GALVANOMETRO AD AGO MOBILE ESENTE DALLE PERTURBAZIONI MAGNETICHE ¹⁾.

DEL PROF. LUIGI PUCCIANTI.

Il problema di cui qui si dà una soluzione soddisfacente per molte applicazioni, è in sostanza il seguente:

Sospendere un ago magnetico in modo che l'azione di una corrente elettrica circolante in prossimità possa produrre la rotazione di uno specchietto o indice ad esso collegato, mentre una simile rotazione non sia prodotta da variazioni in intensità e direzione del campo magnetico sensibilmente uniforme, in cui esso è immerso. Si presentano alla mente due vie di soluzione.

1.^a Rendere l'asse magnetico dell'ago esattamente verticale, cioè esattamente parallelo all'asse di rotazione del sistema sospeso (si capisce senza farlo coincidere con esso). Allora, siccome un magnete contiene una quantità totale di magnetismo esattamente nulla, sarebbe nullo pure il momento risultante rispetto a quel certo asse delle forze esercitate da un qualunque campo uniforme, mentre l'azione di spire percorse da corrente su ciascun polo eserciterebbe un momento proporzionale alla intensità di questa.

2.^a Rendere l'ago perfettamente libero di girare (o come si dice folle) intorno a un punto del sistema di torsione munito dello specchio o dell'indice; a un punto dico qualunque, ma distante dall'asse di un certo braccio. Allora l'asse magnetico dell'ago si disporrebbe nel piano verticale passante per la direzione del campo, e seguirebbe, senza comunicarle al sistema di torsione, le variazioni di orientazione di questo piano.

È manifesto che nè l'una nè l'altra di queste condizioni potranno essere soddisfatte rigorosamente in pratica, e si pre-

¹⁾ Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica del R. Istituto di Studii Superiori in Firenze.

senta subito l'idea di cercare di soddisfarle approssimativamente tutte e due.

L'istrumento.

Seguendo quest'idea, misi insieme uno strumento che è rappresentato in ischema nella fig. 1.

Un sistema rigido leggero solidale collo specchietto S è appeso a un punto fisso P mediante un filo di quarzo F . A un certo punto laterale di questo sistema (distante di un braccio b dal prolungamento del filo) è appeso, mediante un altro filo di quarzo assai più sottile F' l'ago magnetico M per uno dei suoi estremi polari. Quest'ago pende dunque quasi verticalmente in mezzo al piccolo spazio lasciato tra due rocchetti che hanno l'asse normale al piano della figura, e passante per uno dei poli. Il peso dell'ago magnetico è bilanciato dal contrappeso C o dal peso stesso dello specchietto S , che in questo caso viene spostato verso sinistra. Il modo di funzionare dello strumento è manifesto. Se si manda la corrente nei due rocchetti in modo che circolino concordemente, l'ago sarà sollecitato in direzione normale al piano della figura, e il sistema CS roterà, e la nuova posizione di equilibrio sarà determinata dall'eguaglianza del momento della forza elettromagnetica al momento della reazione elastica del filo F .

Fig. 1.

Per smorzare le oscillazioni avevo attaccato al sistema una foglia di mica sottile, e posto vicino ad essa un piano fisso.

Il risultato fu conforme alle previsioni: lo strumento funzionava regolarmente da galvanometro, ed era praticamente

insensibile alle perturbazioni del tranvai elettrico, che passa a una trentina di metri di distanza, e che impedisce addirittura nel gabinetto di fisica l'uso degli ordinari galvanometri ad ago mobile e limita anche quello del galvanometro corazzato.

Un'attenta osservazione dell'effetto prodotto sul mio galvanometro da un campo magnetico relativamente forte ottenuto per mezzo di un'elettrocalamita dritta, posta allo stesso livello dell'ago, mi condusse a una conclusione curiosa. Invertendo la corrente nell'elettrocalamita si vedeva l'ago rotare notevolmente intorno al filo F' , mentre lo specchietto rimaneva quasi fermo. Quest'esperienza dimostra dunque che se io avevo ottenuto l'effetto desiderato, ciò era avvenuto principalmente perchè avevo con grandissima approssimazione soddisfatta la condizione seconda, per avere scelto il filo F' assai più sottile di quello F : mentre, quanto alla prima condizione, veniva il dubbio che non fosse soddisfatta in grado tale da contribuire notevolmente al risultato raggiunto. Del resto la grande sensibilità del solo ago ai campi magnetici orizzontali ha la sua ragione nella sottigliezza del filo F .

E d'altra parte sembra molto difficile che si possa riuscire a porre l'ago col suo asse magnetico esattamente verticale, anche perchè il magnetismo terrestre stesso tende a toglierlo da questa posizione, per avvicinarlo all'ago d'inclinazione. Che se quest'effetto fosse compensato da una calamita, opportunamente disposta, l'asse magnetico dell'ago risulterebbe verticale solo a patto che esso fosse parallelo alla congiungente del baricentro col punto di attacco del filo, e che questo non esercitasse un'azione disturbatrice per flessione; condizioni che sembrano non realizzabili, almeno con sistemi leggeri.

I concetti finora esposti in forma qualitativa appariranno più chiari dalla seguente discussione analitica dell'equilibrio del mio sistema a doppia sospensione in un campo uniforme di intensità e direzione leggermente variabili, qual'è il campo in cui la grande diffusione dei tranvai elettrici ha ormai immerso quasi tutti i nostri gabinetti.

Discussione analitica.

Teniamo presente la circostanza che l'asse magnetico dell'ago non sarà mai perfettamente verticale (il che come è detto conferirebbe al sistema un'indipendenza assoluta dalle perturbazioni magnetiche). Allora risulterà definito l'azimut dell'asse magnetico stesso che si determina col valore di un angolo, fissata una orientazione di riferimento, p. e. quella del braccio della sospensione nella posizione di riposo, supposta sottratta a ogni azione magnetica. A questa orientazione OB_R riferirò anche le altre orientazioni che prenderò in considerazione.

Sia dunque:

β l'azimut del meridiano magnetico OH (variabile per effetto delle perturbazioni),

δ l'azimut dell'asse magnetico dell'ago immaginato sottratto alle azioni magnetiche orizzontali, ossia l'azimut della sua orientazione di riposo OA_R ,

α l'angolo di cui l'ago gira per effetto del campo terrestre, assumendo l'orientazione OA di azimut $(\alpha + \delta)$,

γ l'angolo che esso fa allora col meridiano magnetico, che risulta ¹⁾

$$\gamma = \beta - (\alpha + \delta).$$

Sia ancora:

α' l'angolo di torsione della sospensione superiore,

α'' » » » » » inferiore,

(e risulta subito $\alpha' + \alpha'' = \alpha$)

Fig. 2.

¹⁾ A tutto rigore per tener conto anche del segno (che del resto non ha interesse per quel che segue) γ è l'angolo di cui l'azimut dell'ago dovrebbe girare per andare a coincidere con quello del meridiano magnetico.

θ l'angolo dell'asse magnetico col piano orizzontale,
 c' il coefficiente elastico di torsione del filo superiore,
 c' » » » » inferiore,

$\mathcal{M}$ la grandezza del momento magnetico,

$\mathcal{H}$ la intensità del campo orizzontale (variabile per effetto delle perturbazioni),

Equazione di equilibrio del sistema sotto l'azione del campo OH.

Osservo che i momenti di torsione dei due fili sono uguali essendo lo specchietto, il braccio ecc. di sostanze non magnetiche :

$$c' \alpha' - c'' \alpha'' = 0 ,$$

ma

$$\alpha' + \alpha'' = \alpha ,$$

da cui

$$\alpha' (c' + c'') = c \alpha$$

e

$$\alpha'' (c' + c'') = c' \alpha ;$$

e il valore del momento risulta

$$c' \alpha' = c'' \alpha'' = \alpha \frac{c' c''}{c' + c''}$$

che si uguaglierà a quello della coppia magnetica :

$$\mathcal{H} \mathcal{M} \cos \theta \sin \gamma = \mathcal{H} \mathcal{M} \cos \theta \sin (\beta - \alpha - \delta) = \alpha \frac{c' c''}{c' + c''}$$

in cui $\mathcal{H}$ e β e quindi anche α sono variabili e δ costante.

Effetto delle perturbazioni.

Per vedere come una piccola variazione del campo in intensità o direzione (vale a dire una perturbazione magnetica) alteri la posizione di equilibrio dello specchietto basta

differenziare questa, e risolvere rispetto a $d\alpha$, e a questo sostituire la sua espressione per $d\alpha'$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{N} \cos \theta \operatorname{sen}(\beta - \alpha - \delta) d\mathcal{H} + \mathcal{H} \mathfrak{N} \cos \theta \cos(\beta - \alpha - \delta) d(\beta - \alpha) = \\ = - \frac{c' c''}{c' + c''} d\alpha \end{aligned}$$

$$d\alpha = \frac{\mathfrak{N} \cos \theta \operatorname{sen}(\beta - \alpha - \delta) d\mathcal{H} + \mathcal{H} \mathfrak{N} \cos \theta \cos(\beta - \alpha - \delta) d\beta}{\frac{c' c''}{c' + c''} + \mathcal{H} \mathfrak{N} \cos \theta \cos(\beta - \alpha - \delta)}$$

ma

$$c' d\alpha' = \frac{c' c''}{c' + c''} d\alpha, \quad d\alpha = \frac{c' + c''}{c''} d\alpha'$$

sostituendo, riducendo ed esprimendo per γ

$$(1) \quad d\alpha' = \frac{\operatorname{sen} \gamma \frac{d\mathcal{H}}{\mathcal{H}} + \cos \gamma d\beta}{\frac{c'}{\mathcal{H} \mathfrak{N} \cos \theta} + \frac{c' + c''}{c''} \cos \gamma};$$

l'indipendenza dalle perturbazioni si avrebbe quando questa espressione fosse identicamente nulla. E si vede subito che l'equazione che si ottiene uguagliando a zero il numeratore, che può scriversi

$$\operatorname{tg} \gamma = - \mathcal{H} \frac{d\beta}{d\mathcal{H}},$$

non indica nessuna soluzione, essendo una relazione tra le variabili e non tra le costanti dello strumento. Essa caratterizza invece quelle particolari perturbazioni che non fanno deviare lo specchietto.

Le soluzioni del nostro problema non possono esser che quelle indicate dall'uguagliare a ∞ o l'uno o l'altro dei termini del denominatore, che sono numeri puri ¹⁾; e si ricade appunto su le soluzioni già indicate.

¹⁾ Siccome in pratica si tratta di soluzioni approssimate, così dobbiamo riferirci a numeri puri, perchè se si tratta di numeri che misurino grandezze, il grande e il piccolo sono illusori.

La prima in teoria sarebbe preferibile perchè la condizione

$$(2) \quad \frac{c'}{\mathcal{H} \mathcal{M} \cos \theta} = \infty$$

può soddisfarsi esattamente facendo $\theta = \pi/2$, cioè disponendo l'asse magnetico dell'ago verticalmente. Ma in pratica abbiamo visto che ciò non può farsi esattamente, e in via di approssimazione non si riesce a dare a questa espressione un valore molto grande perchè, volendo che il galvanometro sia sensibile, bisogna far molto piccolo il fattore $c'/\mathcal{H} \mathcal{M}$.

La seconda soluzione invece, teoricamente non può esser perfetta, perchè la relazione

$$(3) \quad \frac{c' + c''}{c''} \cos \gamma = \infty$$

non può esser soddisfatta mai esattamente; ma in pratica è appunto quella che va benissimo, perchè a questo numero può darsi facilmente un valore sufficientemente grande per il fine proposto. Siccome il coefficiente di torsione è inversamente proporzionale alla quarta potenza del diametro, è facile intanto fare assumere al rapporto $(c' + c'')/c''$ un valore assai grande anche senza far molto lunga la sospensione inferiore. Per esempio in uno dei sistemi da me costruiti, avendo il filo più basso un settimo del diametro e il doppio della lunghezza dell'altro, il rapporto $(c' + c'')/c''$ aveva un valore di 5000 circa. Non c'è poi da temere che $\cos \gamma$ sia molto piccolo, anzi, per la piccolezza di c'' , l'asse dell'ago sarà assai vicino al meridiano magnetico, e $\cos \gamma$ sarà vicino a uno, cosicchè la (1) può mettersi sotto la forma approssimata:

$$(1) \quad d\alpha' = \frac{d\beta}{\frac{c'}{\mathcal{H} \mathcal{M} \cos \theta} + \frac{c' + c''}{c''}}$$

o addirittura all'ingrosso, trascurando il primo termine del

denominatore e nel numeratore del secondo trascurando c'' rispetto a c' :

$$(1'') \quad \frac{d\alpha'}{d\beta} = \frac{c''}{c'};$$

dunque in quel mio sistema le perturbazioni dello specchio erano di $\frac{1}{5000}$ di quelle di un'ordinaria bussola; diremo che esso aveva un *coefficiente di indipendenza* di 5000. Ma basta assai meno per poter lavorare comodamente in vicinanza di una linea tranviaria.

La forma additiva del denominatore delle (1) e (1') mostra che non vi è quel vantaggio notevole che il senso comune farebbe credere, nel soddisfare simultaneamente le due condizioni rispettive. Se anche entrambe fossero soddisfatte con eguale approssimazione, si otterrebbe un'indipendenza appena doppia che dal soddisfarne una sola, cioè un piccolo vantaggio.

Stabilito ciò, può sembrare inutile il sospendere l'ago per un estremo; sospendendolo invece in posizione orizzontale, normalmente al piano dei due fili si verrebbe a dare al galvanometro la disposizione esteriore di quello già descritto dal Lipmann ¹⁾. Dico esteriore perchè il fine che si propose il Lipmann era di ottenere l'indipendenza della sensibilità dall'intensità del campo magnetico. Egli non parla di perturbazioni, e fa le due sospensioni con fili di bozzolo, e consiglia per essi uguale lunghezza, di modo che le perturbazioni sarebbero solo ridotte a metà, il che è insignificante. Certo, anche disponendo l'ago orizzontalmente, e adottando l'artificio dei due fili di spessore assai diverso, si potrebbe conseguire la indipendenza dalle perturbazioni; ma io credo preferibile la disposizione verticale per varie ragioni: perchè riesce più facile costruire, maneggiare e mettere a posto il sistema; perchè con essa lo strumento può essere orientato come si vuole, mentre l'istrumento ad ago orizzontale non

¹⁾ *Comptes Rendus* 1901.

può essere orientato che con l'asse dei rocchetti nel meridiano magnetico; e soprattutto perchè con l'ago verticale si può usare una calamita direttrice come per qualunque altro galvanometro ad ago mobile: collocandola e spostandola opportunamente, si può correggere la posizione di zero, e variare entro limiti assai estesi la sensibilità, e inversamente ad essa la prontezza.

La *sensibilità* di questo tipo di galvanometro come di qualunque altro dipende naturalmente moltissimo dalla esecuzione. Quella da me raggiunta è di 40 millesimi della distanza della scala per microampère, con circa 10 ohm di resistenza; essa è sufficiente perchè la radiazione della mano cadendo sopra una comune pila termoelettrica, congiunta col galvanometro, lo faccia deviare di qualche centinaio di divisioni. Si ha insomma un buon galvanometro di uso corrente.

Bisogna tener conto che i sistemi da me stesso improvvisati non erano molto leggeri, ed eran guarniti di specchietti assai grandi (almeno un centimetro di diametro), e i rocchetti non erano costruiti appositamente, ma tolti ad altri galvanometri. Si capisce quindi che questa sensibilità potrà essere ampiamente oltrepassata studiando con cura ogni pezzo e ogni elemento. Per tale studio il quale è piuttosto compito del tecnico costruttore che mio, do qui brevemente la traccia teorica.

Indichiamo con

$\mathcal{H}_i$ l'intensità del campo magnetico prodotto dalla corrente d'intensità i nello spazio ove trovasi il polo magnetico,

$C = \frac{\mathcal{H}_i}{i}$ il *coefficiente di circuito*,

M la massa, V il volume, D la densità, L la lunghezza dell'ago magnetico,

$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{M}}{V}$ l'intensità di magnetizzazione,

$m = \frac{\mathcal{M}}{L} = \frac{\mathcal{J}M}{LD}$ l'intensità di un polo,

b la lunghezza del braccio,

T il periodo di oscillazione del sistema supposto non smorzato.

Il momento di inerzia del solo ago sarebbe $b^2 M$; quello di tutto il sistema si porrà uguale a questo moltiplicato per un coefficiente costante dipendente dal tipo scelto, e che se si usa lo specchietto per contrappeso potrà esser vicino a 2; e quindi risulterà

$$T = kb \sqrt{\frac{M}{c'}} \quad \left(\text{con } k \text{ approssimativamente } = 2^{\frac{3}{2}} \pi \right).$$

L'espressione della *sensibilità angolare* S si otterrà dividendo la misura dell'angolo di cui una certa corrente fa rotare lo specchio, per la misura i della intensità di questa. Avendo accettata la seconda soluzione del problema d'indipendenza, cioè resa trascurabile l'elasticità di torsione del filo inferiore, questa espressione può scriversi:

$$S = \frac{\mathcal{H}_i m b}{c' i} = \frac{C m b}{c'},$$

la quale potrà trasformarsi in varii modi per studiare l'influenza dei singoli elementi.

Intanto si potrà scrivere:

$$S = \frac{C \mathcal{J} M b}{L D c'}.$$

Ma questa espressione non si presta a discutere l'influenza di alcuni elementi, perchè da essa saremmo condotti ad aumentare M e b il che renderebbe troppo lente le oscillazioni, e a diminuire c' il che nuocerebbe alla indipendenza (se almeno non si diminuisse insieme c''). Meglio si presta la espressione seguente:

$$S = \frac{C T \mathcal{J}}{k D L} \sqrt{\frac{c''}{c'}} \sqrt{\frac{M}{c''}},$$

E supponendo fissato T al suo valor massimo compatibile colla prontezza, e fissato pure c''/c' (che è l'inversa del coefficiente di indipendenza, vedi (1'')) e ricordando che c'' è direttamente proporzionale alla quarta potenza del raggio r del filo inferiore, potremo scrivere:

$$S = Q \frac{C \mathfrak{J}}{Lr} \sqrt{\frac{M}{r^3}}$$

dove Q si dovrà ritenere costante.

Questa espressione intanto ci mostra che sarà conveniente fare l'ago relativamente corto, e ciò porta a fare piccolo il diametro del rocchetto. Del resto è noto che le spire più efficaci sono le più vicine al centro, anche perchè esse possono esser formate di filo più fine, senza aumentare troppo la resistenza. Appare dunque conveniente, rispetto ai rocchetti ordinari, sacrificare gli avvolgimenti più ampi di filo grosso, perchè la piccola diminuzione di C sarà largamente compensata dalla diminuzione di L .

Ma scorciare troppo l'ago potrebbe, per l'azione smagnetizzante degli estremi, nuocere al valore di $\mathfrak{J}$; se non che fortunatamente anche per un'altra ragione siamo condotti a diminuire la massa dell'ago, ossia ad assottigliarlo. Infatti scelta la sostanza per il filo della sospensione inferiore (per es. il quarzo fuso), il quoziente M/r^3 ha un limite superiore, oltrepassato il quale, il filo si rompe; cosicchè, mantenendo M/r^3 costante e vicino a questo limite, non avremo che da diminuire insieme M e r per aumentare la sensibilità. Ma ciò porta un aumento di M/r^3 , e quindi porterebbe anche un aumento di T oltre il limite assegnato, se non si provvedesse a diminuire corrispondentemente la lunghezza b del braccio. Il che torna utile specialmente avendo impiccoliti i rocchetti e in corrispondenza l'intervallo che li separa, per lasciare al sistema un angolo di rotazione libera abbastanza ampio.

Riassumendo: dopo aver costruito i rocchetti nel modo più conveniente, e dopo avere assegnato il periodo T e il coefficiente d'indipendenza dalle perturbazioni c'/c'' , si potrà ancora aumentare la sensibilità assottigliando entrambi i fili,

e alleggerendo l'ago insieme alle altre parti del sistema mobile, e conseguentemente scorciando il braccio della sospensione inferiore.

Il limite non sarà posto che dalla difficoltà materiale di fare e maneggiare fili estremamente sottili.

Campi non uniformi. Io ho fin qui sempre supposto il campo magnetico variabile col tempo ma uniforme, quale è con buona approssimazione quello prodotto dai tranvai ad una distanza molto grande rispetto alla lunghezza dell'ago. Immersi in campi non uniformi, è chiaro che si comporterebbero diversamente due galvanometri, uno coll'ago verticale e uno coll'ago orizzontale: se per esempio si trattasse delle perturbazioni prodotte da poli magnetici che mutassero di intensità o di posizione pur rimanendo all'incirca allo stesso livello dell'ago, si vede subito che il galvanometro ad ago verticale sarebbe molto meno perturbato dell'altro. Questo caso è in pratica assai comune in un laboratorio, in cui calamite, elettrocalamite, piccoli motorini, ecc. si dispongono di solito presso a poco a una stessa altezza dal pavimento. Del resto è evidente che usando un ago a punti conseguenti, l'effetto della disuniformità del campo deve per compensazione risultare di molto ridotto.

Uso della calamita direttrice. Per quel che concerne la sensibilità del Galvanometro, l'aggiunta d'una calamita direttrice equivale perfettamente ad una variazione di c' . Disponiamo l'asse magnetico di essa orizzontale nel piano dei due fili, e osserviamo che la forza prevalente sarà quella esercitata dal polo più vicino della calamita sul polo più vicino dell'ago, il quale poi sarà il superiore o l'inferiore a seconda del livello a cui giace la calamita. Si potrà così ottenere un'azione che aumenta o diminuisce la stabilità dell'equilibrio, e passare dall'un caso all'altro solo variando il livello della calamita rispetto all'ago. È manifesto che la posizione *neutrale*, cioè quella in cui l'effetto della calamita è nullo, sarà quando essa si trova alla pari del punto di mezzo dell'ago ammesso verticale, poco discosta se esso è leggermente inclinato.

Quanto all'*indipendenza* dalle perturbazioni, la cosa è più complicata, ma senza entrare in troppi particolari osserverò intanto che il coefficiente d'indipendenza non si può più ottenere approssimativamente dalla (1'') mettendovi per c il valore modificato, perchè l'aggiunta della calamita altera l'entità relativa delle perturbazioni del campo.

Se la calamita è nella posizione neutrale, la (1) sarà ancora valida con lo stesso valore di c' , e con la sola modificazione che $\mathcal{H}$ sarà ora l'intensità del campo terrestre composto con quello prodotto dalla calamita, e $d\beta$ la variazione accidentale di azimut di questo campo risultante, col quale azimut l'ago fa l'angolo γ . E si comprende subito che se la calamita è disposta in modo da intensificare il campo terrestre $d\mathcal{H}/\mathcal{H}$ e $d\beta$ in generale risulteranno minori, e quindi l'indipendenza dalle perturbazioni sarà migliorata, senza variazione della sensibilità. Un conveniente spostamento verticale della calamita può trasformare questo risultato nell'altro: un aumento di sensibilità con la primitiva indipendenza. Le posizioni intermedie della calamita corrisponderanno a sensibilità e indipendenza entrambe migliori di quelle del galvanometro privato della calamita.

Rinforzare notevolmente il campo terrestre ha per conseguenza un aumento d'inclinazione dell'ago, il che non porta nessun inconveniente, essendo stata rifiutata quella soluzione del problema d'indipendenza che sarebbe indicata dalla equazione (2), mentre giova alla soluzione scelta (3), assicurando la piccolezza di γ .

Si può così con l'uso opportuno di una calamita aumentare la stabilità di orientamento del solo ago senza aumentare, o magari diminuendo quella dello specchio. L'antagonismo tra la sensibilità e la indipendenza dai disturbi non è quindi, per questo galvanometro, irriducibile.

Firenze, Luglio 1914.

~~~~~

ATTILIO MARIOTTI, *gerente responsabile*.