ANNALEN DER PHYSIK.

JAHRGANG 1806, SECHSTES STÜCK.

I.

VERSUCHE

zur Bestimmung des absoluten Widerstandes, den eine in der Luft (auf die Richtung ihrer Bewegung senkrecht) bewegte Fläche leidet.

VON

JOH. JOS. PRECHTL

in Brünn.

I. Darstellung der Versuche.

I. **F**ür welchen Zweck ich die folgenden Versuche zunächst unternommen habe, davon ist bereits in den *Annalen*, XIX, 376, eine kurze Anzeige gegeben worden.

Ich werde hier die Versuche darstellen, welche die Bestimmung des *absoluten* Widerstandes in der Luft betreffen. Von denen, welche über den *relativen* Luftwiderstand angestellt wurden, kann ich vielleicht ein anderes Mahl sprechen.

Die Versuche selbst find auf der sehr hellen und schön gebauten Hauptstiege des Schlosses in Misliborschitz, einer dem Herrn Grafen von Taaffe, meinem achtungswürdigen Freunde, zugehörigen Herrschaft, angestellt, wo ich zwischen den beiden Hauptpfeilern der Stiege, nachdem die Maschine an dem obern Geländer derselben befestigt war, eine freie Fallhöhe von mehr als 30 Fuß hatte.

2. Das *Muafs*, dessen ich mich dabei so wohl zur Bestimmung der Secundenpendellänge, als der übrigen Dimensionen der Maschine und der Fallhöhe bediente, war eine fein getheilte messingene Scale von 6'' wiener Längenmaafs. Ich verificirte die Richtigkeit dieses Maafsstabes durch die Schwingungen eines Pendels von 30' Länge, welche durch die Vergleichung der daraus folgenden Länge des einfachen Secundenpendels für Misliborschitz in dem von mir gebrauchten Maafse, mit der für denselben Ort nach der Polhöhe berechneten Pendellänge in pariser Maafs, bewiesen, dafs der von mir gebrauchte Fuß zum pariser eben das Verhältnifs habe, das gewöhnlich für beide Fußmaafse angegeben wird. Denn nach Liesganig's Pendelbestimmungen ist das Verhältnifs des pariser Fußes zum wiener $= 1:0,9731014$; nach meinen Versuchen hingegen war das Verhältnifs des von mir gebrauchten Fußmaafses zum pariser $= 0,9740:1$; die Differenz von Liesganig's Bestimmung beträgt daher für den Fuß nur 0,0009.

Die Länge des wiener Secundenpendels beträgt 452,739 wiener Linien; demnach die des brünner Secundenpendels 452,772 w. L.; eine Länge, welche auch für Mifliborschitz, das nur etwa 17 Minuten südlicher als Bränn liegt, beibehalten wird. Die halbe Secundenpendellänge beträgt daher für diesen Ort 113,19 Linien wiener Maafs.

3 Die *Maschine*, deren ich mich bei diesen Versuchen zur Bestimmung des absoluten Widerstandes der Luft bediente, sieht man Figur 1, Taf. III, im Ganzen; Fig. 5 zeigt das dazu gehörige Gestell. Die Walze *ab*, in welche der Rahmen *m n r s* eingesetzt, und durch den Holzstab Fig. 4 auf dieselbe angeschraubt wird, ist in Fig. 2 von der Seite, und in Fig. 3 von oben herab vorgestellt. Die Walze *kl* ist 8 Zoll lang, und hat 2,751 Zoll im Durchmesser. Der Raum *ed* wird durch den eingesetzten Rahmen *m n r s* ausgefüllt. Die Länge jeder der 4 Seiten dieses Rahmens beträgt im Lichten 10,860 Z. oder 0,905'; die Breite der Rahmenstäbe, α , β , γ ist 0,045'. Die Höhe, oder Dicke des untern Rahmenstabes, der in *x* eine Schraubenmutter für den Stab Fig. 4 hat, ist so genommen, daß die Kante dieses untern Stabes *m n* mit der Achse der Welle *ab* in einer und derselben Linie liegt. Die Linie, in welcher bei *dl* die Rahmenkante *rd* die Grundfläche der Walze schneidet, ist ein Durchmesser dieser Grundfläche. Wird daher auf den Rahmen ein Papier aufgespannt, und dreht sich die Welle, so ist die Linie *m n*, wo die Kante des untern Rahmen-

stabes die Papierfläche berührt, in der Achse der Welle, und es ist dasselbe, als wenn sich die Papierfläche um die Achse *ab* für sich drehte.

In dem Gestelle Fig. 5 sind *o*, *i* zwei fest eingesetzte messingene Hülßen, in welchen die zwei stählernen konischen Zapfen *a* und *b* laufen. Die beiden Theile des Gestelles sind durch eine mit Schraubengängen versehene Querstange verbunden, wodurch sie um ein wenig näher oder ferner gebracht werden können. Wurde das Gestell bei *A*, *B*, *C*, *D* auf das Stiegenpälunster angenagelt, die Maschine, Fig. 1, eingesetzt, und die Schraubenläufer *p* und *q* gegen einander fest angezogen, nachdem vermittelt derselben die beiden Halter des Gestelles in eine solche Entfernung von einander gebracht waren, daß die Zapfen der Welle in den Hülßen freies Spiel hatten: so war das Ganze so fest und unbeweglich, daß man kaum mit Anstrengung aller Kraft die beiden Halter ein wenig aus ihrer Lage bringen konnte. Durch diese Unverrückbarkeit wurde also vollkommen bewirkt, daß die beiden Zapfen in den Hülßen sich während der Versuche immer auf eine und dieselbe Art, oder unter gleichen Umständen mit derselben Reibung bewegen mußten.

Wurde durch den Holzstab, Fig. 4, der Rahmen auf die Fläche *lz* fest angezogen, und durch die gehohrten Oeffnungen *vv* die passenden hölzernen Stifte eingesteckt, so hatte der Rahmen gleichfalls eine so unbewegliche Lage, daß er sich durch eine starke Gewalt weder vor- noch rückwärts umbiegen konnte,

sondern sich stets in der auf der Fläche $l z$ senkrechten Ebene, welche den Durchmesser der Welle und ihre Achse schnitt, erhalten mußte.

4. Um die Maschine in einem gleichmäßigen Gange zu erhalten, wenn sie durch die um die Welle $k d$ geflungene Schnur, an deren Ende sich die Wagschale mit dem Gewichte befindet, in Bewegung gesetzt wird, wurde in einem Loche des zu diesem Ende angebrachten Holzstabes, Fig. 4, eine durchbohrte Bleikugel mit einem Stifte befestigt, die den Rahmen in horizontaler Lage völlig das Gleichgewicht hielt. Obgleich auf diese Art der Beharrungsstand der Maschine veränderlich ist, indem sich das statische Moment der Bleikugel in jedem Augenblicke des Umdrehens wie der Cosinus des Winkels, den der Stab mit der Horizontalebene macht, ändert: so wird jedoch das Uebergewicht, das der Rahmen beim Heruntergange erhält, durch die größere Kraft, die nöthig ist, um sie wieder zur Horizontalfläche zu erheben, gerade aufgehoben. Die Bewegung des Rahmens selbst ist dabei nicht merklich ungleichmäßig und schwankend, da dabei nur immer ein kleiner Theil des Gleichgewichts aufgehoben wird.

5. Wenn das Gewicht, das sich am Ende der um die Welle gelegten Schnur in der Wagschale befindet, sinkt, und die Maschine dreht; so kommt immer eine größere Länge der Schnur als Gewicht ins Wirken, wodurch sich die beschleunigende Kraft des sinkenden Gewichtes in jedem Augenblicke ein we-

nig vergrößert. Diese Unbequemlichkeit wegen der Schnur, deren Gewicht nicht bei Seite gesetzt werden kann, habe ich, ohne Rollen anzuwenden, auf folgende einfache Art aufgehoben. Man befestigt nämlich am Boden der Schale einen Faden von derselben Art, woran sie hängt, der einige 30 Fuß lang ist, und, ohne sich zu spannen, den Boden der Fallhöhe erreicht, wenn die Wageschale sich oben an der Welle der Maschine befindet. Sein Ende wird auf dem Boden, wo noch einige Fuß seiner Länge liegen bleiben, auf irgend eine Art befestigt. So wie nun der Faden über dem Gewichte sich beim Herabsinken verlängert, so verkürzt sich dieser unter dem Gewichte angebrachte; so daß dessen Länge im Augenblicke als das Gewicht den Boden berührt $= 0$, die Länge des obern Fadens $=$ der Fallhöhe ist: im Anfange der Bewegung ist die Länge des obern $= 0$, des untern Fadens aber $=$ der Fallhöhe. Sonach macht dieser Faden ein constantes Gewicht aus, welches bei allen Gewichten mit dem Gewichte der Wageschale zu den gefundenen Gewichten zu addiren ist. Die successive Abnahme dieses Gewichtes der Fadenlänge, wenn nämlich sich der untere Faden am Boden anhäuft, bringt auf die Wellenzapfen eine nur unmerkliche Verminderung des Drucks, daher eine ganz unmerkliche Aenderung der Reibung hervor, (da dieses Gewicht der Fadenlänge in den ersten Versuchen nur $\frac{50}{41}$ Quentchen beträgt;) sie kann daher nicht in Anschlag gebracht werden.

6. Wenn das Stück Blei an dem Holzstabe, Fig. 4, dem mit Papier überzogenen Rahmen das Gleichgewicht hielt, so hätte es, um dem nicht - überzogenen Rahmen, (dessen Widerstand bei jedem Versuche immer auch gefunden werden muß,) das Gleichgewicht zu halten, näher nach der Achse der Maschine zu verrückt werden müssen. Hierbei wäre nun bei dem überzogenen Rahmen die Schwungkraft um ein geringes größer, als bei dem nicht-überzogenen gewesen, auch würde der Druck auf die Wellenzapfen um das Gewicht der Papierfläche vermindert worden seyn. Dieses wurde dadurch verhindert, daß das Blei an dem Stabe unbeweglich blieb, daß hingegen ein Gewicht, = dem Gewichte des Papiers, an einer Stelle des unbezogenen Rahmens befestigt wurde, wo es mit dem Stabe das Gleichgewicht hielt.

7. Da in verschiedenen Versuchen nach einander immer die Gewichte größer wurden, so dehnte sich die Schnur, und das könnte die Anzahl der Umdrehungen unrichtig machen. Vor jedem Versuche wurde daher die Länge der Schnur justificirt, das heißt, beim Anfange der Bewegung mußte das Gewicht sich immer an derselben Stelle befinden, in welcher jedes andere in allen andern Versuchen zu sinken anfang.

Wie oben gesagt worden, betrug die Fallhöhe, die zu diesen Versuchen diente, etwa 30 . War nun die Schnur auf der Welle aufgewickelt, und befand sich die Wagechale in einer gewissen durch die be-

meldete Justificirung jederzeit genau bestimmten Entfernung unter der Welle; so geschahen gerade 41 Umdrehungen der Maschine, ehe das Gewicht den Boden erreichte.

8. Die Bewegung des sich um die Achse drehenden Rahmens wurde, wenn er mit Papier überspannt war, bereits nach einigen Umdrehungen gleichförmig, ohne Ueberzug erst etwa nach 15 Umdrehungen. Um für die Fläche, welche durch das mit beschleunigter Bewegung sinkende Gewicht gedreht wurde, die gleichförmige Bewegung zu erhalten; wurden von jenen 41 Umdrehungen die 21 ersten abgezogen, und nur für die 20 letzten die Zeit bestimmt.

9. Hierzu diente ein nach der oben (2) angegebenen Länge bestimmtes halbes Secundenpendel. Die 21 ersten Umdrehungen der Fläche wurden gezählt, und in dem Augenblicke, als die 22^{sigste} anfang, wurde das Pendel losgelassen, und dessen Schläge zwischen diesem Augenblicke, und dem Auffallen des Gewichts auf das am Boden liegende Bret, wodurch das Ende der 41^{zigsten} Umdrehung verkündigt wurde, gezählt. Dafs dieses Auffallen gerade am Ende der 41^{zigsten} Umdrehung geschah, und sich nicht etwa die Schnur während des Falles gedehnt hatte, davon versicherte ich mich nach jedem Versuche durch den gehörigen Stand des Rahmens, welcher genau wieder da zu liegen kommen mußte, von wo er sich zu drehen angefangen hatte. Auf die Schallzeit durch diese 30' wurde nicht Rücksicht genommen.

10. Sonach bestimmte die Zeit in Secunden, innerhalb welcher die letzten 20 Umdrehungen vollbracht wurden, die Anzahl der Umdrehungen, welche auf eine Secunde kamen, und dadurch die der Fläche, (ihrem Widerstandspunkte,) zugehörige Geschwindigkeit. Das Gewicht, welches die Umdrehungen in dieser Geschwindigkeit bewirkt hatte, war mithin 1^{stens} das Maafs des Widerstandes der Papierfläche, 2^{tens} des Rahmens, des Stabes und des Stückes *d e l z*, (Fig: 1;) 3^{tens} enthielt es das Maafs der Reibung der Maschine. Dieses Gewicht soll im Folgenden immer *P* heissen. Um die beiden letztern Stücke aus *P* abzufondern, und sonach das reine Maafs des absoluten Widerstandes, (das statische Moment von *P*, mit welchem es in der Maschine wirkt, einstweilen beseitigt,) zu bestimmen, dienen folgende zwei Wege.

A. Die Zeit, in welcher *P* die 20 letzten Umdrehungen bewirkt, heisse *t*. Man nehme die Papierfläche aus dem Rahmen, befestige (6) statt derselben die beiden das Gleichgewicht haltenden Körper, und suche nun das Gewicht, welches nöthig ist, um die 20 letzten Umdrehungen in der Zeit *t* zu bewerkstelligen. Dieses Gewicht, welches immer *p* heissen soll, enthält nun, nebst dem Widerstande auf den Rahmen, den Stab und das Stück *d e l z*, auch das Maafs der Reibung für einen Druck auf die Zapfen, der um *P — p* geringer ist, als bei der Wirkung des Gewichts *P*. Würde also, (hier die Vergleichung und Uebereinstimmung der statischen

Momente von P und p einstweilen beseitigt,) bei der Wirkung von p nicht eine geringere Reibung, als bei jener von P Statt haben: so drückte $P - p$ genau das Maafs des absoluten Widerstandes auf die Papierfläche aus. Wäre dagegen der wahre Reibungscoefficient für die Wellenzapfen der Maschine $= \mu$, eine bekannte Gröfse, so müfste, um den wahren Widerstand zu erhalten, zu dem abzuziehenden p noch $\mu (P - p)$ addirt werden, oder es wäre jenes Widerstandsmaafs $Q = P - p - \mu (P - p)$.

B. Ohne Bestimmung des p kann der wahre Widerstand aus P auf eine andere Art, ohne dafs dabei der Reibungscoefficient zu bestimmen ist, sehr genau und bestimmt durch einen zweiten Versuch gefunden werden. Ist nämlich durch den ersten Versuch der Werth von P bekannt, und mit ihm die zugehörige Zeit für die 20 letzten Umdrehungen; so wird an dieselbe Welle, nachdem man, wie vorher, die Papierfläche aus dem Rahmen genommen hat, in entgegengesetzter Richtung mit der Schnur, an welcher P hängt, eine andere Schnur befestigt, (so dafs beide Schnüre eigentlich eine Schnur ohne Ende bilden,) an welche ein zweites Gewicht, das immer Q heifsen soll, angehängt wird, welches um so viel kleiner seyn mufs, als P , bis das Gewicht P die 20 letzten Umdrehungen wieder genau in derselben Zeit, wie im ersten Versuche mit überzogenem Rahmen und ohne Gegengewicht, bewirkt. Sodann ist dieses Q genau dem Widerstande auf die Papierfläche gleich, einstweilen auf das statische

Moment keine Rücksicht genommen. Denn hier hat das sinkende Gewicht P noch den Widerstand auf den Rahmen und die übrigen Theile, und die Reibung wie im ersten Versuche zu überwinden, aber nicht mehr den Widerstand auf die ausgeschlittene Papierfläche. Da es nun doch in derselben Zeit wie im ersten Versuche durch denselben Raum sinkt, so muß ihm das Gegengewicht Q eben so viel Last entgegen setzen, als es vorher der Widerstand auf die Papierfläche gethan hat: mithin muß Q selbst diesen Widerstand in Bezug auf den Halbmesser der Welle ausdrücken. Da im ersten Versuche demnach der Widerstand auf die Papierfläche denselben Druck auf die Zapfen ausübt, als das Gewicht Q im zweiten, (die verschiedene Richtung dieses Druckes auf die Zapfen macht hier keinen Unterschied,) so ist in diesem Versuche bei derselben Geschwindigkeit derselbe Druck, mithin dieselbe Reibung, wie im ersten, vorhanden.

Auf diese Art wird, mit Berücksichtigung der nöthigen Correctionen, im Folgenden die *absolute Widerstandsgröße* bestimmt, da diese Bestimmung einfacher ist, unmittelbarer aus der Erfahrung fließt, und weniger Correctionen braucht, als die erste (A) durch die Bestimmung von μ .

Ist nun die Entfernung des Mittelpunktes des Widerstandes auf die Fläche von ihrer Achse $= K$, der Halbmesser der Welle $= b$, so ist der wahre absolute Widerstand auf die Papierfläche $R = \frac{b}{K} Q$.

11 In den folgenden Versuchen werden alle drei Werthe der zusammen gehörigen Gewichte P , Q und p bestimmt. Bei der Bestimmung des Gewichtes Q fanden übrigens alle oben bemeldete Vorichtsmaafsregeln Statt. Berührte Q den Boden, so mußte das Gewicht P oben an der Welle die bestimmte, zu den vollständigen 20 letzten Umdrehungen gehörige Lage haben; und dasselbe mußte mit dem Gewichte Q der Fall seyn, wenn P am Ende des Versuchs den Boden berührte. Zur Bestimmung der Fallzeit für P für die letzten 20 Umdrehungen wurden für jeden Werth von P 5 Versuche gemacht, und aus diesen das Mittel genommen. Die größte Differenz in der Zeit bei dieser fünfmaligen Wiederholung eines Versuches betrug $\frac{3}{4}$ Secunden; in den meisten Versuchen war die Differenz der das Mittel gebenden Zeitgrößen nur $\frac{1}{4}$ Secunde; bei vielen war gar keine Differenz.

Ehe man das Gewicht Q genau nach der zum Gewichte P gehörigen Zeit bestimmen konnte, waren immer 4, 5, oft mehrere Wiederholungen des Versuchs nöthig; bis nach allmählicher Zulage oder Wegnahme kleiner Gewichte die gehörige Zeit für die 20 Umdrehungen genau heraus kam. Die Genauigkeit in dieser Bestimmung von Q ging auf wenige Grane, da wegen der beträchtlichen Anzahl der Umdrehungen ein sehr kleines Gewicht dazu oder hinweg gethan, schon einen bemerkbaren Unterschied in der halben Secunden-Menge hervor brachte. Zur Erhaltung der Werthe von t , Q und

p in den nachstehenden Versuchen wurden über 150 Versuche gemacht.

12. Folgende Tabelle enthält für die jedesmalige Gröfse des die überzogene Fläche drehenden Gewichts P , (das Gewicht der Wagschale und der Schnur jedes Mahl mit eingerechnet,) die zugehörigen Mittelwerthe der Zeit für die 20 gleichförmigen Umdrehungen in der 2ten Kolumne; die berechneten Werthe von t , den Werth desselben aus dem ersten Versuche zum Grunde gelegt, nach dem Gesetze, dafs der Widerstand wie das Quadrat der Geschwindigkeit wächst, in der 3ten Kolumne; die Differenz der durch die Versuche gefundenen und der berechneten Werthe von t in der 4ten; die Werthe von Q in der 5ten; und die zugehörigen Werthe von p in der 6ten Kolumne.

Werthe von P in Lothen.	Zeit für die 20 Umdrehungen in halben Secunden.			Werthe in Lothen.	
	beobach- tete.	berech- nete.	Unter- schied.	von Q .	von p .
5	57,6	—	—	3,8125	—
6	53,1	52,6	0,5	4,5000	1,2750
7	48,8	48,6	0,2	5,4125	1,3875
8	45,5	45,5	0,0	6,2750	1,4375
9	42,8	42,9	— 0,1	7,1500	1,5875
10	40,2	40,7	— 0,5	8,0000	1,7125
15	32,6	33,2	— 0,6	12,2812	2,2375
20	28,3	28,8	— 0,5	16,6250	2,8875
25	25,2	25,7	— 0,5	20,7500	3,3125
30	23,1	23,5	— 0,4	24,4700	3,7500
35	21,5	21,7	— 0,2	28,2100	4,3750
40	20,1	20,4	— 0,3	32,0800	4,8750
45	19,1	19,2	— 0,1	36,0811	5,4375

Zweite Abtheilung der Versuche.

13. Da bei diesen Versuchen mit einer kleinern Umdrehungszeit der Fläche als 19 halbe Secunden für die 20 letzten Umdrehungen, ihre Bewegung zu schnell war, als daß man den Anfang der 22sten Umdrehung genau hätte bemerken können; ein kleiner Fehler in der Zeit bei der Bestimmung des Q hingegen einen sehr merklichen in dem wahren Werthe von Q verursacht: so wurde zur genauen Bestimmung des Anfanges der 20 letzten Umdrehungen folgende Vorrichtung angebracht.

An dem an dem Stiegenpalunster A (Fig. 6) befestigten Halter C lief um eine dünne Nadel in m der sehr dünne Hebel ab , dessen kürzerer Arm mb schwerer war, als der längere am . Bei a berührte er den kleinern Hebel zx , der in dem Pfosten io sich ebenfalls um eine Nadel, (wie die in m mit Oehl beschmiert,) drehte, und dessen Arm zi vor dem längern ix gleichfalls das Uebergewicht hatte. Hatten diese beiden Hebel nun eine solche Lage, daß das Ende b des größern Hebels ab den Boden der Wageschale berührte, welche genau in jener Entfernung vom Fallboden hing, in der sie beim Anfange der 20 letzten gleichförmigen Umdrehungen sich befinden mußte: so stieß der kleine Hebel zx an die Pendelkugel z , und hinderte sie in dieser Erhebung, ihre Schwingungen anzufangen. Der Arm iz des kleinen Hebels war also bloß durch den Druck der Kugel an sein Ende z , und die dadurch in i hervor gebrachte Reibung in die Höhe gehal-

ten; und da dieser Arm iz so wohl als der Arm mb des größern Hebels das Uebergewicht hatten, so wurde ein Theil der Reibung der Kugel an z , welcher dieser gesammten Ueberwucht gleich war, für die in b wirkende Kraft elidirt, und es war für diese Kraft in b , um den Hebelarm iz in die Tiefe zu bewegen, und in diesem Augenblicke die Pendelkugel ihren Schwingungen zu überlassen, nur noch eine Last im Punkte z , die dem Unterschiede der gesammten Ueberwucht in z von der durch den Druck der Kugel bewirkten Reibung gleich war, zu überwinden übrig. Ist nämlich die Ueberwucht in $b = q$, so wirkt diese in dem Punkte x des kleinen Hebels als eine Kraft $= \frac{mb}{xm} q$ in einer nach der Höhe gehenden Richtung. Ist die Ueberwucht in $z = p$, so wirkt sie in x angebracht als eine Kraft $= \frac{xi}{ix} p$ in einer nach der Höhe gehenden Richtung: mithin befindet sich nach dieser Richtung in x eine Kraft $= \frac{mb}{xm} q + \frac{xi}{ix} p$, oder sie wirkt in z als eine Kraft abwärts $= \frac{\frac{mb \cdot ix}{xm}}{iz} q + p$. Der

Erhebungswinkel des Pendels von der Senkrechten sey $= \alpha$, das Gewicht der Kugel $= p'$; so ist ihr Druck an den Hebel $= p' \sin. \alpha$, und die dadurch bewirkte Reibung, welche den Punkt z in die Höhe hält, $= \frac{1}{3} p' \sin. \alpha$. Der Unterschied beider Ausdrücke giebt die Last in z , die noch für die Kraft in b zu überwinden ist. Es war $ix = 10$, $zi = 8,5$; $mb = 13$; $xm = 25$; $p = 1\frac{1}{2}$ Loth; $q = 1\frac{1}{8}$

Loth: folglich die Kraft in z abwärts $= 0,0692$ Loth. Es war der Winkel $\alpha = 6^\circ$, das Gewicht $p' = 2$ Loth; mithin $\frac{1}{3} p' \sin. \alpha = 0,0696$ Loth. Also ist in Z noch eine Last $= 0,0004$ Loth von der sinkenden Wagschale in b zu überwinden übrig. In der That war auch die Ueberwucht in z so geringe, daß der Hebel in z durch die leiseste Berührung in b schon zum Sinken gebracht wurde. Der Verlust der Kraft, welche die sinkende Wagschale in b auf die Bewegung des Hebels verwendet, ist also gar nicht in Betracht zu ziehen, welches auch dann noch der Fall wäre, wenn der obige Unterschied selbst in die dritte Decimalstelle fiel.

Da auf diese Art die Fehlergränze bei diesen Versuchen enger ist, als bei den vorigen; so wurden statt fünf, bei jedem Versuche nur drei Wiederholungen gemacht. Alles war übrigens wie bei den vorigen Versuchen: nur wurde statt der Seidenschnur, deren Durchmesser in den vorigen Versuchen 0,228 einer Linie betrug, eine häufene Schnur angewandt, deren mittlere Dicke 0,3892 einer Linie ausmachte. Auch geschahen statt der 41 Umdrehungen in Allem nur 40; so daß vor den 20 gleichförmigen Umdrehungen statt 21 nur 20 Umdrehungen vorher gingen. Die Fehler der Dehnung der Schnur wurden wie vorher korrigirt.

14. Folgende Tabelle enthält die durch diese Versuche gefundenen zusammen gehörigen Größen, wie in der vorigen Tabelle. Bei der Berechnung
der

der Werthe von t ist die Umdrehungszeit für den ersten Versuch zum Grunde gelegt.

Werthe von P in Lothou.	Zeit für die 20 Umdrehungen in halben Secunden.			Werthe in Lothen.	
	beobach- tete.	berech- nete.	Unter- schied.	von Q.	von p.
50	17,166	—	—	42,28125	6,4375
55	16,33	16,36	— 0,03	46,28125	7,2500
60	15,75	15,67	+ 0,08	50,2500	7,8750
65	15,00	15,07	— 0,07	55,0000	8,7250
70	14,50	14,50	0	59,0000	9,2500
75	14,00	14,01	— 0,01	63,2500	9,7250
80	13,50	13,58	— 0,08	67,4375	10,2500
85	13,00	13,16	— 0,16	71,7500	11,0000

II. Theorie und Berechnung dieser Versuche.

15. Die höhere Mechanik zeigt, daß ein in der Luft fallender Körper aufhört, gleichförmig beschleunigt zu werden, so bald er durch diesen Fall eine solche Geschwindigkeit erhält, daß der Widerstand, den er in derselben leidet, seinem eigenen Gewichte gleich ist, — und daß er dann seinen Weg in gleichförmiger Bewegung fortsetzt. Umgekehrt also ist das Gewicht des fallenden Körpers in demselben Augenblicke, in welchem seine Bewegung gleichförmig zu werden anfängt, das absolute Maas seines Widerstandes für die Geschwindigkeit, mit der er in diese gleichförmige Bewegung eintritt. Man kann sich nun die Fläche, welche bei der in diesen Versuchen gebrauchten Maschine sich um ihre Achse dreht, so vorstellen, als wenn sie

mit dem Gewichte $= \frac{b}{k} Q$ (10) beschwert, (sie selbst aber ohne Gewicht,) in horizontaler Lage frei mit derjenigen Geschwindigkeit fiele, die bei ihrer Umdrehung um die Achse ihrem Widerstandspunkte zukömmt. Läßt man nun diese Fläche so lange fallen, bis man sicher ist, daß ihre Bewegung gleichförmig geworden ist, und bemerkt man die Zeit, innerhalb welcher sie mit dieser gleichförmigen Bewegung durch einen bestimmt abgemessenen Raum sinkt: so ist ihr Gewicht das Maafs des absoluten Widerstandes der Fläche in dieser Geschwindigkeit. Eben so verhält es sich bei der Umdrehung der Fläche mit dem absoluten Maafse ihres Widerstandes. Die Zeit, innerhalb welcher ihr sich im Kreise bewegend der Widerstandspunkt einen bestimmten Raum durchläuft, giebt die jenem Widerstande zugehörige Geschwindigkeit. Es kommt hier also darauf an, daß die Bewegung, deren Dauer man bemerkt, wirklich gleichförmig ist; zweitens in Hinsicht der genauern Bestimmung der Geschwindigkeit auf die richtige Bestimmung der Lage des Widerstandspunktes der sich drehenden Fläche.

Bei Versuchen, die den absoluten Widerstand bestimmen sollen, kann der Raum, nach welchem die Bewegung des fallenden Körpers gleichförmig wird, nicht berechnet werden, da der Exponent des Widerstandes, der zu dieser Rechnung gehört, selbst von jener Bestimmung abhängt: daß aber die

letzten 20 Umdrehungen in diesen Versuchen wirklich mit gleichförmiger Bewegung geschahen, darüber versicherte ich mich selbst wieder durch eigne Versuche.

16. Die erste Reihe stellte ich so an, daß ich für diese letzten 20 Umdrehungen die Zeit bestimmte, indem ich immer weniger Umdrehungen vor denselben voraus gehen ließ. Bis auf 10 Umdrehungen vor den letzten 20, also in Allem bei 30 Umdrehungen, war die Zeit für die letzten 20 Umdrehungen immer noch dieselbe; dann nahm sie zu, oder die Bewegung wurde ungleichförmig, da vor der 20sten Umdrehung noch nicht die größte Geschwindigkeit eingetreten war.

Es betrug nämlich die Zeit für die letzten 20 Umdrehungen, wenn

20 Umdrehungen voraus gingen,	19,34	halbe Secunden
10 — — — —	19,41	— —
5 — — — —	19,58	— —
4 — — — —	19,83	— —
2 — — — —	20,00	— —
1 — — — —	20,34	— —
0 — — — —	22,50	— —

Hieraus folgt, daß die letzten 20 Umdrehungen auch noch gleichförmig gewesen wären, hätten auch statt 40 Umdrehungen in allem nur 30 Statt gefunden, jedoch nur bei überzogenem Rahmen.

Bei einer zweiten Reihe bestimmte ich die Zeit für einzelne Theile der 20 letzten Umdrehungen, wenn 20 Umdrehungen voraus gingen. Es war

nämlich bei demselben Gewichte und bei dem überzogenen Rahmen

die Zeit der letzten 20 Umdrehungen 32,3 halbe Sec.

— — — 15 — — 24,5 — —

— — — 10 — — 16,3 — —

— — — 5 — — 8,2 — —

War der Rahmen nicht überzogen, so war

die Zeit der letzten 20 Umdrehungen 22 halbe Sec.

— — — 15 — — 16,3 — —

— — — 10 — — 11,16 — —

— — — 5 — — 5,5 — —

Hierdurch ist die Gleichförmigkeit der letzten zwanzig Umdrehungen bei überzogenem so wohl als leerem Rahmen in diesen Versuchen außer Zweifel gesetzt.

Vom Widerstandspunkte der Fläche.

17. Der Widerstandspunkt einer Widerstand leidenden Fläche ist jener Punkt, in welchem man sich alle einzelne auf die einzelnen kleinsten Theile der Fläche vertheilte, als senkrechte Kräfte auf dieselben wirkende Widerstände vereinigt vorstellen kann. Der gesammte Widerstand in diesem Punkte vereinigt, muß also in Beziehung auf die Achse, um welche sich die Fläche dreht, dasselbe statische Moment haben, als der Widerstand auf die ganze Fläche vertheilt. Da sich überhaupt bei gleichen Geschwindigkeiten der Widerstand wie die Gröfse der widerstehenden Fläche verhält, und, nach diesen Versuchen, für die in denselben vorhandenen Geschwindigkeiten der Widerstand sich genau wie das

Quadrat der Geschwindigkeit, die Geschwindigkeit eines Punktes der Fläche sich aber wie seine Entfernung von der Achse verhält: so verhält sich der Widerstand eines jeden Punktes oder Elements derselben, wie dieses Element und das Quadrat seiner Entfernung von der Achse; und in Beziehung auf sein statisches Moment, wie die dritte Potenz dieser Entfernung. Diese sey x , die Entfernung des gesuchten Widerstandspunktes von der Achse sey k , der Inhalt des ganzen Rechtecks $= A$: so verhält sich das statische Moment des Widerstandes auf das Flächenelement wie $b \cdot dx \cdot x^3$, (wenn b die Breite des Rechtecks ist,) und jenes des Widerstandes auf die ganze Fläche wie $k^3 A$; oder es ist, nach den Bedingungen der Aufgabe, $\int b \cdot dx \cdot x^3 = k^3 A$. Ist die Höhe des Rechtecks $= m$; so ist $A = b m$, daher $k^3 = \frac{x^4}{4 m} + C$, wo die Constante $= 0$, da der Widerstand für $x = 0$ verschwindet. Für $x = m$, wenn der Widerstandspunkt für das Rechteck von der Höhe m gelten soll, ist daher $k = \sqrt[3]{\frac{m^4}{4}} = m \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ oder $\log. k = \log. m + 0,7993133 - 1$.

Den Widerstandspunkt eines Rechtecks, das von der Achse entfernt steht, so daß seine äußere Seite und die der Achse nächste mit dieser gleich laufen, und jene m , diese n Theile von der Achse entfernt ist, findet man, wenn man in der Integralgleichung $\int b \cdot dx \cdot x^3 = k^3 A$ den für diesen Fall geltenden Werth von $A = b (m - n)$ substituirt: es ist nämlich dann

$$k = \sqrt[3]{\frac{m^4 - n^4}{4 (m - n)}}$$

18. Die Höhe der sich drehenden ganzen Fläche, für welche hier der Widerstandspunkt in Rechnung kömmt, ist 0,950 Fufs, daher $k = 86,184$ Linien. Nach verschiedenen Messungen betrug der Halbmesser der Welle 1,3755 Zoll oder 16,506 Linien. Der Durchmesser des Seidenfadens, der bei den ersten Versuchen die Gewichte trug, ist $= 0,22857$ oder sein Halbmesser $= 0,1143$ Linien; folglich ist bei den ersten Versuchen die Länge des Hebels in der Welle $= 16,6203$ Linien.

Der Halbmesser der Schnur bei den Versuchen der zweiten Abtheilung war $= 0,1946$ Linien; folglich die Länge des Hebels in der Welle $= 16,7006$ Linien.

Für die ersten Versuche ist daher der wahre Widerstand $R = Q \cdot \frac{16,6203}{86,184}$ oder $\log. R = \log. Q + 0,2852122 - 1$; für jene der zweiten Abtheilung aber ist $R = \frac{16,7006}{86,184} Q$ oder $\log. R = \log. Q + 0,2873054 - 1$.

Ehe aber die durch die Versuche gefundenen Werthe von Q auf solche Art, um das wahre Maafs des Widerstandes zu geben, reducirt werden können, sind sie selbst noch einigen nöthigen Correctionen unterworfen.

Erste Correction der Werthe von Q durch Berücksichtigung der Schwungkraft.

19. Die Schwungkraft der Maschine verursacht, dafs das sinkende Gewicht in einer etwas kürzern Zeit fällt, oder dafs bei gleicher Zeit das Gewicht, mithin das Maafs des Widerstandes kleiner ist, als

es ohne dieselbe seyn würde. Diese Schwungkraft wirkt als eine der Reibung entgegen gesetzte Kraft. Denn die Reibung sucht die Drehung der Maschine in jedem Augenblicke aufzubalten, die Schwungkraft aber dieselbe für sich vermöge der Trägheit ihrer Masse in jedem Augenblicke fortzusetzen. Der Werth von p enthält nun nebst dem Widerstande des Rahmens und der übrigen Theile der Maschine noch die Reibungsgröße für den Statt findenden Druck auf die Zapfen der Welle. Diese Reibungsgröße ist aber begreiflich nicht die wahre; sondern sie ist nach Verhältniß der zugehörigen Geschwindigkeit durch die Schwungkraft verringert. Findet man nun nach dieser Reibungsgröße den Reibungscoefficienten μ , und substituirt diesen z. B. in dem Werthe von $Q = P - p - \mu (P - p)$: so wird, da dieses μ kleiner ist, als der wahre Reibungscoefficient, der Werth von Q um so viel größer, als die Schwungkraft den Reibungscoefficienten kleiner gemacht hatte.

20. Diese Reibungsgröße $= p$ kann man aus den Versuchen selbst folgender Gestalt finden. p enthält nebst der Reibung für den Druck der sich drehenden Maschine, deren Gewicht 55 Loth beträgt, und für den Druck von p noch den der bestimmten Geschwindigkeit zugehörigen Widerstand, den die einzelnen Theile der Maschine leiden. Da die Reibung sich durch die Geschwindigkeit, (wenigstens bei solchen mäßigen Geschwindigkeiten,) nicht ändert, der Widerstand aber wie das Quadrat der-

selben wächst, so muß derjenige Theil von p , der wie dieses Quadrat wächst, den Widerstand selbst ausdrücken. Nun heiße von zwei in den Versuchen unmittelbar auf einander folgenden Werthen von p , der kleinere voran gehende p'' , der größere nachfolgende p' ; so ist, da die wirkliche Reibungsgröße ρ in beiden sehr wenig verschieden ist, (da der Druck der beiden nur um $p' - p''$ differirt,) $T^2 : t^2 = p' - \rho : p'' - \rho$, wo T die zu p'' und t die zu p' gehörige Zeit bezeichnet; daher $\rho = \frac{T^2 p'' - t^2 p'}{T^2 - t^2}$. Dafs bei zwei auf einander folgenden Werthen von p die in beiden enthaltene Reibungsgröße ρ wirklich als gleich ohne Fehler angenommen werden kann, zeigt die Betrachtung der Versuche selbst. Denn diese Werthe ändern sich nur in den Decimalen des Loths: da nun, (nach beiläufigen Versuchen,) die Reibung der Maschine weniger als $\frac{1}{50}$ des Drucks ist, so geht die Reibungsgröße, um welche p' gröfser ist, nur in die Tausendtheile des Loths, die hier nicht in Betracht kommen. Wollte man auf diese Art den Reibungscoefficienten bestimmen, so ist $\mu = \frac{\rho}{55 + p}$.

Diese Correction kömmt mit der folgenden in Verbindung.

Zweite Correction der Werthe von Q durch Berücksichtigung der Verschiedenheit der Lage des Widerstandspunktes in dem überzogenen und in dem leeren Rahmen.

21. Wenn der Werth von p nebst der jedesmaligen der Gröfse $P - p$ zukommenden Reibungsgröfse von P abgezogen das wahre Maafs des Widerstandes geben, oder Q selbst dieses Maafs seyn soll: so muß die Entfernung des Widerstandspunktes der Fläche zu dem Halbmesser der Welle natürlich dasselbe Verhältniß haben, als die Entfernung des Widerstandspunktes des leeren Rahmens zu demselben Halbmesser. Denn wenn dieses Verhältniß verschieden ist, so finden für die Gewichte P und p oder P und Q verschiedene statische Momente Statt: mithin ist dadurch Q selbst kleiner oder gröfser, als es seyn würde, wenn jenes Verhältniß gleich wäre.

Nach dem Vorigen ist der Widerstand, für welchen der Ausdruck in p enthalten ist, $= p - \rho$, also eine bekannte Gröfse; $p - \rho$ sey $= \alpha$, also das Maafs des Rahmenwiderstandes an der Welle angebracht: a sey die Entfernung des Widerstandspunktes von der Achse in der überzogenen Fläche; b der Halbmesser der Welle; d die Entfernung des Widerstandspunktes in dem Rahmen von der Achse; so ist $\alpha b = d x$, wo x das Maafs des Rahmenwiderstandes, im Widerstandspunkte des Rahmens angebracht, ist; daher $x = \frac{\alpha}{d} b$. Soll nun dieses x im Widerstandspunkte der ganzen Fläche wirken, so muß sich jetzt, da der Halbmesser der Welle constant ist, das Gewicht α ändern, wenn das Gleichgewicht bestehen soll. Diese Veränderung sey α' ; so ist $\alpha' b = \frac{\alpha}{d} a b$, und $\alpha' = \frac{a}{d} \alpha = \frac{a}{d} (p - \rho)$.

Der wahre auf denselben Widerstandspunkt mit der Fläche reducirte Werth von p ist also $= \frac{a}{d} (p - \varrho) + \varrho$.

22. Dieser Correction sind nun die durch die Versuche gefundenen Werthe von Q unterworfen. Denn ohne Rücksicht auf diese Correction ist $Q = P - p - \mu (P - p)$ (10, A); substituirt man nun für das p seinen Werth $= (p - \varrho) + \varrho$, so ist $Q = P - (p - \varrho) - \varrho - \mu (P - p)$. Hingegen ist das korrigirte Q oder $Q' = P - \frac{a}{d} (p - \varrho) - \varrho - \mu (P - p)$; also ist $Q' + \frac{a}{d} (p - \varrho) = Q + (p - \varrho)$, demnach $Q' = Q + (p - \varrho) - \frac{a}{d} (p - \varrho) = Q + \left(1 - \frac{a}{d}\right) (p - \varrho)$.

Substituirt man rechter Hand den in der vorigen Correction bestimmten Werth von ϱ , so enthält dieser Ausdruck zugleich auch die vorige Correction, und man hat durch denselben den wahren korrigirten Werth der durch die Versuche gefundenen Gröfse von Q , so wohl in Hinsicht auf die Schwungkraft der Maschine, als in Rücksicht auf die Gleichheit des Verhältnisses der Entfernung des Widerstandspunktes in dem überzogenen und in dem leeren Rahmen zum Halbmesser der Welle.

23. In diesem Werthe von Q' sind nun alle Gröfsen bekannt, d , oder die Entfernung des Widerstandspunktes des leeren Rahmens und der übrigen sich drehenden Theile der Maschine von der Achse ausgenommen. Diese Entfernung kann folgender Gestalt gefunden werden.

Lehnſatz. Die Differenzialrechnung zeigt, daß in einem Rechtecke, das ſich um eine Seite als Achſe dreht, der Widerſtand eines Segments zwiſchen dieſer Achſe und einer ihr parallelen Linie, ſich zum Widerſtande der ganzen Fläche verhält, wie die dritte Potenz der Höhe jenes Segments zur dritten Potenz der Höhe des Rechtecks. Oder wenn (Fig. 8) die Höhe des Segments $= m$, die des Rechtecks $= n$, der Widerſtand der Luft auf jenes $= r$, auf dieſes $= R$ iſt; ſo iſt $r : R = m^3 : n^3$. Daher iſt der Widerſtand auf das untere Segment $r = \frac{m^3}{n^3} R$; und der Widerſtand auf den obern Theil des Rechtecks, der nach Wegnahme dieſes untern Segments übrig bleibt, $r' = \left(1 - \frac{m^3}{n^3}\right) R$.

Die Richtigkeit dieſes Gefetzes habe ich gleichfalls wieder durch eigne Verſuche vollkommen beſtätigt.

24. Wenn man nun die ſämmtlichen Theile der ſich drehenden Maſchine, deren Widerſtand in dem jedesmahligen Werthe von p enthalten iſt, nach ihrer gehörigen Lage vereinigen würde; ſo würden ſie die Figur 7 vorſtellen, wo dc das äußere Zwerchholz des Rahmens, mn die beiden Seitenſtäbe deſſelben und den Holzſtab (Fig. 4), und lz das Stück der Maſchine $dclz$ (Fig. 2) mit dem untern Theile des Rahmens vorſtellen. Die Dimensionen dieſer Stücke ſind oben gegeben. Die Lage ihrer Widerſtandspunkte findet man nun nach den beiden oben (17) angegebenen Formeln.

Die Entfernung des Widerstandspunktes des Stückes

de von der Achse ist $= 940,5 = a$; jene der
 drei Stäbe — — $= 507,1 = b$; jene des
 Stückes lz — — $= 63,0 = c$ in Tausendtheilen
 des Fusses.

Ist nun die Gröſſe der Widerſtände dieſer drei verſchiedenen Stücke bekannt, ſo können ihre drei Widerſtandspunkte, deren einer in a , der andere in mn , der dritte in i liegt, in Einen zuſammen gebracht werden, in welchem die drei derſelben zugehörigen Kräfte daſſelbe Moment, wie jetzt zertheilt, gegen die Achſe haben. Es ſey nämlich die Gröſſe des Widerſtandes in $i = p$, in $mn = q$, in $o = r$, und die Entfernung des gemeinſchaftlichen Widerſtandspunktes von der Achſe $= d$; ſo iſt

$$d = \frac{ap + bq + cr}{p + q + r}.$$

• Die Gröſſe dieſer Widerſtände ergibt ſich durch die (23) angegebenen beiden Formeln. Es iſt nämlich $p = 1354$; $q = 1407$; $r = 11$.

Demnach iſt $d = 717,03$ Tausendtheilen des Fusses.

Der im obigen Werthe von Q' vorkommende Bruch $\frac{a}{d}$ iſt alſo $= \frac{598,46}{717,03} = 0,83465$. Hiernach iſt in lauter bekannten Gröſſen $Q' = Q + 0,16535 (p - q)$.

Man ſehe, ob dieſe zu Q zu addirende Gröſſe bei dieſen Verſuchen einen zu beachtenden Werth habe.

Für den 2ten Versuch zu $P = 6$ Lóth ist $p = 0,62518$ L., also $p - q = 0,650$ L. Mithin $0,16535$ ($p - q$) $= 0,10744$ L. Demnach würde Q' um $\frac{0,10744}{415} = 0,023875$ Q grösser als Q .

Für den vorletzten Versuch zu $P = 80$ Loth ist $p = 0,68377$ L., also $p - q = 9,56623$; mithin $0,16535$ ($p - q$) $= 1,5817$ L. Demnach würde Q' um $\frac{1,5817}{67,4375} Q = 0,023455$ Q grösser als Q .

Da also diese Grösse mehr als $\frac{1}{30}$ des ganzen absoluten Widerstandes enthält, so ist sie so wenig zu vernachlässigen, als die Reibung selbst, die noch geringer ist.

25. Der Widerstand, den die sinkenden Wageschalen erleiden, kommt, da die wahren Widerstandsgrößen nach den Erfahrungswerthen von Q berechnet werden, nicht in Betracht. Denn bei der Bestimmung der Erfahrungswerthe von Q sinkt die eine mit P beschwerte Schale a , während die andere b , in welcher Q befindlich ist, mit derselben Geschwindigkeit steigt. Der Widerstand auf die Schale a hat die Wirkung, das Gewicht P grösser zu machen, als es eigentlich seyn müßte, weil er der beschleunigenden Kraft des Gewichtes entgegen wirkt. Der Widerstand auf die Schale b wirkt wie ein Gewicht, das diesem Widerstande gleich, noch in der Schale befindlich wäre: der Werth von Q ist also um dieses Gewicht zu klein. Sind nun beide Schalen a und b gleich, welches in den Versuchen immer der Fall war, so hebt sich ihr beider-

seitiger Widerstand in seiner Wirkung auf die Bestimmung von Q auf.

Wollte man den Werth von Q aus P und p nach 10, 4, bestimmen, so müßte dieser Widerstand auf die Wagechalen, weil die angeführte Ursache wegfällt, in Betracht gezogen werden.

26. Die ganze Berechnung der Versuche reducirt sich also auf Folgendes:

I. Zuerst muß der durch den Versuch gefundene Werth von Q durch die Formel $Q' = Q + 0,16535 (p - \rho)$ corrigirt werden, worin $\rho = \frac{T p'' - t^2 p'}{T^2 - t^2}$ ist, und p' und p'' die zu den Zeiten t und T gehörigen Werthe von p sind. Das ρ ist immer für jenen Versuch bestimmt worden, zu welchem p'' gehörte; bei der Rechnung für den nächstfolgenden Versuch wurde sodann der Werth von p' zu jenem von p'' , und so fort.

II. Dieser Werth von Q' giebt den wahren absoluten Widerstand für die Versuche der ersten Abtheilung durch die Formel $\log. R = \log. Q' + 0,2852122 - 1$, und für die Versuche der zweiten Abtheilung durch die Formel $\log. R = \log. Q' + 0,2873054 - 1$.

III. Um nun die solcher Gestalt bestimmten, den Widerstand derselben Fläche unter verschiedenen Geschwindigkeiten ausdrückenden Werthe von R auf ein allgemeines den Widerstand nach der Höhe, die der Geschwindigkeit zugehört, angebendes Gesetz zu bringen: so sey der Inhalt der Fläche in

Quadratfuss $\equiv a$, das Gewicht eines wiener Kubikfusses Luft, bei dem beiläufigen in den Versuchen Statt habenden Barometer- und Thermometerstande, (der Thermometerstand war in den beiden Extremen 15° und 10° R.,) sey $= q$, die der Geschwindigkeit des Widerstandspunktes der sich drehenden Fläche zugehörigen Höhe $= h$, der Coefficient dieser Höhe $= x$: so ist $x = \frac{R}{haq}$.

Die Geschwindigkeit für 1 Secunde in wiener Fussen erhält man, wenn man den Raum, den der Widerstandspunkt in den 20 Umdrehungen durchläuft, durch die Anzahl der für diese 20 Umdrehungen beobachteten Secunden dividirt. Da die Höhe der gedrehten ganzen Fläche, für welche hier der Widerstandspunkt in Rechnung kömmt, $= 0,950'$, die Entfernung ihres Widerstandspunktes von der Achse $= 0,59846'$ (17) ist, so ist jener Raum $= 1,19692' \cdot \pi \cdot 20 = 75,2012'$.

Der Inhalt der Fläche, deren Widerstand durch R , mithin nach Abzug des Rahmenwiderstandes bestimmt ist, oder a , ist $= 0,819025$ Quadratfuss; $h = \frac{v^2}{4g}$, wo $g = 15,51512'$.

Das Gewicht eines wiener Kubikfusses Luft, oder q , ist $= 2,2285$ wiener Loth. Denn das wiener H. Gewicht verhält sich zum pariser H. und A. Gewicht $= 1 : 0,874099$. Da nun das Gewicht eines pariser Kubikfusses atmosphärischer Luft bei 10° R. $= 0,0864650$ pariser Pfund beträgt, der par. Kubikfuss sich aber zum

wiener = 1 : 0,92145 verhält (2): so ist das Gewicht eines wiener Kubikfusses Luft im wiener H. Gewicht = 0,0696410 Pfund oder 2,2285 Loth.

Durch Substitution dieser Werthe erhält hiernach die Formel für den Höhencoefficienten die zur Rechnung bequemere Gestalt:

$$\log. x = \log. R - (2 \log. c + 0,4685009 - 2).$$

Anmerk. Man sieht, daß das endliche Resultat solcher Versuche vorzüglich von der Bestimmung des Widerstandspunktes der gedrehten Fläche abhängt, indem eine kleine Aenderung in dieser Bestimmung schon eine sehr bedeutende in der Widerstandshöhe giebt: von der Bestimmung der Entfernung des Widerstandspunktes hängt nämlich so wohl die Geschwindigkeit, deren Quadrat hier in Rechnung kömmt, als auch das statische Moment des Widerstandes ab.

27. Durch die Berechnung sämmtlicher Versuche entsteht hiernach folgende Tabelle. Die erste Kolumne enthält die Geschwindigkeit in Füssen für 1 Secunde; die zweite den dazu gehörigen corrigirten Werth von Q , oder die Werthe von Q' ; die dritte die wahre absolute Widerstandsgröße R ; die vierte endlich den dem Widerstande zugehörigen Höhencoefficienten x , zu welchem sich die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe wie 1 verhält.

Für die Versuche der ersten Abtheilung.

Geschwindigkeit in w. Fufs.	Werthe in Lothen.		Höhen-coefficient.
	von Q ¹ .	von R.	
2,8377	4,6074	0,8885	3,7514
3,0820	5,4664	1,0541	3,7732
3,3055	6,4656	1,2468	3,8798
3,5140	7,3047	1,4087	3,8887
3,7413	8,1667	1,5749	3,8255
4,6135	12,6099	2,4117	3,8844
5,3145	16,8910	3,2579	3,9219
5,9683	21,2959	4,1068	3,9200
6,5109	25,1193	4,8461	3,8809
6,9954	28,8152	5,5569	3,8610
7,4827	32,9454	6,3534	3,8582
7,8744	37,0195	7,1429	3,9168

Der mittlere Höhencoefficient = 3,8637

Für die Versuche der zweiten Abtheilung.

Geschwindigkeit in w. Fufs.	Werthe in Lothen.		Höhen-coefficient.
	von Q ¹ .	von R.	
8,7616	43,5606	8,4411	3,787
9,2158	47,6590	9,252	3,6972
9,5554	52,1211	10,0999	3,7611
10,0268	56,3113	10,919	3,6903
10,3725	60,4845	11,7205	3,7040
10,7430	64,4007	12,4792	3,6765
10,9463	69,0192	13,3744	4,7952

Der mittlere Höhencoefficient = 3,7232

Die Differenz der beiden mittlern Höhencoefficienten ist = 0,1399, und ihr Mittel = 3,7931. Sie differiren also um $\frac{0,1399}{3,7931}$ der ganzen Widerstandshöhe oder beiläufig um $\frac{1}{27}$ derselben.

28. Das Resultat dieser Versuche giebt also zum absoluten Maasse des Widerstandes auf eine Ebene, deren Rückseite gleichfalls eine ihr parallele Ebene ist, das Gewicht einer Luftsäule, deren Grundfläche jene Ebene, und deren Höhe die 3,7931fache, — der Geschwindigkeit, mit welcher die Ebene bewegt wird, zugehörige, — Höhe ist; oder es ist $R = 3,793 \ h . a . q$.

29. Es bedarf keiner Erinnerung, daß dieses Resultat zwar mit der gemeinhin angenommenen Bestimmung der absoluten WiderstandsgröÙe, nach welcher R durch h oder $2 \ h$ ausgedruckt wird, nicht übereinstimmt, aber der Theorie selbst keinesweges widerstreitet. Man erlaube mir noch, hier die mögliche Vereinigung desselben mit der Theorie darzuthun.

Die Theorie bestimmt eigentlich die GröÙe des Stosses flüssiger Körper auf eine ruhende Fläche, und aus dieser die GröÙe des Widerstandes der im Flüssigen bewegten Fläche. Auch einstweilen bei Seite gesetzt, ob die Effekte, die für den Wasserstofs gefunden werden, unter der verhältnißmäÙigen Aenderung wegen der verschiedenen Dichtigkeit, auch wirklich jene für den Luftstofs sind: so ist doch bei übrigens gleichen Umständen zwischen Stofs und Widerstand in Hinsicht ihrer Wirkung auf die Fläche ein großer Unterschied. Beim Stosse wirken nämlich nur die Kräfte des auffallenden Wasserstrahls auf die Fläche; beim Widerstande hingegen hat die Kraft, welche die Fläche im Flüssigen vorwärts treibt, also ihren absoluten Wider-

stand mißt, erstens die vor der Fläche befindliche Masse des Flüssigen aus seiner Stelle zu treiben, zweitens die Cohäsion des auf der Rückseite befindlichen Flüssigen *a.* mit dieser Rückseite, *b.* mit den Theilen des Flüssigen unter einander zu überwinden. Die sehr beträchtliche Wirkung dieser Cohäsion zur Vergrößerung des Widerstandsmaasses ist durch die Chapmannischen Versuche außer Zweifel gesetzt; aber sie durch die Theorie zu bestimmen, ist sehr schwierig, wo nicht unmöglich, da die Grenze, innerhalb welcher durch die vorrückende Fläche die Theile des Flüssigen getrennt werden, gänzlich unbekannt, auch bei verschiedenen Flüssigen verschieden ist; wenn auch die Verschiedenheit der Cohäsion desselben Flüssigen mit Flächen verschiedener Art aus der Acht gelassen wird. Unterdeffen wäre so viel gewiß, daß das absolute Maass des Widerstandes unter übrigens gleichen Umständen um so viel größer als jenes des Stosses seyn müßte, als das Maass jener Cohäsionswirkung selbst beträgt; wenn es bewiesen wäre, daß die GröÙe des Widerstandes in der Luft, den die *vordere* Fläche leidet, der GröÙe des Stosses der mit derselben Geschwindigkeit bewegten Flüssigkeit auf diese Fläche völlig gleich sey. Daß aber auch dieses letzte der Fall nicht sey, zeigt der bei der Theorie gleichfalls sehr schwer in Betracht zu ziehende Umstand, daß bei der Vorwärtsbewegung einer Fläche in einem unbegrenzten elastischen Flüssigen, die aus ihrer Stelle getriebenen Theile desselben nicht schnell genug nach den Seiten ausweichen können, sondern

sich mehr und mehr vor der Fläche anhäufen, wodurch diese eigentlich einen Widerstand in einem dichtern Mittel oder einen größern Widerstand leidet, als sie außerdem leiden würde,

Wäre also auch ohne Rücksicht auf diese beiden Umstände die Theorie über die absolute Gröfse des Widerstandes genau bestimmt, so würde sie doch diese Gröfse beträchtlich kleiner, als die Erfahrung angeben. Aber bekanntlich ist diese Theorie, der Schwierigkeit wegen, die beim Widerstande Statt findende Wirkung der bewegten Theile des Flüssigen unter sich und auf die Fläche genau zu bestimmen, so schwankend, daß Euler und Newton für das Maafs des senkrechten Stosses die einfache und doppelte der Geschwindigkeit gehörige Höhe, d'Alembert, wie man will, die einfache und die doppelte, Dan. Bernoulli die doppelte und selbst die vierfache angeben. Die vorhandene Theorie kann hiernach die Versuche weder bestätigen noch bestreiten.

30. Nimmt man unterdessen für den Stofs im unbegrenzten Wasser die geltendste Theorie, nach welcher R durch $2h$ gemessen wird, so muß zu diesem Coefficienten 2 nun noch die Höhe, welche der Cohäsionswirkung auf die Rückseite zur Vergrößerung des Widerstandes entspricht, addirt werden. Diese Wirkung beträgt beim Wasser, nach den Chapmannischen Versuchen, mehr als ein Drittel des Widerstandes auf die Vorderfläche. Da es nicht zu beweisen ist, daß die Zähigkeit eines Flüssigen mit seiner Elasticität im umgekehrten Verhältnisse stehen,

so ist nicht zu schliessen, daß diese Cohäsionswirkung beim Widerstande in der Luft verhältnißmäßig geringer sey. Im Gegentheile zeigt die einfache Erfahrung, nach welcher specifisch schwerere Körper, z. B. eine Nadel, auf der Oberfläche des Wassers unter gewissen Umständen nicht untersinken, daß die Cohäsion der Luft mit der Oberfläche der Körper viel stärker ist, als die Cohäsion des Wassers mit eben derselben. Die Erfahrung, daß sich Luftkugeln an den Oberflächen unter Wasser getauchter Körper fest halten, beweist sogar, daß die Cohäsion einer Luftschicht mit der Fläche eines Körpers, in Gewicht ausgedrückt, das Gewicht der Luftschicht mehr als 800 Mal übertrifft, und daß also die Cohäsionsgröße des Wassers mit einem Körper mehr als 800 Mal geringer, als die der Luft mit demselben Körper sey, indem das Wasser, bei gleicher spec. Schwere mit der Luft, die Stelle des Luftkugels an der Körperfläche einnehmen müßte, wenn seine Anziehungskraft zu derselben nur um ein wenig größer als jene des Luftkugels wäre. Diese mit der Rückseite der vorwärts bewegten Fläche so stark zusammen hängende Luftschicht reißt daher die folgenden Luftschichten ebenfalls vermöge der Cohäsion der Lufttheile unter einander nach sich, so daß es beinahe dasselbe ist, als wenn diese in der Luftmasse hinter der Fläche erzeugte Bewegung durch einen Stoß dieser Fläche, (dessen Maas also auf die Vergrößerung des vordern Widerstandes kommt,) selbst wäre hervor gebracht worden. Beim Wasser im Gegen-

theile wird, wegen der geringern Cohäsion der mit der Rückseite der Fläche in Berührung stehenden Wasserschicht mit dieser Fläche, die Wassermasse hinter der Fläche weniger durch dieselbe wie bei der Luft vorwärts gezogen, sondern sie stürzt beim Ausweichen der Fläche nach hydrostatischen Gesetzen derselben nach.

Aus diesem Grunde dürfte die Wirkung des Hintertheils der in der Luft bewegten Fläche zur Vergrößerung des Widerstandes noch viel beträchtlicher seyn, als beim Wasser. Bedenkt man, daß die Luft hinter der Fläche so schnell, als diese Fläche selbst, bewegt wird, mithin zu dieser Bewegung eine Kraft erfordert, die der gleich ist, welche den Widerstand auf die vordere Fläche misst; — daß die Ursache dieser Bewegung großen Theils auf das Nachziehen der Luftmasse durch ihre Cohäsion mit der Fläche selbst, und nur ein Theil davon auf die Wirkung des hydrostatischen Nachstürzens zu setzen ist; — daß man also beiläufig die Kraft, welche die Bewegung der Luft hinter der Fläche verursacht, unter die Wirkung der Cohäsion und des hydrostatischen Nachstürzens gleich vertheilen kann: — so läßt sich diese Wirkung der hintern Seite der Fläche zur Vergrößerung des Widerstandes, auf die Hälfte des vordern Widerstandes setzen, wodurch also R durch $\frac{3}{4}$ gemessen würde.

Zu diesem Coefficienten 3 kommt nun noch die der Vergrößerung des Widerstandes entsprechende Höhe, welche aus der vor der Fläche entstehenden, auch bei geringern Geschwindigkeiten Statt finden-

den Luftverdichtung entspringt, (von welchem Umstande in der Bernoulli'schen Theorie, die den Stofs des Wassers $= 2h$ bestimmt, keine Rede seyn kann,) und welche bei grössern Geschwindigkeiten vorzüglich das Widerstandsgesetz variabel macht. Bei einer Geschwindigkeit, bei welcher die vor der Fläche befindliche Luft um die Hälfte verdichtet würde, (es ist zur vollständigen Wirkung auf die Fläche begreiflich nur die Verdichtung der der Fläche zunächst liegenden Luftschichten nöthig,) würde der Werth von R um h vermehrt, und R daher in *dieser Geschwindigkeit* durch $4h$ gemessen werden, wenn der Ueberschufs der Elasticität dieser verdichteten Luft über die der Luft hinter der Fläche, diese Fläche selbst nicht zurück zu drücken strebte, oder in dem Maasse dieses Zurückdrückens nicht selbst das Maass der Kraft, die die Fläche vorwärts treibt, oder das Maass des Widerstandes vergrösserte. Da hier aber dieser Ueberschufs der Elasticität der Luft vor der Fläche auf den Raum hinter derselben, wie auf einen leeren Raum wirkt; so ist klar, daß die Verdichtung der Luft vor der Fläche nur sehr geringe und kaum merklich zu seyn brauche, um in Hinsicht der Vergrößerung des Widerstandes eine sehr beträchtliche Wirkung hervor zu bringen. *)

*) Denn es bewege sich z. B. eine Fläche von 1 Quadratfuß mit einer Geschwindigkeit, daß dadurch die Luft vor der Fläche sich um $\frac{1}{10000}$ verdichtet, so vergrößert sich ihr Widerstand durch die einzige Wirkung des durch diese geringe Verdichtung verursachten Zurückdrückens um 7,168 Loth. Pr.

31. Aus den bemerkten Umständen folgt zugleich, daß man bei der Aufstellung eines Gesetzes zur Bestimmung des absoluten Widerstandes eines in einem Flüssigen bewegten Körpers, keinesweges die Theorie durch den allgemeinen Begriff der Flüssigkeit vollenden könne, sondern daß jenes Gesetz bei verschiedenen Flüssigen selbst verschiedentlich sich ändern müsse. Denn der Widerstand, den die Vorderseite der Fläche leidet, richtet sich nach der Dichtigkeit des Flüssigen, die Wirkung auf die Hinterfläche hingegen nach der Tenacität desselben: der Widerstand einer Fläche in verschiedenen Flüssigkeiten ist also nur in Hinsicht ihrer Wirkung auf die Vorderfläche, keinesweges aber in ihrer Wirkung auf die Rückseite vergleichbar. Daher kann aus dem Widerstande, den ein Körper im Wasser leidet, nicht sein Widerstand in der Luft, und umgekehrt, hergeleitet werden, selbst wenn man das Newtonische Gesetz als richtig in Betracht zöge, daß der Widerstand unverdichtbarer Flüssigkeiten, bei gleichen Umständen, bloß die Hälfte des Widerstandes vollkommen elastischer Flüssigkeiten sey; es müßte denn erst erwiesen seyn, daß sich die Dichtigkeiten verschiedener Flüssigen wie ihre Tenacitäten verhielten, welches jedoch offenbar falsch ist. Dieses Mißverhältniß bei 2 Flüssigen zwischen ihren Tenacitäten und ihren Dichtigkeiten ist der Grund, warum auch für dieselben Geschwindigkeiten das Gesetz des Widerstandes nicht für verschiedene Flüssige paßt, und daß bei den Geschwindigkeiten, bei welchen sich in der Luft der Widerstand noch genau

wie ihr Quadrat verhält, der Widerstand desselben Körpers im Wasser sich nicht mehr nach diesem Gesetze richtet.

32. Versuche über den Widerstand eines im Wasser bewegten Körpers sind also mit denen für den Widerstand in der Luft so wenig vergleichbar, als es die Versuche über den Stofs mit jenen über den Widerstand sind.

Dafs aber beinahe alle Gröfsenmaafse, die man zeither durch Versuche für den senkrechten Stofs des Wassers gefunden hat, beträchtlich zu klein sind, zeigt die Betrachtung, dafs man, um einen bestimmten Querschnitt des aus einem Gefäfse ausströmenden Wassers zu erhalten, bei diesen Versuchen das Wasser durch eine mehr oder weniger lange Röhre ausfliefsen lasse, wodurch das ausfliefsende Wasser eine beträchtlich geringere Geschwindigkeit erhält, als es der Höhe des Wasserspiegels nach haben müfste. Denn hier tritt nebst der Reibung des Flüssigen an den Wänden der Röhre, der wichtige Umstand ein, dafs, (nach den Gesetzen der Mittheilung der Bewegung,) die Geschwindigkeit der Theile des durch die Röhre bewegten Flüssigen mit der Röhrenlänge mehr und mehr abnimmt, (*Annalen*, XX, 404.) Nach der bestimmten Aufstellung des Gesetzes dieser Abnahme lassen sich erst jene Versuche nach vorhandenen Dimensionen gehörig berichtigen.

33. Man sieht aus dem Angeführten, dafs bei zunehmenden gröfsern Geschwindigkeiten das Gesetz, dafs der Widerstand wie das Quadrat dersel-

ben wachse, unmöglich ferner Statt finden könne, da weder die Luftverdichtung vor der Fläche, noch die Wirkung der mit derselben vergrößerten Elasticität in Betreff des Zurückdrückens der Fläche in den hinter ihr vorhandenen relativ verdünnten Raum, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit im Verhältnisse stehen kann, und jenes Gesetz sich bloß auf die Betrachtung der Vertheilung der Bewegung der Fläche, auf die aus der Stelle getriebene Luftmasse, gründet.

Nur mit Berücksichtigung aller dieser Umstände ist eine allgemeine Theorie des Widerstandes und ihre formularische Darstellung zur Bestimmung des absoluten Widerstandes in verschiedenen Flüssigkeiten für alle Geschwindigkeiten möglich. Man sieht unterdessen aus diesen skizzirten Zügen, wie sich das Resultat der hier mitgetheilten Versuche mit der richtigen Theorie vereinigen läßt; auch scheint es daraus bewiesen zu seyn, daß diese Theorie das Maas des absoluten Widerstandes durch eine weit beträchtlichere GröÙe als durch $2h$ bestimmen müsse.