$$(v_1 + v_2)N' = v_1 n_1 + v_2 n'_2,$$

und es ist somit:
$$\frac{N - n_2}{N' - n_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 - n'_2},$$

wodurch n_1 oder das Brechungsverhältniss des Pulvers sich bestimmen lässt. Ich habe diese Methode sehr genau gefunden. Die experimentellen Belege dafür werde ich demnächst in einer zweiten Mittheilung geben.

VIII. *Ausdehnung der Dispersionstheorie auf die ultrarothten Strahlen; von A. Wüllner.*

(Aus den Sitzungsber. d. k. Bair. Acad. der Wiss., Sitzung vom 3. Mai 1884, mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

I.

Im zweiten Bande der vierten Auflage meiner Experimentalphysik habe ich aus der von Hrn. v. Helmholtz¹⁾ gegebenen Dispersionstheorie eine Gleichung zwischen den Brechungsexponenten und Wellenlängen entwickelt²⁾, welche für die farblos durchsichtigen Medien drei Constanten enthält, und von der ich später gezeigt habe³⁾, dass sie nur eine andere Form der von Hrn. v. Helmholtz selbst entwickelten ist. Die Gleichung ist:

$$n^2 - 1 = -P\lambda^2 + Q\frac{\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_m^2},$$

worin n der Brechungsexponent, λ die Wellenlänge des Lichtes im freien Raume, P , Q , λ_m die durch die Beschaffenheit des brechenden Mittels bedingten Constanten sind. Von diesen ist λ_m die Wellenlänge, welche im freien Raume den Schwingungen zukommt, welche die Molecüle vollführen würden, wenn sie ohne jegliche Reibung sich bewegten.⁴⁾

1) v. Helmholtz, Pogg. Ann. 154. p. 582. 1875.

2) Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 2. 4. Aufl. § 23. Leipzig bei Teubner 1883.

3) Wüllner, Wied. Ann. 17. p. 580. 1882.

4) Es beruht auf einem Missverständnisse, wenn Hr. Dr. Rudolphi in seiner Dissertation (Halle 1883) annimmt, λ_m solle der am stärksten

Ich zeigte weiter, dass die Constanten P und Q stets sehr nahe gleich sind, und dass man infolge dessen die Brechungsexponenten der sichtbaren Strahlen in farblos durchsichtigen Mitteln durch die Gleichung mit zwei Constanten hinreichend darstellen könne, welche sich ergibt, wenn man $P = Q$ setzt, und welche in der Form:

$$n^2 - 1 = Q \frac{\lambda_m^2}{1 - \left(\frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^2}$$

schon von H. Lommel abgeleitet war.

Die schönen Messungen des Hrn. Mouton¹⁾ der Wellenlänge und Brechungsexponenten der ultrarothten Strahlen im Quarz und Flintglas geben Gelegenheit, die Anwendbarkeit der obigen Dispersionsgleichung auch für die ultrarothten Strahlen zu prüfen. Von besonderem Interesse sind die Messungen der Brechungsexponenten der ordentlichen Strahlen im Quarz, weil wir hierdurch die Brechungsexponenten dieser Strahlen in dem ganzen Umfange des Spectrums kennen, da uns Esselbach's²⁾ und Mascart's³⁾ Messungen die Brechungsexponenten bis zum äussersten Ultraviolett geliefert haben.

Zu den Messungen des Hrn. Mouton kommen noch die jetzt veröffentlichten des Hrn. Langley⁴⁾, der Brechungsexponenten in einem Flintglas, welche im ultrarothten noch weiter gehen, als die Mouton'schen und noch einen angenäherten Werth des Brechungsexponenten für $\lambda = 0,0028$ geben. Hr. Langley vergleicht in seiner Abhandlung die gemessenen Brechungsexponenten mit den Dispersionsgleichungen von Briot, Cauchy und Redtenbacher und zeigt, dass selbst die Briot'sche mit vier Constanten, wenn auch den Beobachtungen am nächsten kommend, doch die Beobachtungen im ultrarothten nicht hinreichend wiederzugeben vermag.

absorbirte Strahl sein. Nach dem Erscheinen meiner Optik ist das Missverständniss wohl nicht mehr möglich, da ich § 29 und 51 ausführlich den Werth der stärkst absorbirten Wellen besprochen habe.

1) Mouton, Compt. rend. 88. p. 1087 u. 1189. 1879.

2) Esselbach, Pogg. Ann. 98. p. 544. 1856.

3) Mascart, Compt. rend. 57. p. 789. 1863; 58. p. 1111. 1864.

4) Langley, Wied. Ann. 22. p. 598. 1884.

Infolge dieser Mittheilung des Hrn. Langley möge es mir gestattet sein, die grosse Ueberlegenheit der aus der Helmholtz'schen Dispersionstheorie sich ergebenden Gleichung nachzuweisen, welche mit drei Constanten die Brechungsexponenten in dem ganzen Umfange der Beobachtungen darzustellen im Stande ist.

II. Brechungsexponenten der ordentlichen Strahlen im Quarz.

Berechnet man die Constanten der Dispersionsgleichung aus der Beobachtung Mouton's:

$$\lambda = 14,5 \qquad n = 1,5289,$$

wo für λ als Einheit der zehntausendste Theil des Millimeters gesetzt ist, und aus denen Esselbach's:

$$\lambda = 6,87 \qquad n = 1,5414$$

$$\lambda = 3,09 \qquad n = 1,5737,$$

so erhalten die drei Constanten der Dispersionsgleichung folgende Werthe:

$$P = 1,782\,264 \qquad \log P = 0,250\,791\,9$$

$$Q = 1,782\,134 \qquad \log Q = 0,250\,940\,4$$

$$\lambda_m^2 = 0,762\,993 \qquad \log \lambda_m^2 = 0,882\,520\,4 - 1.$$

In der nachfolgenden Tabelle sind die beobachteten und die mit diesen Constanten berechneten Brechungsexponenten zusammengestellt. Columnne I enthält die Wellenlängen, im ultrarothem nach Mouton, im sichtbaren Theile des Spectrums und im ultravioletten nach Esselbach; Columnne II die Brechungsexponenten, bis zur Wellenlänge 8,8 nach Mouton, von da ab nach Esselbach, Columnne III die berechneten Brechungsexponenten, Columnne IV unter Δ die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung, Columnne V die von Mascart beobachteten Brechungsexponenten und Columnne VI die von Mascart angegebenen Wellenlängen, so weit sie im Ultraviolet von den Angaben Esselbach's abweichen.

Wie Columnne IV der Tabelle zeigt, erreichen die Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung nur einmal, und zwar für den an der äussersten Grenze des Spectrums gefundenen Werth die dritte Decimale: die sonstigen Diffe-

Wellen- längen λ	Brechungsexponenten n		Δ	Brechungs- exponenten nach Mascart	Wellen- längen
	beobachtet	berechnet			
21,4	1,5191	1,5176	— 15	—	—
17,7	1,5247	1,5241	— 6	—	—
14,5	1,5289	1,5289	± 0	—	—
10,8	1,5338	1,5341	+ 3	—	—
8,8	1,5371	1,5373	+ 2	—	—
6,87	1,5414	1,5414	± 0	1,5410	—
6,56	1,5424	1,5421	— 3	1,5419	—
5,89	1,5446	1,5446	± 0	1,5442	—
5,26	1,5476	1,5475	— 1	1,5472	—
4,845	1,5500	1,5500	± 0	1,5497	—
4,29	1,5546	1,5544	— 2	1,5543	—
3,93	1,5586	1,5584	— 2	1,5582	—
3,79	1,5605	1,5602	— 3	1,5602	3,82
3,66	1,5621	1,5622	+ 1	1,5615	3,73
3,50	1,5646	1,5649	+ 3	1,5640	3,58
3,36	1,5674	1,5675	+ 1	1,5668	3,44
				1,5684	3,36
3,29	1,5690	1,5689	— 1	—	—
3,23	1,5702	1,5702	± 0	—	—
3,09	1,5737	1,5737	± 0	—	—

renzen überschreiten nirgendwo die durch die unvermeidlichen Unsicherheiten bedingten Grenzen. Dass auch die Differenz des ersten Werthes gegen die Beobachtung die mögliche Unsicherheit nicht überschreitet, ergibt sich schon aus der Vergleichung der von Esselbach und der von Mascart gegebenen Werthe. In dem sichtbaren Theile des Spectrums stimmen die Beobachtungen Mascart's mit denen Esselbach's und ebenso mit den berechneten sehr gut überein, die Unterschiede sind höchstens vier Einheiten der vierten Decimale. Im Ultravioletten dagegen sind die Unterschiede für gleiche Wellenlängen grösser, für $\lambda = 3,36$ beträgt er eine Einheit der dritten Decimale. Auch die übrigen Werthe Mascart's sind grösser, als sie die aus den Mouton-Esselbach'schen Zahlen abgeleitete Gleichung liefert. Es gibt die Gleichung für:

$$\begin{array}{lll} \lambda = 3,73 & n = 1,5611 & \text{anstatt } 1,5615 \\ & 3,58 & 1,5634 \quad „ \quad 1,5640 \\ & 3,44 & 1,5661 \quad „ \quad 1,5668. \end{array}$$

Diese Verschiedenheit zwischen den Zahlen von Esselbach und Mascart beweist eben, dass in den unsichtbaren

Theilen des Spectrums die Unsicherheit so gross ist, dass die Differenzen zwischen den von Mouton beobachteten und den nach unserer Gleichung berechneten Werthen der Brechungsexponenten in der That innerhalb der Grenzen der Unsicherheit liegen. Daraus und ebenso aus der unregelmässigen Vertheilung der Differenzen nach der positiven und negativen Seite folgt zweifellos, dass die aus der Helmholtz'schen Dispersionstheorie abgeleitete Gleichung die Brechungsexponenten für die ganze Ausdehnung des Spectrums darstellt, in einer Ausdehnung, in welcher sich die Wellenlängen von 1 zu 7 ändern.

Auch hier zeigt sich, dass die Constanten P und Q der Gleichung sehr nahe gleich sind. Indess lässt sich doch nicht, was für den sichtbaren Theil des Spectrums bei farblos durchsichtigen Körpern meist hinreichend ist, $P = Q$ setzen, somit kann man nicht die vereinfachte Gleichung:

$$n^2 - 1 = Q \frac{\lambda_m^2}{1 - \left(\frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^2}$$

zur Berechnung benutzen. Die Esselbach'schen Zahlen allein lassen sich durch eine solche Gleichung fast ebenso gut darstellen, wie durch unsere Gleichung; diese Gleichung liefert aber für ein unendlich grosses λ als Brechungsexponenten etwa 1,526. Die Mouton'schen Zahlen allein lassen sich durch die vereinfachte Gleichung nicht darstellen. Berechnet man aus den Werthen für $\lambda = 8,8$ und $\lambda = 21,4$ die Constanten, so werden die zwischenliegenden Werthe erheblich zu klein. Man bedarf daher zur Darstellung der Dispersion durch das ganze Spectrum der Gleichung mit drei Constanten.

III. Brechungsexponenten in einem Flintglas.

Hr. Langley hat die Brechungsexponenten im Ultraroth bis zu einer Wellenlänge 23,56 direct gemessen. Die Grenze des Spectrums schätzt er bei einer Wellenlänge 28 und den Brechungsexponenten an dieser Stelle 1,5435. Im Ultraviolett hat Hr. Langley den Brechungsexponenten der Linie O gemessen, deren Wellenlänge er mit Hrn. Mas-

cart gleich 3,44 setzt, während Esselbach für O den Werth 3,36 setzt, ein Unterschied, der in dieser Region des Spectrums erheblich ist. Es ist daher, da Hr. Langley die Wellenlänge der als O bezeichneten Linie nicht selbst gemessen hat, unsicher, welche Wellenlänge dieser Linie zuzuschreiben ist. Zu dem Werthe 3,44 passt der Brechungsexponent nicht; die mit diesem Werthe und irgend zwei anderen Paaren Wellenlängen und Brechungsexponenten berechnete Gleichung stellt die Beobachtungen nicht hinreichend dar. Ich habe zur Berechnung der Constanten verwandt die Werthe:

$$\begin{array}{ll} \lambda = 3,968 & n = 1,6070 \\ \lambda = 7,601 & n = 1,5714 \\ \lambda = 18,10 & n = 1,5544. \end{array}$$

Die Constanten werden:

$$\begin{array}{ll} P = 0,983\,447 & \log P = 0,992\,750\,9 - 1 \\ Q = 0,983\,364 & \log Q = 0,992\,714\,1 - 1 \\ \lambda_m^2 = 1,461\,09 & \log \lambda_m^2 = 0,164\,677\,3 \end{array}$$

In folgender Tabelle sind die berechneten und beobachteten Werthe mit ihren Differenzen zusammengestellt.

Wellenlänge λ	Brechungsexponenten n		Δ	Wellenlänge λ	Brechungsexponenten n		Δ
	beob.	ber.			beob.	ber.	
23,56	1,5478	1,5476	-2	7,601	1,5714	1,5714	± 0
20,90	1,5511	1,5511	± 0	6,562	1,5757	1,5759	+2
17,67	1,5549	1,5549	± 0	5,89	1,5798	1,5801	+3
16,58	1,5562	1,5562	± 0	5,167	1,5862	1,5867	+5
12,00	1,5625	1,5620	-5	4,86	1,5899	1,5904	+5
10,10	1,5654	1,5650	-4	3,968	1,6070	1,6070	± 0

Für die Linie O , deren Wellenlänge Hr. Langley gleich 3,44 setzt, findet er $n = 1,6266$. Die Rechnung liefert mit dieser Wellenlänge 1,6242. Nimmt man die Esselbach'sche Wellenlänge 3,36, so wird $n = 1,6277$. Die zwischen beiden liegende Wellenlänge 3,39 würde 1,6267 liefern.

Als Grenzwellenlänge im Spectrum an der ultrarothten Seite gibt, wie erwähnt, Hr. Langley 28 und den ungefähren Werth des Brechungsexponenten gleich 1,5435. Die Gleichung würde für die Wellenlänge 28 als Werth von $n = 1,5412$

liefern, also einen kleineren Brechungsexponenten; zu dem Werthe 1,5435 würde die Gleichung einen Werth λ zwischen 26 und 27 verlangen, die Wellenlänge 27 gibt 1,5427.

Auch hier sieht man, lässt die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung wenig zu wünschen übrig, gerade die Werthe im Ultraroth ergeben sich aus der Rechnung in schönster Uebereinstimmung mit der Beobachtung. Hr. Langley gibt z. B. bei der Wellenlänge 10,1 die Unsicherheit der Beobachtung gleich $\pm 0,053$; setzen wir hiernach als Wellenlänge den Werth 10,047, so würde das berechnete $n = 1,5652$. Der Unterschied zwischen den berechneten und beobachteten Brechungsexponenten selbst an der Grenze, also 1,5412 anstatt 1,5435 würde einen Unterschied in der Ablenkung von nur 11' bedingen, eine Unsicherheit, die in den Beobachtungen nach der ganzen Darlegung des Verfahrens des Hrn. Langley hier ohne Zweifel vorhanden ist.

Auch diese Beobachtungen liefern einen unzweideutigen Beweis dafür, dass die aus der v. Helmholtz'schen Theorie sich ergebende Dispersionsgleichung die Abhängigkeit der Brechungsexponenten von den Wellenlängen ganz vortrefflich darstellt, sodass man dieselbe mit grosser Sicherheit benutzen kann, um aus beobachteten Brechungsexponenten unbekannte Wellenlängen abzuleiten.

IX. Ueber die Abhängigkeit der Brechungsexponenten anomal dispergirender Medien von der Concentration der Lösung und der Temperatur; von G. Sieben.

(Aus dem 23. Ber. der Oberhess. Ges. für Natur- u. Heilkunde mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

In dem ersten Theil dieser Abhandlung werde ich mit Rücksicht auf die Untersuchungen des Hrn. v. Lang¹⁾ zeigen, dass der absolute Werth der Brechungsexponenten concentrirter alkoholischer Cyaninlösungen in erster Linie eine

1) v. Lang, Wien. Ber. 84. Abth. II. p. 361. 1881.