11. Halbring-Elektromagnet; von H. du Bois.

Der in diesen Annalen beschriebene Ringelektromagnet gestattet ein mehrere Millimeter ausgedehntes Feld von rund 40 000 C.G.S. zu erzeugen. Bei Benutzung „mikromagnetischer“ Vorrichtungen, deren Dimensionen sich nach zehntel Millimetern bemessen, wurden mittels Zugkraftsbestimmungen die Werte $\mathfrak{H} = 51600$ und $\mathfrak{B} = 74\,200$ C.G.S. gewonnen.¹⁾ Der Apparat wiegt freilich 270 kg und verbraucht etwa 5 Kilowatt, sodass ein Bedürfnis nach leichteren Elektromagneten mit geringeren elektrischen Ansprüchen nach wie vor besteht; freilich wird man dabei eine gewisse Einbusse von Feldintensität zu erwarten haben.

Das grössere Modell des aus hochpermeablem Stahlguss hergestellten neuen „Halbring-Elektromagnets“²⁾ ist in Fig. 1 in $\frac{1}{10}$ der natürlichen Grösse im Verticalschnitt dargestellt. Die bogenförmigen Schenkel S_1 und S_2 sind auf der mit dem nötigen Zubehör ausgestatteten Grundplatte GG parallel der Axe $A_1 A_2$ verschiebbar und auch um die Schrauben K_1 und K_2 drehbar. Die Benutzung auf Laboratoriumstischen ist vorgesehen, wobei sich die Axe $A_1 A_2$ etwa 42 cm über der Tischenebene befindet, sodass der Apparat leicht in Verbindung mit optischen Instrumenten jeder Art verwendbar ist. Die Grund-

1) H. du Bois, Wied. Ann. 51. p. 537. 1894; E. Taylor Jones, Wied. Ann. 57. p. 273. 1896; vgl. auch G. Wiedemann, Elektrizität 2. Aufl. 3. p. 905. 1895. Sir D. Salomons, Phil. Mag. (5) 42. p. 248. 1896, beschreibt einen 650 kg wiegenden Elektromagnet „with a field probably far more powerful than any which had been made before“. Diese Angabe scheint mir indessen mindestens des Erhärtens durch Messungen bedürftig.

2) Eine vorläufige Veröffentlichung über den Halbring findet sich in den Verhandl. d. physikal. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 99. 1898. Eine eingehendere illustrierte Beschreibung erfolgt in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde 19. p. 357. 1899; vgl. auch P. Weiss, Ecl. électr. 15. p. 481. 1898

platte enthält mehrere Hohlfutter, in die sich verschiedenartige Träger nach Bedarf einsetzen lassen. Auf der Querschiene Q kann z. B. ein Universalschlitten montirt werden. Ferner ist ein Galgen vorgesehen, an welchem magnetooptische und magnetochemische Hilfsapparate, sowie Gehänge für dia- und paramagnetische Versuche und dergl. befestigt werden. Jeder Schenkel wiegt mit den zugehörigen vier Spulen ca. 60 kg, die Grundplatte ca. 40 kg. Bei der Bewickelung wurde im allgemeinen ein niedriges Gleichstrompotential von höchstens 72 Volt vorgesehen, wie es z. B. eine Batterie von 36 Accu-

Fig. 1. — $\frac{1}{10}$ der nat. Grösse.

mulatoren, und viele ältere in Laboratorien aufgestellte Dynamos erzeugen. Die acht sectorförmigen Spulen bedecken insgesamt $8 \times 22,5^\circ = 180^\circ$ des Umfanges und haben hintereinander 3,6 Ohm Widerstand, sodass bei obiger elektromotorischer Kraft der Strom höchstens 20 Amp. beträgt. Die gesamte Windungszahl ist 2500, sodass dieser Stromstärke eine magnetomotorische Kraft von 50000 Ampèrewindungen oder 62800 C.G.S.-Einheiten entspricht; dabei ist die Leistung $20 \times 72 = 1440$ Watt oder etwa zwei Pferdestärken. Der Selbstinductionscoefficient beträgt an der steilsten Stelle der Inductionscurve etwa 180 Henry, die Relaxationsdauer 50"; die Unterbrechung oder Commutirung des Stromes sollte daher nur mittels Kohlenausschalters oder Kurzschlussunterbrechers erfolgen.

Als Polschuhe sind zunächst die üblichen Flachpole und Tellerpole vorgesehen, die mittels Bajonettzapfen an die

Schenkelstirnflächen befestigt werden können; auch können passende rohe Stahlgussstücke beigegeben und zur Herstellung von Polschuhen für besondere Zwecke verwendet werden. Alle Polschuhe können, falls erwünscht, centrale Bohrungen beliebigen Durchmessers bez. Profils — z. B. desjenigen eines Schlitzes — erhalten, die bei Nichtbenutzung mit passenden Eisenkernen zu verschliessen sind. Am meisten kommen die conischen Polschuhe in Betracht; es sind deren zunächst zwei, P_1 und P_2 , vorgesehen, welche den Eisenquerschnitt auf ein Viertel zusammenschnüren (Durchmesser der Stutzflächen 40 mm); der halbe Oeffnungswinkel beträgt hier $63,5^\circ$. In dem von den derart verjüngten Polstirnflächen begrenzten „Intrapolarraume“ lassen sich nun verschieden angeordnete Zwischenpolstücke anbringen, die sich dem jeweilig ins Auge gefassten Zwecke anpassen. Derartige Vorrichtungen lassen sich wohl auch in jedem Laboratorium aus 40 mm starkem, gutem, weichen Rundeisen zweckentsprechend herstellen. Für die Untersuchung des Halbringes mittels Wismutspirale wurde beispielsweise ein besonderes Zwischenpolstück benutzt; die Spiralen erhalten füglich einen Durchmesser von nicht unter 5 mm, wobei sich ein Widerstand von der Ordnung 10 Ohm erzielen lässt. Dementsprechend wurde als Durchmesser der die Spirale einschliessenden Kegelstutzflächen 6 mm, als Abstand 1 mm gewählt; eine Kegelfläche vom halben Oeffnungswinkel $60,5^\circ$ vermittelte den Uebergang zu den Basisflächen von 40 mm Durchmesser; Rothgussringe und passende Verbindungsstücke halten die Eisenteile in der richtigen Lage fest.

Die rechnerische Behandlung des Apparates bietet ein Beispiel für die Anwendung der Hopkinson'schen Theorie auf nahezu gesättigte magnetische Kreise.¹⁾ Die erwähnte Theorie liefert bekanntlich die Beziehung zwischen dem erstrebten Wert des Inductionsflusses und der dazu aufzuwendenden gesamten magnetomotorischen Kraft. Für letztere ergeben sich folgende Teilbeträge, berechnet für Kegelpolschuhe vom halben Winkel $63,5^\circ$ und magnetisirt bis zur Induction 20000 C.G.S.; die Inductionscurve des benutzten Stahlgusses war mittels einer magnetischen Waage bestimmt worden.

1) Vgl. H. du Bois, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-vereinigung 7. p. 80. 1898.

Teil des magnetischen Kreises	Querschnitt qcm	Induction C.G.S.	M.M.-Kraft	
			C.G.S.	Amp.-W.
1. Interferricum	—	—	40 000	31 900
2. Kegelpolschuhe und an- grenzende Schenkelteile	50	20 000	2500	2000
2. Schenkel	57,5	17 000	4000	3200
1. Grundplatte	—	ca. 15 000	500	400

Insgesamt Ampèrewindungen

37 500

Daher bei 2500 Windungen Ampère

15

Wie ersichtlich beansprucht das Interferricum 85 Proc. der magnetomotorischen Kraft; in ihre Berechnung geht der magnetische Widerstand des eigentümlich gestalteten Luftzwischenraumes ein, der sich zwar nicht genau ermitteln lässt,

Fig. 2.

für den man aber einen unteren und einen oberen Grenzwert¹⁾ finden kann.

Da die Permeabilität der Polschuhe selbst bei der höchsten Sättigung noch von der Ordnung 100 ist, werden die Kraftlinien infolge des tangentialen Brechungsgesetzes sehr nahe

1) Vgl. hierzu die Näherungsmethoden für die Berechnung elektrischer Widerstände bei Maxwell, Treatise 2. Ed. 1. § 306. 1881.

senkrecht aus Stahlguss in Luft austreten; bei den Polkegel-
flächen wird die Abweichung von der Normalen kaum $1/4$ Grad
betragen; folglich sind jene nahezu Aequipotentialflächen. Von
der von den Mantelflächen ausgehenden Streuung ist hier ab-
gesehen; die dem Punkte O unendlich benachbarten Flächen-
elemente sind ferner ausser Betracht gelassen, da sich in praxi
eine unendlich scharfe Kegelspitze überhaupt nicht herstellen
lässt. Man erhält nun einen *unteren* Grenzwert des Wider-
standes, wenn man unendlich permeabele dünne Schichten in
geeigneter Weise angebracht denkt, die alsdann ebenfalls Aequi-
potentialflächen darstellen; es seien hierzu Hilfskegelflächen
gewählt, wie k_1 und k_2 in der unteren Hälfte der Fig. 2; die
Kraftlinien müssen diese Flächen orthogonal durchsetzen und
sind daher Kreisbögen. Für diese Anordnung erhält man als
untere Widerstandsgrenze den Ausdruck

$$(1) \quad 2 \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{R \operatorname{cosec} \alpha} = \frac{-\sin \alpha \operatorname{logtg} \frac{\alpha}{2}}{\pi R} < X.$$

Es bezeichnet γ den variablen halben Kegelwinkel der
Hülfsflächen, α den constanten halben Polkegelwinkel, R den
Radius der Basisflächen, X den magnetischen Widerstand.

Könnte man andererseits die Sättigung noch weiter treiben,
sodass sich die Permeabilität der Einheit näherte, so würde
sich das Bild der oberen Hälfte der Fig. 2 ergeben, wobei
sämtliche Kraftlinien parallel der Axe verlaufen. Dasselbe
Resultat könnte man durch Anbringung völlig impermeabler
cylindrischer Scheidewände erzwingen; hieraus ergibt sich
dann als *obere* Widerstandsgrenze der Ausdruck

$$(2) \quad \frac{\cot \alpha}{\pi R} > X.$$

Für den angegebenen Winkel $\alpha = 63,5^\circ = \arctg 2$ wird

$$\frac{0,43}{\pi R} < X < \frac{0,50}{\pi R}.$$

Vorsichtshalber ist für die Berechnung der obere Grenzwert
eingesetzt; es entspricht diesem der Luftwiderstand zwischen

Flachpolen, deren Abstand die Hälfte der grössten Entfernung $2a$ der Kegelpole beträgt; hierbei ist von Streuung abgesehen.

Bei Benutzung von Kegelstützpolen ergibt sich theoretisch für den Wert der Feldintensität $\mathfrak{H}$ in der Mitte

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B} \sin^2 \alpha \cos \alpha \log \frac{R}{r} + \mathfrak{B} \left\{ 1 + \frac{r}{d} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{d^2}} \right\} \cdot ^1)$$

Das erste Glied bezieht sich auf die beiden Kegelflächen, das zweite auf die kleinen abgestutzten Stirnflächen. Es bedeutet r den Radius der Stützflächen, d deren Abstand. Setzt man hierfür die thatsächlichen Werte ein, also $\mathfrak{B} = 20\,000$ C.G.S., $\alpha = 60,5^\circ$, $R = 40$ mm, $r = 3$ mm, $d = 1$ mm, so erhält man

$$\mathfrak{H} = 19\,200 + 16\,800 = \mathbf{36\,000 \text{ C.G.S.}}$$

Die Prüfung des Halbring-Elektromagnets erfolgte mittels einer kleinen Wismutspirale, deren Temperatur sorgfältig zwischen $17,5^\circ$ und $18,5^\circ$ gehalten wurde. Die mit der Brücke bestimmten relativen Widerstände R/R_0 gestatten sofort die entsprechende Feldintensität aus der bis $39\,000$ C.G.S. reichenden Henderson'schen Normalcurve für 18° zu entnehmen.²⁾ In nachstehender Tabelle sind die Versuchsergebnisse übersichtlich zusammengestellt, und zwar für Hinter- ($H: 3,6$ Ohm) bez. Nebeneinandschaltung ($N: 0,9$ Ohm) der beiden Schenkelwickelungen.

Verbrauchte Leistung Watt	Schenkel H		Schenkel N		R	$\mathfrak{H}$ C.G.S.
	E.M.K. Volt	Strom Amp.	E.M.K. Volt	Strom Amp.	R_0 bei 18°	
0	0	0	0	0	1,00	0
3,6	3,6	1	1,8	2	2,09	ca. 20 000
14,4	7,2	2	3,6	4	2,45	ca. 26 000
90	18	5	9	10	2,82	31 800
360	36	10	18	20	3,00	34 300
810	54	15	27	30	3,09	35 800
1440	72	20	36	40	3,15	36 700

Der mit einem Erregerstrom von 15 Amp., d. h. $37\,500$ Ampèrewindungen erzeugte Feldwert stimmt zufällig überraschend gut mit dem oben berechneten überein; jedenfalls

1) Vgl. H. du Bois, *Magnetische Kreise*, p. 287. Berlin 1894.

2) J. B. Henderson, *Wied. Ann.* 53. p. 912. 1894.

ist die Vorherberechnung der Wirkung verschieden gestalteter Zwischenpolstücke mittels der angeführten Gleichungen eine zuverlässige.

Mit einem Strome von 20 Amp. kommt man noch etwas weiter; der Hauptnutzen solcher „Reserveampèrewindungen“ ergibt sich aber, wenn man das Interferricum zu verlängern genötigt ist. Will man z. B. den Versuchsraum für thermomagnetische Zwecke isoliren, so sind zunächst die vier Trennungsflächen zwischen den einzelnen Teilpolstücken möglichst wärme- und durchlässig zu machen, was am besten durch etwa millimeterdicke Hornscheiben geschieht. In dieser Weise gelingt es, kryomagnetische Versuche in siedender Luft auszuführen; eine Wismutspirale erfährt dabei z. B. in einem Felde von 37500 C.G.S. eine 230fache Widerstandsvermehrung.¹⁾

Die Streuung des Halbringes ist verhältnismässig gering, was für die Benutzung in grösseren Instituten behufs Vermeidung gegenseitiger Störung immerhin erwünscht ist.

Ausser dem im vorigen beschriebenen Modell wird noch ein kleiner, sehr leichter Halbring-Elektromagnet hergestellt, dessen Lineardimensionen die Hälfte betragen — d. h. das Fünffache der Fig. 1. — Für die wesentlichen Bestimmungsstücke sind folgende ungefähre Werte normirt:

Gesamtgewicht	25 kg
Axenhöhe über Tischebene	250 mm
Basisdurchmesser der Polschuhe	40 mm
Maximale Induction	20000 C.G.S.
Gesamtwindungszahl	2000
Gesamtwiderstand	4 Ohm
Selbstinductionscoefficient	} Maximal- werte
Relaxationsdauer	
Maximalstrom	8 Amp.
Maximale magnetomotorische Kraft	16000 Amp.-Wind.
Maximale elektromotorische Kraft	32 Volt
Maximale verbrauchte Leistung	256 Watt

Hierbei ist vorausgesetzt, dass die beiden — gleichmässig bewickelten — Schenkel hintereinander geschaltet sind; durch Parallelschaltung wird die Voltzahl unter Verdoppelung der

1) H. du Bois u. A. P. Wills, Verhandl. d. Deutschen Physikal. Gesellsch. zu Berlin 1. p. 169. 1899.

Stromstärke halbiert; andererseits kann für höhere Voltzahlen die Bewickelung auch mit dünnerem Draht erfolgen.

Für die Beurteilung des Einflusses einer solchen Linearhalbierung ist ein bekannter Satz Lord Kelvin's maassgebend:

„Geometrisch ähnliche Elektromagnete mit Strömen — und daher auch magnetomotorischen Kräften — proportional den Lineardimensionen weisen in entsprechenden Punkten gleiche und gleichgerichtete Magnetisirungs- bez. Inductionswerte auf.“ Der kleine Halbring mit seinen 16000 Ampèrewindungen wird sich daher dem grösseren in allen Punkten gleich verhalten, wofern letzterer von 2×16000 Ampèrewindungen erregt wird, was bei dessen 2500 Windungen einem Strome von 12,8 Amp. entspricht. Nach der Tabelle auf p. 204 erzeugt ein solcher ein Feld von rund 35000 C.G.S.; dasselbe leistet der kleine Apparat, wofern er in allen Stücken völlig ähnlich ist, insbesondere die kleinen Kegelstutzflächen ebenfalls linear halbiert sind, daher 3 mm Durchmesser und 0,5 mm Abstand aufweisen. Würde man aber die für die Einsetzung der Wismutspirale angemessenen Dimensionen von 6 und 1 mm beibehalten, so erhielte man ein Feld von rund 30000 C.G.S., also etwa so viel, wie die älteren schweren Elektromagnete zu leisten pflegten.

Die Herstellung der Halbring-Elektromagnete hat die Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. übernommen; die Versuche wurden in ihrem Laboratorium ausgeführt, wobei mir Hr. Th. Bruger in dankenswerter Weise zur Seite stand.

Berlin, 4. December 1899.

(Eingegangen 5. December 1899.)