrt{2\sigma + \sigma^2}$ und gegen $\log. \text{nat.} (1 + \sigma + \sqrt{2\sigma + \sigma^2})$. Wir fahren fort:

$$\log. (k^2 \mu) = 3,4508552.$$

$$\log. (a^3) = 1,8211200$$

$$\log. \frac{\xi \sqrt{2}}{3} = 8,3963162.$$

$$\log. \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) = 5,8148676.$$

$$\log. \left(\frac{a \xi}{3 k} \sqrt{\frac{2 a \xi}{\mu}} \right) = 2,5814486$$

Nun erst haben wir die Elemente der Bewegung bestimmt, nämlich $\log. a$ (entsprechend dem Logarithmus der halben Hauptaxe bei einer hyperbolischen Bahn) = 0,6070400, und $\frac{a \xi}{3 k} \sqrt{\frac{2 a \xi}{\mu}}$, d. i. die Zeit, innerhalb welcher, von der Entfernung ρ an, (wenn es möglich wäre) der Centralpunct erreicht werden würde, = 381,460 Tagen; nun kommen wir zur Beantwortung der eigentlichen Frage. Von 381,460 Tagen haben wir 0,325 Tage zu subtrahiren um t zu erhalten, weil gefragt wird, einen wie grossen Weg der Comet in 0,325 Tagen zurücklegt.

$$\log. \frac{9}{2} = 0,6532125$$

$$\log. (k^2 \mu) = 3,4508552.$$

$$\log. (t^2) = 5,1621576$$

$$\log. (a^3 x^3) = 9,2662253.$$

$$\log. (a x) = 9,7554084.$$

$$\log. a = 0,6070400$$

$$\log. x = 9,148368.$$

$$y \text{ (für } x = 0,2) = 8528$$

$$- \left(0,04187 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,2 - 0,14072}{\Delta x} \cdot 0,00156 \right) (0,2 - 0,14072) = -2496$$

$$\log. s = 9,154400.$$

Controlle:

$$\log. s = 9,154400.$$

$$\log. (2 + s) = 0,3309598$$

$$\log. \sqrt{2s + s^2} = 9,7426799.$$

$$1 + s = 1,1426921$$

$$\sqrt{2s + s^2} = 0,5529424$$

$$1 + s + \sqrt{2s + s^2} = 1,6956345$$

$$\log. (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) = 0,2293322$$

$$0,460517018 \dots$$

$$46051701 \dots$$

$$20723265 \dots$$

$$690775 \dots$$

$$69077 \dots$$

$$4605 \dots$$

$$460 \dots$$

$$\sqrt{2s + s^2} = 0,5529424$$

$$\log. \text{nat.} (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) = 0,5280569$$

$$\tau = 0,0248855$$

$$\log. \tau = 8,3959464.$$

$$\log. \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) = 5,8148676.$$

$$\log. t = 2,5810788$$

Die Controlle stimmt, indem der hier gefundene Werth von $\log. t$ die Hälfte des obigen von $\log. (t^2)$ ist. Wir fahren fort:

$$\sigma = 0,1427746$$

$$\log. (\sigma - s) = 5,916.$$

$$s = 0,1426921$$

$$\log. a = 0,607$$

$$\sigma - s = 0,0000825$$

$$\log. (a (\sigma - s)) = 6,523.$$

Folglich nähert der Comet sich dem Jupiter innerhalb des gegebenen Zeitraums um $a (\sigma - s) = 0,000333$ Erdbahnhalmmesser.

Um wieviel würde aber der Comet in 402,564 Tagen sich vom Jupiter entfernen, wenn er in einem Abstände = 0,577685 eine direct vom Jupiter abwärts gerichtete Geschwindigkeit = 0,0010234587 hätte?

$$\text{Hier findet man } t = 381,460 + 402,564 = 784,024,$$

$$\log. \left(\frac{9}{2} k^2 \mu \right) = 4,1040677.$$

$$\log. (t^2) = 5,7886586$$

$$\log. (a^3 x^3) = 9,8927263.$$

$$\log. (a x) = 9,9642421.$$

$$\log. a = 0,6070400$$

$$\log. x = 9,357202.$$

$$y \text{ (für } x = 0,2) = 8528$$

$$+ \left(0,04187 - \frac{1}{2} \cdot \frac{0,22762 - 0,2}{\Delta x} \cdot 0,00145 \right) (0,22762 - 0,2) = +1154$$

$$\log. s = 9,366884.$$

$$\log. (2 + s) = 0,3488395$$

$$\log. \sqrt{2s + s^2} = 9,8578617.$$

$$\begin{aligned}
 1 + s &= 1,2327470 \\
 \sqrt{2s + s^2} &= 0,7208778 \\
 1 + s + \sqrt{2s + s^2} &= 1,9536248 \\
 \log. (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) &= 0,2908411 \\
 &0,460517018... \\
 &207232658... \\
 &1842068... \\
 &92103... \\
 &2302... \\
 &230... \\
 \sqrt{2s + s^2} &= 0,7208778 \\
 \log. \text{nat.} (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) &= 0,6696864 \\
 \tau &= 0,0511914
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \log. \tau &= 8,709197. \\
 \log. \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) &= 5,814868. \\
 \log. t &= 2,894329 \\
 s &= 0,2327470 \\
 \sigma &= 0,1427746
 \end{aligned}$$

sondern $\log. s = 6,641329. + 0,000000 + \left(0,04343 - \frac{1}{2} \cdot \frac{s-0}{0,20396629} \cdot 0,00156 \right) \frac{s-0}{0,20396629} \Delta x;$

$$\begin{aligned}
 \log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s-0}{0,20396629} \right) &= 7,0393. \\
 \log. 0,00156 &= 7,1931. \\
 \log. 0,04343 &= 8,6378. \\
 \log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s-0}{0,20396629} \cdot 0,00156 \right) &= 4,2324. \\
 \log. \left(0,04343 - \frac{s-0}{0,20396629} \cdot 0,00156 \right) &= 8,6378. \\
 \log. \left(0,04343 - \frac{1}{2} \cdot \frac{s-0}{0,20396629} \cdot 0,00156 \right) &= 8,6378. \\
 \log. \left(\frac{s-0}{0,20396629} \Delta x \right) &= 6,6413.
 \end{aligned}$$

zu $\log. x = 6,641329.$ gehört also $\log. s = 6,641329. + 0,000000 + 0,000019 = 6,649857. - 0,008509$, und daraus ergibt sich der 2te Näherungswerth von $\log. x =$

$$\begin{aligned}
 &6,641329. + \frac{0,008509}{1 + \frac{\text{Num. lg. } 6,641329.}{\alpha} \text{Num. lg. } 8,6378.} \\
 &= 6,641329. + \frac{0,008509}{1 + \frac{1}{\text{Num. lg. } (2,9965 - 8,6378.)}} \\
 &= 6,641329. + \frac{0,008509}{\text{Num. lg. } 0,00002} = 6,641329. + \text{Num. lg. } 7,92986. \\
 &= 6,649838;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s - \sigma &= 0,0899724 \\
 \log. (s - \sigma) &= 8,95411. \\
 \log. a &= 0,60704 \\
 \log. (a (s - \sigma)) &= 9,56115. \\
 a (s - \sigma) &= 0,364042
 \end{aligned}$$

Folglich entfernt sich der Comet vom Jupiter innerhalb des gegebenen Zeitraums um 0,364042.

Wenn die Geschwindigkeit 0,0010234587 wiederum nach dem Jupiter zu gerichtet ist, wieviel Zeit wird dazu erfordert, dass der Comet sich von der Entfernung 0,577685 bis auf die Entfernung 0,0018067463 dem Jupiter nähere?

Hier ist $r = 0,0018067463$, also

$$\begin{aligned}
 \log. r &= 7,2568972. \\
 \log. a &= 0,6070400 \\
 \log. s &= 6,649857. \\
 s &= 0,000446537
 \end{aligned}$$

folglich liegt x zwischen 0,0 und 0,2 und zwar näher an 0,0. Der 1ste Näherungswerth von $\log. x$ ist =

$$\log. \left(0, \Delta x + \frac{s - 0,00000000}{0,20396629} \Delta x \right), \text{ also, weil}$$

$$\begin{aligned}
 \log. ((s - 0) \Delta x) &= 5,950887. \\
 \log. 0,20396629 &= 9,3095584. \\
 &= 6,641329. \text{ Zu diesem gehört aber nicht } \log. s = 6,649857.,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,00045-0}{\Delta x} \right) &= 7,0393. + 0,0119 \\
 \log. 0,04343 &= 8,6378. \\
 \log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,00045-0}{\Delta x} \cdot 0,00156 \right) &= 4,2324. + 0,0119 = 4,2443. \\
 \log. \left(0,04343 - \frac{1}{2} \cdot \frac{0,00045-0}{\Delta x} \cdot 0,00156 \right) &= 8,6378. \\
 &= 6,6498.
 \end{aligned} \quad (41)$$

Zu $\log. x = 6,649838.$ gehört also

$\log. s = 6,649838. + 0,000000 + 0,000020 = 6,649858.$, welcher Werth sich von 6,649857. um weniger als $\alpha \text{ Arc. } 1''$ unterscheidet; um aber noch ein Übriges zu thun, erwägen wir, dass y , nachdem es vom 1sten Näherungswerth 0,000019 in den 2ten Näherungswerth 0,000020 (der sich vom 1sten nur um Eine Einheit der letzten Decimale unterscheidet) übergegangen ist, sich bei einer weiteren Annäherung nicht mehr merklich ändern kann: wir setzen also (ohne dass dadurch die Werthe (41) im Mindesten geändert werden)

$$\begin{aligned}
 \log. x &= 6,649857. - 0,000020 = 6,649837. \\
 \log. \sqrt{x} &= 8,3249185. \\
 \log. \sqrt[3]{x} &= 9,6733937. \\
 \log. \tau &= 4,648149. \\
 \tau &= 0,0000044
 \end{aligned}$$

Controlle:

$$\begin{aligned} \log. s &= 6,649857. \\ \log. (2 + s) &= 0,301127 \\ \log. \sqrt{2s + s^2} &= 8,475492. \\ 1 + s &= 1,0004465 \\ \sqrt{2s + s^2} &= 0,0298877 \\ 1 + s + \sqrt{2s + s^2} &= 1,0303342 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) &= 0,01297812 \\ 0,023025850... \\ 4605170... \\ 2072326... \\ 161180... \\ 18420... \\ 230... \\ 46... \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2s + s^2} &= 0,0298877 \\ \log. \text{nat.} (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) &= 0,0298832 \\ \tau &= 0,0000045 \end{aligned}$$

Eine bessere Controlle ergibt sich (weil hier s sehr klein ist) aus der mit der Gleichung (12) § 6 gleichgeltenden Gleichung

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{3} s \sqrt{s (1 - \frac{3}{20}s (1 - \frac{15}{56}s + \dots))}.$$

$$\begin{aligned} \log. \frac{2}{3} &= 9,176. \\ \log. s &= 6,650. \\ \log. \frac{3s}{20} &= 5,826. \\ \log. (1 - \frac{3}{20}s) &= 0,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. \frac{\sqrt{2}}{3} &= 9,673. \\ \log. s &= 6,650. \\ \log. \sqrt{s} &= 8,325. \\ \log. \left(\frac{\sqrt{2}}{3} s \sqrt{s} \right) &= 4,648. = \log. \tau \\ \log. \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) &= 5,815. \\ \log. t &= 8,833. \\ t &= 0,068 \end{aligned}$$

Folglich braucht der Comet 381,460 -- 0,068 = 381,392 Tage, um sich dem Jupiter von der Entfernung 0,577685 bis auf die Entfernung 0,0018067463 zu nähern.

Wenn die Geschwindigkeit 0,0010234587 wiederum vom Jupiter abwärts gerichtet ist, wieviel Zeit braucht der Comet, um sich von der Entfernung 0,577685 bis zur Entfernung 1,082675 vom Jupiter zu entfernen?

Hier ist $r = 1,082675$, also

$$\begin{aligned} \log. r &= 0,0344981 \\ \log. a &= 0,6070400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. s &= 9,427458. \\ s &= 0,2675827 \end{aligned}$$

folglich liegt x zwischen 0,2 und 0,4 und zwar näher an 0,2. Der 1ste Näherungswert von $\log. x$ ist =

$$\log. \left(1 \cdot \Delta x + \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \Delta x \right), \text{ also, weil}$$

$$\begin{aligned} \log. (s - 0,20396629) &= 8,8035692. \\ \log. 0,21176867 &= 9,3258617. \end{aligned}$$

$$\log. 1 = 0,0000000$$

$$\log. \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} = 9,4777081.$$

$$\log. \left(1 + \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \right) = 0,114079$$

$$\log. \Delta x = 9,301030.,$$

= 9,415109. Zu diesem gehört aber nicht $\log. s = 9,427458.$, sondern $\log. s = 9,415109. = 0,008528 +$

$$\left(0,04187 - \frac{1}{2} \cdot \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \cdot 0,00145 \right) \cdot \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \Delta x;$$

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \right) = 9,1767.$$

$$\log. 0,00145 = 7,1614.$$

$$\log. 0,04187 = 8,6219.$$

$$\log. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \cdot 0,00145 \right) = 6,3381.$$

$$\log. \left(0,04187 - \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \cdot 0,00145 \right) = 8,6174.$$

$$\log. \left(0,04187 - \frac{1}{2} \cdot \frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \cdot 0,00145 \right) = 8,6197.$$

$$\log. \left(\frac{s - 0,20396629}{0,21176867} \Delta x \right) = 8,7787.$$

Zu $\log. x = 9,415109.$ gehört also $\log. s = 9,415109. + 0,008528. + 0,002503 = 9,427458. - 0,001318$, und daraus ergibt sich der 2te Näherungswert von $\log. x = 9,415109. + 0,001318$

$$1 + \frac{\text{Num. } \log. 9,415109.}{x} \text{ Num. } \log. 8,6174.$$

$$= 9,415109. + \frac{0,001318}{1 + \frac{1}{\text{Num. } \log. (0,2227 - 8,6174.)}}$$

$$= 9,415109. + \frac{0,001318}{\text{Num. } \log. 0,0106}$$

$$= 9,415109. + \text{Num. } \log. 7,1093. = 9,416395;$$

$$\lg. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,26085 - 0,2}{\Delta x} \right) = 9,1767. + 0,0055$$

$$\lg. 0,04187 = 8,6219.$$

$$\lg. \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{0,26085 - 0,2}{\Delta x} \cdot 0,00145 \right) = 6,3381. + 0,0055 = 6,3436.$$

$$\lg. \left(0,04187 - \frac{1}{2} \cdot \frac{0,26085 - 0,2}{\Delta x} \cdot 0,00145 \right) = 8,6196.$$

$$\lg. (0,26085 - 0,2) = 8,7843.$$

Zu $\lg. x = 9,416395$. gehört also $\lg. s = 9,416395. + 0,008528 + 0,002535 = 9,427458.$;

Controlle:

$$\lg. x = 9,416395.$$

$$\lg. \sqrt{x} = 9,7091975.$$

$$\lg. \frac{\sqrt{x}^2}{3} = 9,6733937.$$

$$\lg. \tau = 8,797986.$$

$$\tau = 0,0628038$$

$$\lg. s = 9,427458.$$

$$\lg. (2 + s) = 0,355563$$

$$\lg. \sqrt{2s + s^2} = 9,8915105.$$

$$1 + s = 1,2675827$$

$$\sqrt{2s + s^2} = 0,7789516$$

$$1 + s + \sqrt{2s + s^2} = 2,0465343$$

$$\lg. (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) = 0,3110190$$

$$0,690775527...$$

$$23025850...$$

$$2302585...$$

$$23025...$$

$$20723...$$

$$\sqrt{2s + s^2} = 0,7789516$$

$$\lg. \text{nat.} (1 + s + \sqrt{2s + s^2}) = 0,7161477$$

$$\tau = 0,0628039$$

$$\lg. \tau = 8,797986.$$

$$\lg. \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) = 5,814868.$$

$$\lg. t = 2,983118$$

$$t = 961,874$$

$$t - 381,460 = 580,414$$

Folglich braucht der Comet 580,414 Tage, um sich vom Jupiter von der Entfernung 0,577685 bis zur Entfernung 1,082675 zu entfernen.

Potsdam, den 27. November 1855.

W. Lehmann.

Elemente der Lactitia,

berechnet aus Feb. 9,0; März 18,5; April 27,0.

$$M = 188^\circ 39' 36'' \text{ Mai } 0,5 \text{ 1856 M.Zt. B.}$$

$$\pi = 347 \text{ } 27 \text{ } 38,1 \quad \Omega = 157 \text{ } 8 \text{ } 7,9 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \pi \\ \Omega \end{matrix}} \right\} \text{m. Aeq. Jan. } 0,0 \text{ 1856.}$$

$$i = 9 \text{ } 59 \text{ } 46,4$$

$$\varphi = 5 \text{ } 22 \text{ } 34,7$$

$$\lg a = 0,441127.$$

Ephemeride für 12^h m. B. Zt.

1856	Sch. AR	Sch. Decl.	log Δ
Mai 0	10 ^h 40 ^m 22 ^s	+12° 24' 9"	0,3864
1	40 30	25,3	
2	40 39	25,5	
3	40 49	25,6	
4	41 1	25,5	0,3952
5	41 14	25,3	
6	41 28	24,9	
7	41 43	24,4	
8	42 0	23,8	0,4041
9	42 18	23,0	
10	42 37	22,1	
11	42 57	21,1	

1856	Sch. AR	Sch. Decl.	log Δ
Mai 12	10 ^h 43 ^m 18 ^s	+12° 19' 9"	0,4129
13	43 40	18,6	
14	44 3	17,2	
15	44 28	15,7	
16	44 53	14,0	0,4217
17	45 20	12,2	
18	45 47	10,3	
19	46 16	8,2	
20	46 45	6,0	0,4305
21	47 16	3,7	
22	47 47	12 1,3	
23	48 20	11 58,8	
24	48 54	56,2	0,4391
25	49 29	53,5	
26	50 4	50,6	
27	50 41	47,6	
28	51 18	44,6	0,4476
29	51 56	41,5	
30	52 35	38,2	
31	53 15	34,8	
Juni 1	10 53 56	11 31,3	0,4559

George Rümker.