Ueber die Berechnung des absoluten Brechungsvermögens des Kerncentrums der Krystalllinse.

Von

Prof. Dr. Ludwig Matthiessen in Rostock.

Für die Dioptrik des menschlichen Auges ist es von grösster Wichtigkeit, das Gesetz der Zunahme des Brechungsvermögens innerhalb der geschichteten Krystalllinse zu kennen. Ich habe desshalb mit Anwendung des Abbé'schen Refractometers durch eine grosse Zahl von Messungen an Säugethier- und Fischeugen das Gesetz der Zunahme festzustellen versucht und gefunden, dass sich dasselbe ziemlich genau durch eine parabolische Curve darstellen lässt, wobei der Scheitel der Parabel in das Kerncentrum fällt. Der Differenzialquotient des Brechungsindex ist also an dieser Stelle gleich Null und am grössten in der Linsenkapsel. Dabei erweist sich der Index der Linsenkapsel bei allen Augen als constant und in Uebereinstimmung mit dem der Hornhaut. Derselbe beträgt nach dem Mittelwerthe von 30 Messungen 1,3784. Als gefundene Functionen der optischen Dichtigkeit führe ich beispielsweise an:

$$\text{Linse des Menschen:} \quad N = 1,4184 - 0,0400 \left(\frac{y}{b} \right)^2$$

$$\text{Linse des Ochsen:} \quad N = 1,4714 - 0,0930 \left(\frac{y}{b} \right)^2$$

$$\text{Linse des Seebarsches: } N = 1,5106 - 0,1322 \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Linse des Dorsches: } N = 1,4950 - 0,1166 \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

In dieser Formel bezeichnet b den Abstand des Scheitels der Linse vom Kerncentrum, y den Abstand einer beliebigen Schicht vom Centrum. Allgemein lautet die Formel

$$N = N_m - a \left(\frac{y}{b}\right)^2 = N_m \left(1 - z \left(\frac{y}{b}\right)^2\right)$$

wo N_m den Index des Kerncentrums bezeichnet.

Aus den Messungen der Krümmung der Schichten ergab sich, dass ziemlich genau die Relationen

$$r = r_1 \left(\frac{y}{b_1}\right), \quad r = r_2 \left(\frac{y}{b_2}\right)$$

stattfinden, wo r_1 den Krümmungshalbmesser der Vorderfläche, r_2 den der Hinterfläche, b_1 die vordere Achsenhälfte, b_2 die hintere Achsenhälfte bezeichnen. Hieraus ergibt sich dann als Integral der reciproken Brennweite der Krystalllinse im Glaskörper

$$\frac{1}{\varphi_2} = \left[2z + (n_2 - 1)\right] \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

wo n_2 das relative Brechungsvermögen der Linsenkapsel bedeutet.

Es muss noch bemerkt werden, dass die Zunahme des Brechungsvermögens beim Uebergange von der Kapsel zur äussersten Corticalsubstanz stetig erfolgt, so z. B. fand ich für letztere bei der Linse des Ochsen den Werth 1,3832, bei der des Seebarsches 1,3878. Diese sind als die Mittelwerthe einer ungefähr 0,5 Mm. dicken Schicht zu betrachten, indem der Brechungsindex namentlich bei den Fischen gleich anfangs rapide gegen das

Centrum hin wächst, wie schon aus dem Differenzialquotienten $\frac{dN}{dy}$ hervorgeht.

Durch die Betrachtung der Gleichung für die Brennweite φ_2 werden wir nun zu einem für die Dioptrik des Menschen- und Thierauges höchst beachtenswerthen Theorem geführt. Da nämlich sich durch ein Integrationsverfahren nachweisen lässt, dass bei der geschichteten accommodirten oder accommodationslosen Krystalllinse die Hauptpunkte derselben in das geometrische Centrum der Linse fallen, so wird man offenbar im Stande sein, aus den Dimensionen des Auges allein den absoluten Brechungsindex des Kerncentrums direct zu berechnen. Die Dimensionen, welche zu diesem Zwecke zu wissen nöthig sind, verschafft man sich leicht, indem man die noch frischen Augen je nach ihrer Grösse einige Stunden lang in einer Kältemischung gefrieren lässt. Sie lassen sich dann mit einem scharfen Messer von der Hornhaut aus bequem spalten und ausmessen. Die Krümmungen der Linsenflächen erhält man genauer in ungefrorenem Zustande, indem man sie einer Reihe von dicht nebeneinander liegenden concentrischen Kreisen anzupassen sucht. Zu unserem Zwecke genügt schon eine Genauigkeit von $\pm 0,25$ Mm.

Bezeichnen wir den Ort des Centrums der Linse bezüglich der Hornhaut mit h , die Länge der innern Augenachse vom Scheitel der Hornhaut an gerechnet mit a , die zweite Brennweite der Hornhaut mit φ_1 , die der Linse mit φ_2 , die des ganzen Auges mit φ , so ist

$$\varphi - a_2 = a - h,$$

$$\text{oder} \quad \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - h} - \frac{\varphi_2 h}{\varphi_1 + \varphi_2 - h} = a - h.$$

Lösen wir die Gleichung nach φ_2 auf, so ist die Brennweite der Linse

$$\varphi^2 = \frac{\varphi_1 - h}{\varphi_1 - a} (a - h).$$

Einen zweiten Ausdruck für φ_2 haben wir bereits oben gegeben.

Demgemäss ist

$$\left[2z + (n_2 - 1)\right] \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\varphi_1 - a}{(\varphi_1 - h)(a - h)}$$

Bezeichnen wir wie oben den Brechungsindex des Kerncentrums mit N_m , den des Kammerwassers und Glaskörpers mit N_0 , den der Linsenkapsel mit N_1 und setzen

$$\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{\varphi_1 - a}{(\varphi_1 - h)(a - h)} = T,$$

so wird

$$N_m = \frac{2 N_0 N_1}{N_0 + N_1 - T N_0}$$

Die Messungen ergaben $N_0 = 1,3365$, $N_1 = 1,3784$.

Es ist also allgemein

$$N_m = \frac{2 \cdot 1,3365 \cdot 1,3784}{2,7149 - 1,3365 T}$$

Vergleichen wir die Rechnung mit den Messungen.

1. Beispiel. Bei dem Auge des Menschen ist $\varphi_1 = 31,69$, $h = 5,4$ und $a = 22,2$. Hieraus findet man $T = 0,0833$, $N_m = 1,4151$.

Die Messungen ergaben im Mittel 1,4157.

2. Beispiel. Bei dem Auge des Ochsen ist $\varphi_1 = 71,3$, $h = 11,0$ und $a = 34,0$. Hieraus findet man

$$T = 0,1578, N_m = 1,4733.$$

Sieben Messungen ergaben den Mittelwerth 1,4714.

Die Formel für T wird noch einfacher, wenn φ_1 oder die zweite Brennweite des Hornhautsystems sehr gross ist, wie bei den Fischen. Auch ist hier die Linse fast kugelförmig, also $r_2 = r_1$. Ihre Brennweite wird dadurch gleich $a - h$ und

$$T = \frac{r_1}{2(a - h)}.$$

Der Brechungsindex N_m erhält den Ausdruck

$$N_m = \frac{4 \cdot 1,3784 (a - h)}{4,0627 (a - h) - r_1}.$$

3. Beispiel. Bei dem Auge des Seebarsches ist $\varphi_1 = 2200$ Mm., $h = 3,0$ und $a = 8,5$. Hieraus ergibt sich

$$T = 0,2273, N_m = 1,5260.$$

Die Messungen, welche bei den kaum noch quetschbaren hornartigen Substanzen ziemlich schwierig sind, ergaben im Mittel den Werth 1,5106.

4. Beispiel. Bei dem Auge des Dorsches fand sich $a = 16,5$ und $h = 4,75$. Demgemäss ist

$$T = 0,1810, N_m = 1,4895.$$

Die Messungen ergaben im Mittel 1,4950.

Von Interesse ist das enorme totale Brechungsvermögen der Fischlinse. Die Brennweite der Linse des Seebarsches ist nahezu 5,5 Mm., $r_1 = 2,5$ und die Linsendicke 5,0. Lösen wir die Gleichung

$$\varphi_2 = \frac{n r_1^2}{(n - 1) [2n r_1 - (n - 1) d]}$$

nach n auf, so finden wir den relativen Index $n = 1,2941$ und wenn man mit 1,3365 multiplicirt, den totalen Index 1,7294.

Zur Berechnung derjenigen Werthe von N_m , welche zwischen den Gränzen 1,3784 und 1,6000 liegen, kann die folgende Tabelle dienen.

T	N_m
0,0314	1,3784
0,05	1,3914
0,0833	1,4151
0,10	1,4273
0,15	1,4653
0,20	1,5054
0,25	1,5477
0,30	1,5923

Zur Bestimmung des Brechungsvermögens des Kerncentrums steht uns noch ein drittes Mittel zu Gebote, nämlich die Messung des Brechungsindex der gemischten Linsensubstanz. Durch ein Integrationsverfahren findet man den „mittleren“ Index der gemischten Substanz der geschichteten Linse gleich

$$N = N_1 + \frac{2}{5} (N_m - N_1)$$

also

$$N_m = \frac{1}{2} (5 N - 3 N_1).$$

Bei der Linse des Ochsenauges fand ich $N = 1,4139$, woraus sich ergibt $N_m = 1,4671$. Die Messungen an den Linsen von Thieren verschiedenen Alters ergaben Werthe von 1,4550 bis 1,4714.