Vorläufige Mittheilung über eine neue Refractionsformel.

Indem ich mir vorbehalte die Grundlagen für die weiter unten zur Mittheilung gelangenden Formeln seiner Zeit ausführlich zu behandeln, erlaube ich mir hiermit ein Resultat dieser Untersuchung, die sich auf eine in Etwas veränderte Form der Differentialgleichung der Refraction stützt, mitzutheilen, welches Resultat in sofern ein höheres Interesse für sich in Anspruch nimmt, weil es zeigt, dass die astronomische Refraction, wenn man sich Vernachlässigungen gestattet, die völlig innerhalb der Grenzen des Erlaubten liegen, durch einen einfachen geschlossenen Ausdruck ausgedrückt werden kann, vorbehaltlich dass man die Eigenschaft des Geschlosseneins für bereits tabulirte Gammafunktionen in Anspruch nimmt. Der Ausdruck lautet

$$\text{Refr.} = \alpha e^{\gamma \gamma \int_{\gamma}^{\infty} \frac{dt}{e^{tt}}}$$

worin α eine Konstante vorstellt, γ aber bestimmt ist durch

$$\gamma = \beta \cotg z.$$

wo wieder β als Konstante anzunehmen ist.

Den Werth des Integralausdruckes

$$T \int_{T}^{\infty} \frac{dt}{e^{-tt}} = \psi$$

findet man an mehreren Orten, so z. B. in Bessels „Fundamenta astronomiae“ Regomonti 1818, und gibt demnach mit dem Argument

$$T = \beta \cotg z$$

den für den obigen Ausdruck nöthigen Werth $\psi_{(z)}$.

Sollten die Grenzen der Bessel'schen Tafel bei geringeren Zenithdistanzen überschritten werden, so rechnet sich $\psi_{(z)}$ mit hinreichender Annäherung aus

$$\psi_{(z)} = \frac{1}{2T} - \frac{1}{4T^3}.$$

Mit Beibehaltung der abkürzenden Bezeichnungen ist daher die Refraction für den mittleren Zustand der Atmosphäre in dem Ausdruck enthalten

$$\text{Refr.} = \alpha \psi_{(z)}$$

der unter dem obigen Vorbehalte als geschlossen zu betrachten ist. Auf die Bestimmung der Konstanten will ich vorerst nicht eingehen, nur will ich so viel hier erwähnen, dass dieselben einen Zustand der Atmosphäre voraussetzen, der den thatsächlichen Verhältnissen, wie dies z. B. die Ballonfahrten Glaisher's lehren, in der befriedigendsten Weise entspricht. Ohne übrigens den folgenden Konstanten eine andere als eine provisorische Bedeutung beizumessen, habe ich angenommen

$$\log \alpha = 3.37345$$

$$\log \beta = 1.31087$$

die so bestimmt sind, dass die Refraction in Bogensekunden erhalten wird und der Bessel'schen Horizontalrefraction genügt wird. Ein Blick auf die folgende Tabelle wird die hohe Genauigkeit der mitgetheilten Formel erweisen, wobei ich nur auch bemerke, dass die Bessel'schen Refractionen zwischen 85° und 90° Zenithdistanz bekanntlich den direkten Beobachtungen entlehnt sind

z	Bessel	Oppolzer	B.-O.
90°	34' 54''.1	34' 54''.1	0''.0
89	24 54 6	22.19.6	+ 5.0
88	18. 8.6	18. 9.6	— 1.0
87	14.14.6	14.15.7	— 1.1
86	11.38.9	11.38.0	+ 0.9
85	9.46.5	9.46.0	+ 0.5
84	8.23.3	8.23.1	+ 0.2
83	7.19.7	7.19.6	+ 0.1
82	6.29.6	6.29.6	0.0
81	5.49.3	5.49.3	0.0
80	5.16.2	5.16.2	0.0
75	3.32.1	3.32.1	0 0
70	2 37.3	2.37.3	0.0

Diese Tafel weiter auszudehnen scheint völlig überflüssig, indem in kleineren Zenithdistanzen als 82° zwischen den Bessel'schen und meinen Werthen keine merkbare Differenz auftritt. Die Differenzen zwischen 85—90° sind kaum grösser als man dies bei der Unsicherheit die den Beobachtungen anhaftet, erwarten darf, überdies ist auch kein überwiegender Fehler nach einem Sinne besonders auffällig. So viel will ich nur noch anführen, dass für 89°30' eine Differenz von 12''5 zwischen Bessel und mir auftritt, die jedoch wol auch als mögliche Unsicherheit angesehen werden kann, übrigens stimmt die von mir erhaltene Refraction für diese Zenithdistanz völlig mit dem von Bauernfeind (Astr. Nachr. 1479) erhaltenen Werthe, welcher Umstand mir die obige Erklärung für diese Differenz zu bestätigen scheint. Die ausserordentliche Kürze der Rechnungsoperation wird durch ein Beispiel anschaulich sein. Es soll die Refraction für $z = 85^\circ$ gerechnet werden.

$$\log \cotg z = 8.94195$$

$$\log T = \log \beta \cotg z = 0.25282$$

$$\psi \text{ Tafel mit Arg. } T = 9.39444$$

$$\log \text{Refr.} = 2.76789$$

$$\text{Refr.} = 9' 46''.0.$$

Wien 1877 Mai 29.

Th. v. Oppolzer.