die Constanten des Pendels ermittelt hat und zwei aufeinanderfolgende Elongationen abschätzt (oder auch mit Hülfe einer leicht anzubringenden Vorrichtung abliest), nämlich die Elongation, aus der man das Pendel fallen lässt und den Bogen, um welchen es sodann die Gleichgewichtslage überschreitet.

Prag, im April 1883.

**XII. Ueber die Beziehungen zwischen dem Grundton und den Obertönen eines transversal schwingenden, einerseits offenen Metallcylinders;
von Hugo Fenkner.**

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich gezeigt, dass die Schwingungszahlen der Töne einerseits offener kreisförmiger Metallcylinder von der Höhe des Cylinders unabhängig sind, dass ferner die Schwingungszahlen correspondirender Töne zweier Cylinder (aus gleichem Material) sich verhalten direct wie die Metaldicken und umgekehrt wie die Quadrate der Cylinderumfänge. Bezeichnen wir demnach die Schwingungszahlen der Töne I, II, III etc. d. h. der Töne mit bezüglich vier, sechs, acht etc. Schwingungsknoten, resp. mit n_1, n_2, n_3 etc., so kann man die Schwingungszahlen v_k (wo $k = 1, 2, 3, \dots$) eines beliebigen Cylinders berechnen nach der Formel:

$$(1) \quad v_k = n_k \cdot \frac{d}{u^2},$$

in welcher d und u die Metaldicke und der Umfang des Cylinders, n_k aber eine von der Wahl des Normalcylinders (aus gleichem Material) abhängige Constante ist.

Da die Schwingungszahlen der Töne einerseits offener Metallcylinder derartig einfache Gesetze befolgen, so liegt die Frage nahe, ob vielleicht auch unter den Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. eines jeden Cylinders eine einfache Beziehung besteht. Existirt eine solche einfache Beziehung unter den Schwin-

1) Fenkner, Wied. Ann. 8. p. 185. 1879.

gungszahlen der Töne eines beliebigen Cylinders, so muss dieselbe auch unter den Schwingungszahlen der Töne eines jeden anderen Cylinders bestehen, wie aus Formel (1) deutlich hervorgeht.

Zur Lösung dieser Frage stellte ich bei einer grossen Anzahl von Metallcylindern (aus Eisenblech) Versuche an. Einige Beobachtungen sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Columnen (α) enthalten die mittelst Appunn'scher Zungenpfeifenapparate gefundenen Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. der Töne I, II, III etc. der Cylinder.

Name des Cylinders	n_1			n_2			n_3			n_4			n_5			n_6		
	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ
C_1	—	22	—	58	58	± 0	110	110	± 0	173	174	-0	259	261	-1	346	348	-0
C_2	—	29	—	79	78	$+1$	152	145	$+3$	232	232	± 0	340	348	-2	464	464	± 0
C_3	—	30	—	80	79	$+1$	149	148	$+0$	236	237	-0	346	354	-2	480	474	$+1$
C_4	30	30	± 0	81	81	± 0	152	151	$+0$	244	244	± 0	353	360	-2	484	488	-1
C_5	64	63	$+1$	170	170	± 0	319	317	$+0$	512	510	$+0$	759	765	-1	—	—	—
C_6	71	72	-1	190	192	-1	360	360	± 0	579	576	$+1$	—	—	—	—	—	—
C_7	78	79	-1	210	211	-0	396	395	$+0$	633	633	± 0	—	—	—	—	—	—
C_8	95	95	± 0	254	255	-0	482	475	$+1$	770	765	$+1$	—	—	—	—	—	—
C_9	98	99	-1	265	265	± 0	495	495	± 0	798	795	$+0$	1180	1188	-1	—	—	—
C_{10}	120	120	± 0	320	320	± 0	598	600	-0	960	960	± 0	—	—	—	—	—	—

Aus vorstehender Tabelle entnehmen wir folgende Proportionen:

$n_1:n_2 = 3:8$; d. h. n_2 ist die Octave-Quarte von n_1 .

$n_2:n_3 = 8:15$; d. h. n_3 ist die Septime von n_2 .

$n_2:n_4 = 1:3$; d. h. n_4 ist die Octave-Quinte von n_2 oder die dritte Octave von n_1 .

$n_4:n_5 = 2:3$; d. h. n_5 ist die Quinte von n_4 .

$n_4:n_6 = 1:2$; d. h. n_6 ist die Octave von n_4 .

Es verhält sich also bei einem jeden Cylinder:

$$(2) \quad n_1:n_2:n_3:n_4:n_5:n_6 = 1:\frac{8}{3}:5:8:12:16.$$

Ist demnach der Grundton eines Metallcylinders d. h.

der Ton mit vier Schwingungsknoten c_{-2} , so sind die Obertöne dieses Cylinders folgende:

$$f_{-1}, e, c_1, g_1, c_2.$$

Die Cylindertöne bilden demnach des zweiten Tones wegen keinen vollkommen consonirenden Accord. Ein Eisenblechcylinder von beliebiger Höhe, einem Umfange = 640 mm und einer Metaldicke = 0,469 mm würde nach meiner Berechnung diese Töne liefern.

Um besser erkennen zu können, in wie weit die Cylinder C das unter (2) aufgestellte Gesetz befolgen, habe ich in der Tabelle in den Columnen (β) die Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. aufgezeichnet, welche das Experiment hätte ergeben müssen, wenn die Töne der Cylinder dieser Relation (2) streng Genüge leisteten. Die Zahlen in den Columnen (β) sind auf die Weise durch Rechnung gefunden, dass ich zwei oder drei bei einem jeden Cylinder vorkommende, die Relation (2) befriedigende Schwingungszahlen als Basis zur Correction für die übrigen Schwingungszahlen des Cylinders annahm. Die Abweichungen von dem Gesetz (2) sind in den Columnen (δ) in Procenten verzeichnet.

Die Cylinder befolgen das Gesetz mit ziemlicher Schärfe. Abweichungen bis zu 2 Proc. kommen nur in wenigen Fällen vor. Namentlich bei denjenigen Cylindern, welche an zwei diametral gegenüberliegenden Seiten des Umfanges gelöthet waren, erhielt ich vom Grundton unreine Quarten, Quinten und Octaven. Cylinder C_2 liefert hierzu ein Beispiel.

Will man nun berechnen, welche Töne ein transversal erregter Cylinder (von gegebenen Dimensionen) anzugeben vermag, so hat man nur nöthig, den Grundton v_1 nach Formel (1) zu bestimmen; die Obertöne findet man aus der oben aufgestellten Relation (2). Als Normalcylinder könnte der mit dem Grundton $c_{-2} = 32,62$ Schwingungen dienen, dessen Dimensionen bereits angegeben wurden.

Braunschweig, im Mai 1883.