selben. Diese Bestimmung ist auch unabhängig von der Berührungsstelle des Contactes m mit dem Draht.

Die Genauigkeit dieser Bestimmungen hängt von der Möglichkeit ab, die bei A und D eingeschalteten Leiter, ohne dass eine merkliche Aenderung des Widerstandes der Verbindungen eintritt, wiederholt einzufügen und zu vertauschen. Amalgamirte Kupferstäbe, welche mit ihren flachen Enden auf amalgamirten Kupferplatten ruhen, die den Boden von Quecksilbernäpfen bilden, entsprechen diesem Zweck.

IV. Ueber eine der Resonanz ähnliche Erscheinung bei electrischen Schwingungen; von A. Oberbeck.

Erhält ein Punktsystem, welches fähig ist, Schwingungen von bestimmter Dauer um seine Gleichgewichtslage auszuführen, in regelmässigen Intervallen gleiche Anstösse, so geräth dasselbe in periodische Bewegung. Die Abweichungen von der Gleichgewichtslage hängen dabei wesentlich von der Anzahl jener Stösse in der Zeiteinheit ab und erreichen ein Maximum, wenn diese Zahl mit der Schwingungszahl des Systems (bei Nichtberücksichtigung der Reibung)¹⁾ übereinstimmt. Diese Erscheinung bezeichnet man bekanntlich, entsprechend ihrer Bedeutung für die Akustik, als Resonanz.

Es seien nun die beiden Belegungen eines Condensators durch eine Drahtrolle leitend verbunden. Wird in derselben ein electrischer Strom inducirt, so bringt derselbe in der Leitung durch abwechselnde Ladung und Entladung des Condensators und dem entsprechende Inductionsvorgänge electrische Schwingungen von bestimmter Dauer, aber mit schnellabnehmender Amplitude, hervor.²⁾ Die periodischen

1) Vgl. die Behandlung der Schwingungen eines Punktes durch Hrn. v. Helmholtz, s. Lehre von den Tonempfindungen. Beilage VIII.

2) H. v. Helmholtz, Verhandl. des naturh. med. Vereins zu Heidelberg 1869. Gesamm. Abh. 1. p. 531.

Verschiebungen der beiden Electricitäten gegen einander, welche gleichzeitig in der ganzen Strombahn erfolgen, sind durchaus vergleichbar mit den Schwingungen eines Punktes oder eines Punktsystems. Wenn daher die Inductionsstösse in kurzen Zwischenräumen auf einander folgen, so muss man erwarten, dass bei einer bestimmten Anzahl derselben in der Zeiteinheit die Amplitude der electricischen Schwingungen ein Maximum erreicht, nämlich dann, wenn die dem Stromkreis eigenthümliche Schwingungszahl mit der Anzahl der von aussen kommenden Stromstösse übereinstimmt. Man würde diese Erscheinung als Resonanz electricischer Schwingungen bezeichnen können.

Bei Gelegenheit einer in dem hiesigen Universitätslaboratorium von Hrn. stud. J. Bergmann angestellten Untersuchung über einen verwandten Gegenstand veranlasste ich denselben, nach meinen Angaben einige Versuchsreihen zur Prüfung der oben angestellten Betrachtungen auszuführen.

Es schien zunächst nicht leicht, die fragliche Erscheinung vollständig zu studiren, insbesondere das Maximum der Schwingungsamplituden der Stromstärke deutlich hervortreten zu lassen, weil die hierbei zu erreichende Schwingungszahl gewöhnlich eine sehr grosse ist. Die Schwingungsdauer wird annähernd durch die Formel:

$$T = 2\pi \sqrt{pc}$$

ausgedrückt, worin c die Capacität des Condensators, p das Inductionspotential des Stromkreises auf sich selbst bedeuten. Bei früheren Untersuchungen von v. Helmholtz und Schiller betrug dieselbe höchstens einige Zehntausendstel einer Secunde. Durch Vergrösserung des Condensators und durch Verstärkung der Selbstinduction kann man dieselbe erheblich verlängern. Es wurde als Condensator ein Mikrofaraad benutzt und diesem bei einigen Reihen noch ein Condensator von Paraffinpapier hinzugefügt, dessen Capacität 0,3213 Mikrofaraad betrug. Als Stromquelle diente ein Inductorium von ziemlich kleiner Windungszahl. Zur Verstärkung der Selbstinduction wurden bei einigen Versuchsreihen noch weitere enggewundene Drahtrollen eingeschaltet.

Vor allem handelte es sich aber darum, Wechselströme

zu benutzen, deren Schwingungszahl innerhalb weiter Grenzen verändert und möglichst gross gemacht werden konnte. Hierzu bediente ich mich eines für physiologische Untersuchungen von J. Bernstein¹⁾ construirten Stromunterbrechers, der von demselben als „akustischer Stromunterbrecher bezeichnet wurde. Bei demselben wird durch einen Electromagnet eine dünne Stahllamelle in Schwingungen versetzt. Dieselbe ist in einer geeigneten Vorrichtung festgeklemmet und trägt an dem einen Ende eine feine Platinspitze, welche in Quecksilber taucht und die Stromunterbrechung bewirkt. Die Lamelle und die sie tragende Säule sind gegeneinander verschiebbar, sodass man beliebig lange und genau abzumessende Theile der Lamelle in Schwingungen versetzen kann.

Der ganze Apparat ist recht zweckmässig construiert und fungirt bei sorgfältiger Einstellung und Behandlung (besonders des Quecksilbers) in zufriedenstellender Weise.

Um die Intensität der Wechselströme zu bestimmen, wurde in die Strombahn ein Siemens'sches Electrodynamometer so eingeschaltet, dass die feste und bewegliche Rolle hintereinander von dem Strom durchflossen wurden. Da die Ablenkung hierbei viel zu gross geworden wäre, so war vor die bewegliche Rolle eine Zweigleitung gelegt, deren Widerstand nach Bedürfniss vergrössert oder verkleinert werden konnte. In allen Fällen ging aber nur ein kleiner Bruchtheil des Stromes durch die bewegliche Rolle. Die Zuleitung zu derselben enthielt noch einen Commutator, sodass die Ausschläge nach beiden Seiten genommen werden konnten. Dem akustischen Stromunterbrecher waren vier Lamellen beigegeben, von welchen die beiden dicksten: Lamelle I (0,8 mm) und Lamelle II (0,6 mm) benutzt wurden. Dieselben konnten bis zu einer Länge von 100 mm verwandt werden. Nach Beobachtung der Ausschläge wurde um 10 mm verkürzt und abermals beobachtet u. s. w. Die Beobachtungen wurden dann bei zunehmender Länge wiederholt und die Mittel genommen.

1) J. Bernstein, Untersuchungen über den Erregungsvorgang im Nerven- und Muskelsystem. Heidelberg 1871.

Um die Erscheinung unter den verschiedensten Verhältnissen festzustellen, wurden bei einigen Versuchsreihen noch Rollen mit vielen Windungen eingeschaltet. Hierbei wurde eine Galvanometerrolle von achthundert Windungen benutzt, deren Theile als Rollen α und β bezeichnet werden mögen. Durch Vergrößerung des Zweigwiderstandes konnten trotz des grossen hierbei eingeführten Widerstandes die Ausschläge leicht wieder auf eine passende Grösse gebracht werden. In der folgenden Zusammenstellung der Resultate bedeutet: l die Länge der Stahllamelle, α die beobachteten Ausschläge.

Tabelle I.

Reihe 1. Lam. I. Condensator 1 Mikrof.

l	100	90	80	70	60	50	40
α	58	68	85	97	104,5	103	56

Reihe 2. Lam. I. Cond. 1 Mikrof. Rolle a.

l	100	90	80	70	60	50	40
α	71	90	100	108,5	100	81	36

Reihe 3. Lam. I. Cond. 1 Mikrof. Rolle a und b.

l	100	90	80	70	60	50	40
α	74	78	78	70	43	26	9

Reihe 4. Lam. II. Cond. 1 Mikrof.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	41	55	58,5	74	85	95	77	36

Reihe 5. Lam. II. Cond. 1 Mikrof. Rolle a.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	37,5	43	49	57	61	52	35	12

Reihe 6. Lam. II. Cond. 1 Mikrof. Rolle a und b.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	69	79	83	84	66	38,5	20	5,5

Reihe 7. Lam. II. Cond. 4,3213 Mikrof.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	48	57	65	79	97	95	72	34

Reihe 8. Lam. II. Cond. 1,3213 Mikrof. Rolle a.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	82	98	113	129	115	101	65	27

Reihe 9. Lam. II. Cond. 1,3213 Mikrof. Rolle a und b.

l	100	90	80	70	60	50	40	30
α	95	101	110	97	75	43	22	7

Die mitgetheilten Beobachtungsreihen bestätigen durchweg die im Eingang angestellten Betrachtungen. In jeder Reihe zeigen die Ablenkungen mit wachsender Schwingungszahl ein wohlcharakterisirtes Maximum. Die Lage desselben hängt von der Beschaffenheit der Strombahn und von der Capacität des Condensators ab. Durch Vergrößerung der letzteren (Reihen 7, 8, 9 im Vergleich zu 4, 5, 6) wird das Maximum nach der Seite der kleineren Schwingungszahl verschoben. Die gleiche Verschiebung findet statt, wenn bei gleichbleibendem Condensator die Selbstinduction durch Einführung von Rollen vermehrt wird. Die Vergrößerung des Widerstandes übt dabei keinen wesentlichen Einfluss aus.

Man kann ferner die den einzelnen Lamellenlängen entsprechenden Schwingungen berechnen. Die Elasticitätstheorie liefert hierfür die Formel:

$$N = \frac{(1,875)^2}{4\pi\sqrt{3}} \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

In derselben bedeuten d und l Dicke und Länge der Lamelle. Ferner ist:

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Stahl. Für dieselbe kann nach neueren Versuchen von Mercadier¹⁾: 5 134 000 mm angenommen werden.

Hiernach ergeben sich die Schwingungszahlen der Lamellen für die kleinsten noch benutzten Längen (40 mm bei I und 30 mm bei II) zu 414 und 552. Denselben entsprechen also 828 und 1104 Stromwechsel in der Secunde. Wie die folgende, einfache Theorie der behandelten Erscheinung zeigt, ist es von Interesse, die Grösse:

$$\lambda = 2\pi N$$

zu kennen. Ich habe dieselbe für die einzelnen Lamellenlängen ausgerechnet und dann durch eine einfache Interpolationsrechnung diejenigen Werthe von λ ermittelt, welche bei jeder Beobachtungsreihe dem Maximalwerth des Ausschlags entsprechen. Die gefundenen Werthe sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher ausserdem noch abgekürzt die Beschaffenheit der Strombahn wiedergegeben ist. Es bedeuten M und P Mikrofarad und Paraffincondensator, ferner a und b die hinzugefügten Rollen.

Tabelle II.

Nr.		λ	Nr.		λ
1	M	1251	4	M ,	1229
2	M, a	868	5	M, a	836
3	$M, a+b$	578	6	$M, a+b$	562
			7	$M+P$,	1033
			8	$M+P, a$	656
			9	$M+P, a+b$	484

Die Werthe λ der Reihen 1, 2, 3 und 4, 5, 6 sollten einander gleich sein. Bei der Unsicherheit in der Berechnung der Schwingungszahl aus den vorliegenden Beobachtungen ist die Uebereinstimmung als genügend anzusehen.

1) Mercadier, Compt. rend. 98. p. 911—913. 1884. Beibl. 9. p. 81—82. 1885.

Eine weitere Prüfung der Zahlen wird sich am besten auf Grund der einfachen Theorie der Erscheinung ausführen lassen. Es mag bezeichnet werden: mit J die Stromstärke zur Zeit t in der Strombahn, welche die Belegungen des Condensators verbindet, mit w der Widerstand mit p der Inductionscoefficient derselben, mit c die Capacität des Condensators, mit V der Potentialunterschied der Belegungen desselben. Endlich mag angenommen werden, dass durch das Spiel des Unterbrechers Wechselströme inducirt werden, welche nach dem einfachen Gesetz einer trigonometrischen Function verlaufen.

Ist N die Schwingungszahl der Lamelle, so soll, wie oben, gesetzt werden:

$$\lambda = 2\pi N.$$

Dann sind die Gleichungen für den Stromverlauf:

$$p \frac{di}{dt} + wi + V = E \cdot \cos \lambda t, \quad i = c \frac{dV}{dt}.$$

Die Lösung dieser Gleichungen gibt:

$$V = \frac{E \cdot \cos(\lambda t - \delta)}{c\lambda \sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}}, \quad i = -\frac{E \cdot \sin(\lambda t - \delta)}{\sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}},$$

wo: $\operatorname{tg} \delta = \frac{w}{\frac{1}{c\lambda} - p\lambda}$ ist.

Die Ablenkung, welche diese Ströme bei dem Electrodynamometer bewirken, ist proportional mit:

$$\alpha = \frac{E^2}{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}.$$

Man übersieht, dass dieselbe ein Maximum wird, wenn:

$$\lambda^2 = \frac{1}{pc}, \quad T = 2\pi \sqrt{pc}.$$

In diesem Fall ist: $\delta = \pi/2$, d. h. der Phasenunterschied der erregenden, electromotorischen Kraft und des Potentialunterschieds der Condensatorbelegungen ist für den Fall der stärksten Wirkung $\pi/2$. Alle diese Beziehungen finden sich in gleicher Weise bei den electricischen Schwingungen, wie bei allen übrigen Resonanzerscheinungen.

Eine Vergleichung der Versuche mit den eben mitgetheilten theoretischen Betrachtungen kann man in der Weise ausführen, dass man die Quotienten entsprechender Werthe von λ aus Tabelle II bildet, wobei die Werthe von λ , entsprechend den einzelnen Versuchsreihen, durch Indices unterschieden werden mögen. Es ist:

$$1) \lambda_1/\lambda_2 = 1,441, \quad \lambda_4/\lambda_5 = 1,470, \quad \lambda_7/\lambda_8 = 1,575.$$

$$2) \lambda_1/\lambda_3 = 2,164, \quad \lambda_4/\lambda_6 = 2,187, \quad \lambda_7/\lambda_9 = 2,134.$$

$$3) \lambda_4/\lambda_7 = 1,190, \quad \lambda_5/\lambda_8 = 1,274, \quad \lambda_6/\lambda_9 = 1,161.$$

Die Zahlen einer jeden Horizontalreihe sollten untereinander, diejenigen der letzten ausserdem dem Verhältniss der Quadratwurzeln aus den Capacitäten der beiden angewandten Condensatoren, nämlich 1,1495 gleich sein. Die Uebereinstimmung ist eine befriedigende mit Ausnahme derjenigen beiden Zahlen, bei welchen die Reihe (8) theilhaftig ist. Das entsprechende α scheint hier zu klein gefunden zu sein. Eine grössere Genauigkeit war überhaupt nicht zu erwarten, da die erregten electromotorischen Kräfte nicht genau dem einfachen Sinusgesetz folgen, wie oben angenommen wurde.

Mit der hier beschriebenen Erscheinung stehen Versuche in nahem Zusammenhang, welche F. Kohlrausch¹⁾ angestellt hat. Bei denselben wurden ebenfalls Wechselströme von verschiedener Schwingungszahl benutzt. Auch wurde die Ablenkung eines Electrodynamometers als Function der Schwingungszahl festgestellt. Doch war der Stromkreis nicht durch einen Condensator unterbrochen.

Es war vielmehr eine Polarisationszelle eingeschaltet, welche allerdings in vieler Beziehung ähnlich wirkt, wie ein Condensator von grosser Capacität. Dass bei diesen Versuchen ein Maximum des Ausschlags bei einer bestimmten Schwingungszahl nicht oder wenigstens nicht sehr auffallend²⁾ hervortritt, liegt daran, dass als periodische Electricitäts-

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 143—154. 1873. Jubelbd. p. 290—301. 1874.

2) Vgl. die Reihen Pogg. Ann. Jubelbd. p. 301. 1874.

quelle der Sinusinductor benutzt wurde, bei welchem die electromotorische Kraft der Schwingungszahl proportional wächst.

Infolge dessen fällt die Formel für die Schwingungszahl im Maximum anders aus als bei meinen Versuchen. Dieselbe ist vom Widerstande der Strombahn abhängig, während dies bei der hier mitgetheilten Untersuchung — übereinstimmend mit den allgemeinen Principien der Resonanz — nicht der Fall ist.

Halle a. S., Juli 1885.

V. *Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen; von Knut Ångström.*

(Für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. III Fig. 5–16.)

1. Einleitung.

Die Aufgabe der vorliegenden Abhandlung ist, einige Lücken in unserer Kenntniss der Diffusion und Absorption der Wärme auszufüllen. Die betreffenden Untersuchungen sind in dem physikalischen Institut in Strassburg ausgeführt worden. Ich ergreife hier die Gelegenheit, dem Director desselben, Hrn. Prof. Kundt, für die freundliche Unterstützung, die er mir während meiner Arbeit zu Theil werden liess, meinen innigsten Dank auszusprechen.

Nach der Entdeckung der Diffusion der Wärme durch Melloni haben mehrere Forscher dieselbe näher zu studiren versucht. Durch die Untersuchungen von Knoblauch, de la Provostaye und Desains u. a. sind mehrere interessante Verhältnisse entdeckt worden, so z. B. die auswählende Diffusion der matten Oberflächen und deren Verhältniss zur polarisirten Wärme u. s. w. Unsere Kenntniss über die Vertheilung der Diffusion in verschiedenen Richtungen von einer beleuchteten Oberfläche ist indess noch sehr mangelhaft; zuverlässige, numerische Bestimmungen fehlen hier-