RICERCHE SUL LIMITE DELLA PERCEZIONE DEI SUONI IN RIGUARDO
ALLA LORO DURATA; DEL PROF. EMILIO VILLARI E DEL
DOTT. C. MARANGONI (1).

§ 1. L'attitudine dell'orecchio umano ad ascoltare i suoni è ristretta entro certi limiti detti dai fisici comunemente *limiti degli udibili*. Intorno ad essi però si rannodano due importanti quistioni assai diverse tra loro. Una prima riguarda propriamente l'attitudine che ha l'orecchio umano a fondere in un solo suono una serie di vibrazioni che si succedono ad un dato intervallo di tempo. E la seconda riguarda invece, quella proprietà che ha l'orecchio di avvertire un suono dopo un numero più o meno grande di vibrazioni ricevute.

2. La prima quistione ha fatto soggetto di accurati studi di Wollaston, Savart, Cladni, Biot, Despretz e di altri ancora. Essi hanno, con metodi diversi, cercato di determinare il limite al quale l'orecchio cessa di percepire una nota musicale risultante, sia da un numero troppo grande, sia da un numero troppo piccolo di vibrazioni. I risultati sperimentali però, a cui i diversi fisici pervennero, sono tra loro assai discordanti. Ed il Savart che con sì grande accuratezza si è occupato di questo soggetto pare ne faccia risalire la cagione alla diversa intensità dei suoni adoperati dai vari sperimentatori. Egli infatti osserva che detti limiti si allontanano sempre più, accrescendo l'intensità dei suoni. Per cui egli con ruote dentate potette ascoltare dei suoni prodotti da sole 16 vibrazioni al secondo, e degli altri prodotti da 48000 vibrazioni al secondo. Il Despretz poi ascoltò dei coristi che davano 76032 vibrazioni al secondo (2). Quest'ultimo limite è d'assai superiore a quello fissato dagli altri sperimentatori più sopra citati. L'orecchio umano adunque, risulta da quelle esperien-

(1) Queste ricerche furono eseguite nel laboratorio di fisica dell'Istituto tecnico di Firenze.

(2) Helmholtz nel suo famoso libro: *Die lehre von den Tonempfindungen* ec. dice che la nota più bassa non risulta di meno di 35 vibrazioni al secondo.

ze, estenderebbe i limiti della sua audizione tra una nota di 16 vibrazioni a secondo, che sarebbe un Si_{-4} ed un'altra di 75 mila che corrisponderebbe al Re_{10} ; cioè a dire ascolta suoni distanti tra loro per più di 12 ottave (1).

3. Nella seconda quistione, *che potrebbe dirsi del limite della durata dei suoni* si tratta di determinare quale è il numero minimo di vibrazioni necessarie perchè l'orecchio ascolti la nota musicale da cui deriva; ovvero quale è il tempo minimo necessario che duri una nota perchè l'orecchio la distingua. Intorno a questo punto dell'acustica non vi sono che dei tentativi fatti dal Savart (2). Egli fece delle esperienze con ruote dentate a denti mobili in guisa che poteva toglierne un determinato numero ed anche tutti. Ora parve al Savart che bastassero due soli denti in questa ruota perchè battendo essi contro un cartoncino lo facessero oscillare sempre in modo da rendere una nota, e questa diversa con la diversa velocità di rotazione della ruota. Per cui secondo tali esperienze abbisognerebbero solo 4 vibrazioni semplici per ascoltare una qualsivoglia nota musicale. Vero è che il Savart medesimo presta poca fiducia a queste sue conclusioni le quali fa seguire da queste parole (3) «... mais cette conséquence, qui semble d'abord rigoureuse, ne l'est peut-être qu'en apparence, parce qu'il pourrait arriver que l'ébranlement produit dans la dent qui a été choquée la dernière subsistât encore pendant un très petit intervalle de temps après que la cause qui l'a engendré a cessé d'agir ».

Al che noi possiamo aggiungere che avendo eseguita la stessa esperienza del Savart e con quelle accuratezze che egli medesimo consiglia non siamo riusciti a distinguere altro che un rumore senza la più lontana idea di una nota quando adoperavamo una ruota dentata con soli due denti.

4. La quistione adunque del tempo che deve durare una nota perchè sia ascoltata come tale dal nostro orecchio non è per anco stata risolta. Il soggetto è assai interessante, e noi

(1) Helmholtz ec. p. 50.

(2) Savart, *Ann. de chim. et de phys.* T. XLIV, pag. 346.

(3) Savart, *mem. cit.* pag. 548.

ne abbiamo fatto uno studio lungo ed accurato, ed i risultati di essi formano il soggetto della presente memoria.

5. I moltissimi metodi sperimentali che si offrono per la soluzione del problema possono raggrupparsi sotto due categorie. O si cerca cioè di far suonare un istrumento per un tempo sempre più breve fino a che la nota prodotta cessa d'ascoltarsi, e si determina allora il tempo brevissimo nel quale l'istrumento ha vibrato; ovvero si fa suonare un istrumento continuamente e sempre con la medesima intensità, e con un apposito congegno si fa arrivare il suono all'orecchio per un opportuno intervallo di tempo, e quindi si determina il tempo massimo durante il quale la nota non si ascolti. Il primo metodo fu messo a profitto dal Savart nelle sue ricerche. Noi invece ci siamo attenuti al secondo principalmente pel genere degli istrumenti adoperati nelle nostre esperienze. Noi abbiamo sperimentato sopra i coristi i quali oltre al dare una nota assai pura, possono facilmente dare dei suoni d'assai diversa intensità; proprietà di un'importanza capitale nel genere delle nostre ricerche. Adoperando adunque questi istrumenti si vede di leggieri che essi non possono istantaneamente essere suonati e fermati a cognizione della grossa massa delle loro branche: ed infatti tutte le esperienze eseguite da noi in questo senso non condussero ad alcun esatto risultato.

Rimaneva adunque il secondo metodo. I tentativi e le ricerche fatte per perfezionarlo furon molte e svariate; ed i risultati, incerti sempre ed oscillanti. Quello però che in questa serie di prove sventurate ci dette lena a seguitare nello studio intrapreso si fu che noi venimmo nella certezza che i suoni acuti si possono ascoltare in un tempo più breve di quello che non abbisogna per ascoltare una nota grave. Noi non verremo qui certamente ad esporre i diversi tentativi da noi fatti perchè lunga ed inutile ne sarebbe la storia; ci limiteremo invece ad una descrizione succinta del metodo e dell'apparecchio da noi adoperato in tutto il corso delle nostre ricerche.

Descrizione dell' apparecchio.

6. L'apparecchio risulta essenzialmente composto:

1.^o Di un corista produttore del suono.

2.^o Di un tubo di gomma elastica che aprendosi per tempuscoli determinati conduce il suono a gran distanza per essere ascoltato.

3.^o Di un congegno elettro-magnetico che produce le aperture del tubo a determinati intervalli di tempo.

4.^o Finalmente di un apparecchio, cronografo, che misura il tempo in cui il tubo è rimasto aperto.

7. *Coristi.* Questi erano di diversa grandezza, e privi della loro cassa risuonante e tenuti a mano, o sospesi a delle corde attaccate alla parete del laboratorio, a fine di non avere risuonanze perturbatrici. Essi erano messi in vibrazione per mezzo di aste di legno composte di due pezzi M ed N (*fig. 4, Tav. VI*) conici i quali soprammettendosi più o meno e quindi legati fortemente insieme, potevano presentare diversa grossezza nel senso trasversale MN e così far rendere ai corista vibrazioni e suoni di diversa intensità.

8. Il tubo di gomma A (*fig. 1*) lungo circa 7 metri portava il suono prodotto dal corista in una stanza affatto separata dal laboratorio; stanza nella quale si trovava un osservatore per ascoltare il suono, udibile solo attraverso il tubo. Esso tubo era soprammesso in *b* ad un tubo di vetro *ba* lungo 20^c e grosso 5^{mm}; il quale piegato con curvatura dolce era legato sopra un regolo di legno *c*. Questo regolo, a sua volta, per mezzo di una forte vite a pressione *d* poteva invariabilmente fissarsi in opportune posizioni sopra un saldo banco di legno B.

9. Serviva a chiudere ed aprire l'estremità arrotata del tubo di vetro *ab* un tappo di sughero spinto da un' asta d'ottone *ag* la quale era governata da due cordoni elastici di caoutchouc contenuti nel tubo *f*, tesi più o meno fortemente in ragione della pressione con la quale si voleva col tappo di sughero chiudere il tubo di vetro (1). L'asta medesima portava

(1) È da avvertire che fu trovato assai utile sostituire i cordoni di

in g un'ancora di ferro dolce in vicinanza di un'elettrocalamita, dalla quale era separata da una striscia di pelle di *dante* per evitare gli urti troppo rumorosi e per evitare i fenomeni del magnetismo residuo. La calamita finalmente per mezzo dei fili xz comunicava con la pila RZ .

10. *Interruttore*. Questo essenzialmente era formato da un cilindro di legno lungo 6^c e grosso 2^c il quale era messo in rotazione uniforme da un roteggio regolato da un pendolo conico colla modificazione di Foucault. Su la superficie del cilindro era incastrato un triangolo di rame amalgamato op (fig. 2) munito di un'appendice g , piegata sulla testata del cilindro e comunicante elettricamente con la molla r . Una seconda molla di rame s terminata con un filo di platino appoggiava di continuo sulla superficie del cilindro m . Questa molla comunicava coll'elettrocalamita per mezzo del filo zz e poteva muoversi parallelamente all'asse del cilindro mg mercè di una cremagliera uu . Finalmente la molla r comunicava col vaso a mercurio v e la pila ZR . L'altro polo della pila era unito alla calamita M .

Dalla disposizione dell'apparecchio e nelle condizioni indicate dalla figura risulta chiaro che il circuito della pila era chiuso, per cui la corrente della pila, seguendo la direzione delle frecce, passava per $Rx\ x'h\ z\ z's\ rv\ Z$. Ne segue adunque che in questa condizione dell'apparecchio la calamita h attraeva l'ancora g ed apriva il tubo di vetro ab , per cui il suono poteva passare attraverso il tubo A ed essere ascoltato dall'osservatore che ne aveva l'estremità nell'orecchio. È anche facile il comprendere come, durante il moto di rotazione uniforme del cilindro m , la corrente rimaneva chiusa solamente durante il tempuscolo che la punta di platino s appoggiava sul triangolo di rame op , nel quale tempo soltanto rimaneva aperto il tubo di vetro ab ; durante tutto il tempo che

gomma ad una spirale metallica prima adoperata a fine di diminuire i rumori intensi e perturbatori da questa prodotti. Per una ragione analoga si faceva scorrere l'asta di ottone ag in due dischi di cuoio, uno dei quali è visibile in n , forati e messi alle estremità del tubo f , invece che in due dischi metallici che vi erano in principio.

la punta *s* appoggiava sul legno, la corrente era interrotta ed il tubo *ab* rimaneva chiuso dal sughero che vi era compresso contro fortemente. Si vede finalmente come si poteva a volontà diminuire, o aumentare la durata del passaggio della corrente, e quindi la durata dell'apertura del tubo *ab*, spostando semplicemente la molla *s* verso il vertice *o* del triangolo o verso la sua base *p*.

Quest'interruttore era nella stanza dove il suono veniva ascoltato e la durata dell'apertura del circuito era regolata dall'osservatore che ascoltava il suono medesimo.

11. Prima intanto di venire alla descrizione dell'ultima parte dell'apparecchio ossia del cronografo diremo del modo col quale furono eseguite le esperienze e ciò perchè ci sarà allora più facile intendere l'uso ed il modo di agire del detto cronografo.

Metodo di sperimentare.

Le nostre ricerche, come si è detto, avevano lo scopo di determinare il numero di oscillazioni necessarie perchè le diverse note sieno udite. Su questo numero doveva naturalmente averci grande influenza la intensità dei suoni, per cui prima nostra cura fu quella di produrre delle note di eguali intensità e di sperimentare su di esse.

L'intensità dei suoni prodotti nei nostri coristi veniva variata facendoli vibrare, come si disse, mercè quei pezzi di legno di grossezza variabile. La intensità dei suoni però si determina sempre con gran difficoltà e con poca esattezza. Noi cercammo prima di determinarla misurando la distanza a cui cessava d'udirsi il suono d'un corista: i risultati però furono sempre assai discordi, quando tali determinazioni si facevano nel laboratorio, per le risuonanze e le riflessioni del suono inevitabili sempre. Nè migliori riuscirono i medesimi tentativi fatti a notte assai avanzata in un aperto giardino e poscia in un' amplissima piazza. I risultati così ottenuti furono sempre assai discordanti da non permettere di prendere neanche una media. Invece molto sicuri si potette procedere avanti nella determinazione delle intensità con un altro me-

todo, che non esitiamo a proclamarlo eccellente, avuto riguardo alla scarsezza, od anche deficienza di qualunque altro in simili ricerche.

Questo metodo consiste nel fissare il corista vibrante ad una distanza determinata dal tubo *a b* aperto (*fig. 1*) e quindi di far scoccare il corista sempre più debolmente (accomodando convenientemente la posizione delle aste *M N*) fino a che esso non viene più ascoltato all'altra estremità del tubo di gomma *A*. Questo limite trovato, si segnava con dei tratti d' inchiostro la posizione delle aste *M N* che lo avevano prodotto. Queste medesime determinazioni si facevano, per ciascun corista, diverse volte nella stessa giornata ed in giornate successive, e quindi di tutte si prendeva la media; la quale, è bene il dire, che oltre ogni nostra aspettativa, differiva pochissimo dalle determinazioni estreme e spessissimo di quantità perfettamente trascurabile.

Così operando le intensità trovate presentavano la più grande garanzia possibile, imperciocchè esse erano determinate servendosi dei coristi e dell'apparecchio nelle condizioni medesime nelle quali doveva funzionare in tutto il corso delle esperienze. Ciò che escludeva il caso di ogni risonanza, riflessioni, od influenza qualunque perturbatrice e variabile.

12. L'intensità per una prima serie di esperienze fu presa tenendo il corista una volta alla distanza di 19° ed un'altra a quella di 38° dall'estremità aperta del tubo *a b*. La prima intensità è contrassegnata in appresso con la lettera *D* e la seconda con *F*, iniziali delle parole *debole*, *forte*.

Così determinate le intensità la ricerca del tempo nel quale si spegneva la nota musicale prodotta dai diversi coristi fu trovata nella seguente maniera.

13. Un osservatore, in vicinanza dell'interruttore di cui ne vigilava l'uniformità di rotazione, aveva il tubo di gomma *A* nell'orecchio a fine di ascoltare il suono che lo percorreva. Un secondo osservatore faceva vibrare un dato corista ad una distanza di circa 1° dall'estremità del tubo di vetro *a b* come indica la figura 1. Il corista veniva eccitato ogni 4, o 5" con le aste di legno onde farlo oscillare sempre con la stessa intensità e per altri 2, o 3" era messo in silenzio.

Un segnale convenzionale indicava al primo osservatore il momento che cominciava e che finiva il suono.

14. Per mezzo dell'interruttore e della pila in azione la corrente passava ad intervalli per la calamita, per cui per l'allontanamento del tappo e il tubo di vetro veniva aperto in tempi corrispondenti. È da notare che l'estensione dei movimenti del sughero erano ristretti sempre a frazioni di millimetro, ($\frac{1}{2}$ millimetro in circa) per diminuire il rumore degli urti del sughero contro il vetro e perchè l'apertura di $\frac{1}{2}$ millimetro era più che sufficiente nelle nostre indagini.

A determinare il tempo massimo di apertura del tubo a , perchè la nota si spegnesse, il primo osservatore spostava la punta s di platino una volta dalla base del triangolo p verso o fino all'istante in cui egli cessava di ascoltare la nota, ed una seconda volta spostava la detta punta a cominciare da o andando verso p fino al momento in cui egli cominciava ad ascoltare la nota stessa. Cercava cioè una volta l'istante in cui si spegneva la nota, e nella volta successiva l'istante in cui cominciava ad ascoltarsi. Queste due posizioni della punta s erano esattamente misurate a partire dallo apice del triangolo e di esse (che bene spesso variavano per qualche millimetro solo od anche meno) era presa la misura media, quale indicante la posizione nella quale la nota cessava o cominciava ad ascoltarsi.

Tali determinazioni furono fatte moltissime volte ed in giorni successivi, con ciascun corista e per le due intensità suddette, ed in ciascun caso fu determinata la posizione media della punta s sul cilindro m , e di tutti questi valori fu presa la media. Da queste esperienze risultò chiaramente che per spegnere una nota acuta la punta s doveva spingersi assai più vicino al vertice o del triangolo di quello che non accadeva per una nota grave; e questo dimostra che le note acute hanno bisogno di un tempo più breve per essere ascoltate di quello che non abbisogni alle note gravi.

15. Il tempo in cui rimaneva chiuso il circuito, ed aperto perciò il tubo $a b$, si sarebbe potuto determinare misurando la velocità di rotazione del cilindro m , e la posizione della punta sul triangolo di rame. Ad evitare però ogni errore prove-

niente dal ritardo dei movimenti del sughero, sia pel ritardo della magnetizzazione e demagnetizzazione della calamita, sia per gli attriti dell' asta di ottone ec. ec., noi ricorremmo alle misure dirette e cercammo con un cronografo di determinare il tempo nel quale il tubo di vetro rimaneva aperto.

Il cronografo era formato da un disco di vetro verticale annerito con nero di fumo e messo in rotazione intorno al proprio asse con velocità uniforme per mezzo di un roteggio di precisione. Tale disco era posto a piccola distanza dal tappo di sughero, il quale mercè una piccola leva AB, rappresentata a parte nella figura 3, appoggiava sul disco. Fu necessario adoperar questa leva per ingrandire sul disco i movimenti del tappo i quali come si disse più sopra, erano ristretti a circa mezzo millimetro di corsa. Da tale disposizione dell'apparecchio risulta chiaramente che, girando il disco del cronografo, la leva AB segnava una circonferenza continua sul medesimo: gli appulsi poi, corrispondenti ai movimenti del tappo, erano indicati da una curva staccata dalla circonferenza e di lunghezza proporzionale alla durata dell'appulso.

Noi abbiamo indicato nella figura 5 a $\frac{1}{4}$ del vero una di queste figure ottenute sul vetro affumicato, nella quale le curve ddf , $d'd'f'$ indicano la durata degli appulsi sulla circonferenza ddf' .

A poter meglio calcolare tali curve esse venivano impresse sopra una carta: perlochè si comprimeva sul disco di vetro un foglio di carta inumidito con acqua gommata, il quale dopo alquanta compressione riportava un'immagine fedele delle figure del disco. Tali figure venivano fissate sulla carta con vernice da fotografia dopo averle ben lavate con della benzina a fine di togliere al nero fumo gli oli empireumatici, che altrimenti tingevano in giallo le prove ricavate. Aggiungeremo che sulle medesime curve si segnava il nome della nota a cui corrispondevano, e si tirava un diametro per tutte onde meglio poterle misurare.

A dare un' idea dell'esattezza e sensibilità di questo metodo di misura diremo che il disco completava un giro in $0^{\circ},32$ per cui l'angolo di 1° veniva percorso in $0^{\circ},000888$. Prendendo ora come diametro medio delle circonferenze (su

ciascun disco si seguavano da 6 a 4 curve) la lunghezza di 150 millimetri ne segue che un millimetro di essa circonferenza è percorso in $0^{\circ},00068$ di secondo e come si può con la massima sicurezza calcolare sui mezzi millimetri, così ne segue che si possono, col nostro cronografo, misurare i $0^{\circ},00034$ di secondo cioè i terzi di millesimo di secondo. Sensibilità questa al certo più che sufficiente nelle nostre esperienze.

A determinare la durata degli appulsi (i quali erano 4 in media per ciascuna nota) bastava conoscere la velocità di rotazione del disco e l'angolo sotteso a tale appulso. La velocità di rotazione del disco fu determinata con la massima esattezza per mezzo di un cronometro scrivente di Breguet. L'angolo dell'appulso si determinava per mezzo del seno, il quale si otteneva facendo il rapporto fra la corda dell'appulso e il diametro della circonferenza su cui esisteva; quindi con le tavole trigonometriche se ne deduceva l'angolo. Così prendendo i dati della tavola II si avrebbe:

$$\log \text{sen } a = \log c - \log d$$

ed essendo

$$c = 132^{\text{mm}},0$$

$$d = 169,0$$

si ha:

$$\log \text{sen } a = 2,12057 - 2,22789$$

$$» = 9,89268$$

$$a = 51^{\circ},35 \text{ centesimi.}$$

Determinato così il numero dei gradi di ciascuno appulso bastava moltiplicarlo pel tempo impiegato dal disco a muoversi di 1° , (tempo espresso come si è detto da $0^{\circ},0008889$) per avere la durata d'apertura del tubo. Così pel caso precedentemente considerato si avrebbe pel tempo t corrispondente all'appulso di $51^{\circ},35$.

$$t = 51^{\circ},35 \times 0^{\circ},0008889 = 0^{\circ},0456$$

cioè in questo caso il tubo di vetro sarebbe rimasto aperto 0,0456. È chiaro che moltiplicando questo tempo pel numero di oscillazioni compiute in 1 secondo dalla nota a cui quel dato appulso corrisponde si ricava il numero di oscillazioni che la detta nota ha comunicato all'aria del tubo e quindi all'orecchio nel tempo t : il quale numero vs nel caso precedente è dato da :

$$vs = t \cdot n = 0,0456 \times 144 = 6,6$$

cioè in detto tempo il corista compie 6,6 vibrazioni semplici. E tale numero è precisamente il massimo che è insufficiente a far sentir la nota.

Nella tabella seguente sono date di una sola serie di esperienze le misure relative prese sulle curve cronografiche ed i risultati dei calcoli corrispondenti.

Tabella I.

NOTE	n	c	d	a	t	V. S.
re_1 } do_2 } do_3 }	144 256 512	^{mm} 132,0 76,9 67,3	^{mm} 169,0 115,7 134,6	⁰ 51,35 41,67 30,00	["] 0,0456 0,0370 0,0267	6,6 9,5 13,7
re_1 } do_2 } do_3 }	144 256 512	94,3 56,5 55,5	138,6 97,8 139,9	42,87 35,28 23,37	0,0381 0,0314 0,0208	5,5 8,0 10,6

In questa tabella la prima serie di esperienze, contraddistinte con la lettera D, fu eseguita col suono debole dei coristi; e quella distinta con la lettera F, lo fu col suono forte (1). Le altre lettere corrispondenti alle diverse colonne

(1) Vedi §§ 11 e 12.

hanno per la tabella precedente ed anche per le seguenti i valori qui appresso indicati :

n = numero di vibrazioni semplici eseguite da ciascuna nota in 1" di tempo.

c = corde degli appulsi in millimetri misurate sul disco.

d = diametri in millimetri delle circonferenze su cui esistono gli appulsi.

a = arco in gradi e centesimi di grado corrispondente a ciascun appulso.

t = tempo in frazione di secondo limite della percezione delle note.

V S numero minimo di vibrazioni semplici necessario per avvertire le diverse note, od anche, numero massimo di v. s. che non risvegliano l'idea delle note.

Nella tabella seguente sono riportate le medie di tre serie di esperienze eseguite in tre diversi giorni e vi sono aggiunte le differenze dei rispettivi numeri per le successive note osservate.

Tabella II.

NOTE	I	t	Differenze di t	V. S.	Differenze di V. S.
re_1 } do_2 } D do_3 }	19	$0,0461$ $0,0394$ $0,0266$	67 128	6,6 10,1 13,6	3,5 3,5
re_1 } do_2 } F do_3 }	38	$0,0369$ $0,0323$ $0,0226$	46 97	5,3 8,3 11,9	3,0 3,6

Tabella III (1).

NOTE	I	t	Differenze di t	V. S.	Differenze di V. S.
sol_{-1}	F 40	0,0568	138	5,4	0,8
re_1		0,0430	147	6,2	1,1
do_1		0,0283	122	7,3	1,0
do_3		0,0161	52	8,3	1,0
la_3		0,0109		9,3	

Nella colonna I delle due tabelle precedenti sono indicate le intensità del suono.

Dallo studio delle medesime tabelle noi siamo condotti alle seguenti conclusioni :

1.^o Il tempo minimo necessario per ascoltare le diverse note diminuisce col crescere dell'intensità dei suoni.

2.^o Detto tempo scema col crescere della altezza musicale delle diverse note.

3.^o Per lo contrario il numero delle vibrazioni, prodotte in detto tempo minimo per udir le diverse note, cresce con la loro altezza, per cui abbisognano più vibrazioni per ascoltare un suono acuto che per ascoltarne uno grave.

Finalmente dall'ultima colonna della tabella II si vede che le differenze dei numeri delle v. s. fra le successive note osservate sono abbastanza costanti; e ancor più lo diventano se le differenze si riferiscono a *intervalli musicali* fra loro uguali, come sono le ottave. Siccome poi i numeri di vibrazioni per 1" di una serie crescente di ottave aumentano in progressione geometrica, si può formulare anche quest'altro principio :

4.^o Quando il numero delle vibrazioni nelle diverse note

(1) In questa tabella sono registrati i valori medi di due serie di esperienze eseguite in due giorni diversi.

cresce in progressione geometrica il numero delle medesime necessario per ascoltarle cresce in progressione aritmetica.

Faremo notare prima di procedere più oltre come nella colonna V S esiste una gran differenza tra i valori dati nella tabella II e quei medesimi dati nella III. Tale differenza tiene a una modificazione introdotta nell'apparecchio. Nel principio delle nostre ricerche il tubo di vetro *ab* era coperto dal tubo A di caoutchouc fino all'estremità *a* e quindi legato con lo spago sulla traversa *c*. Questo involuppo di caoutchouc dava una mobilità al tubo per cui esso cedeva ai movimenti del tappo di sughero che in parte seguiva; e quindi il tempo in cui il tappo si muoveva e che veniva segnato sul cronografo era maggiore di quello nel quale il tubo di vetro restava aperto. I risultati della III tabella sonosi ottenuti dopo aver direttamente e saldissimamente masticiato e legato il tubo di vetro sulla grossa traversa *c* di legno di faggio in maniera che ogni più piccolo movimento ne rimaneva affatto impedito.

Altre ricerche noi abbiamo fatte sulle note *sol*₋₁, *sol*₁ e *sol*₂, ma le esperienze riuscirono difficilissime ed incerte imperciocchè, non avendo noi a disposizione coristi appropriati, fummo costretti a ridurre i coristi precedentemente adoperati a dare le tre note *sol* qui sopra indicate. Questa riduzione fu fatta aggiungendo dei grossi pesi ai coristi, i quali perciò dettero delle note armoniche così forti che fu impossibile discernere attraverso il tubo di gomma elastica il tempo necessario per ispegnere la nota fondamentale. Solo il *sol*₋₁, che era dato da un grossissimo diapason di bronzo caricato di pesi, dava una nota fondamentale sempre abbastanza distinta per poter eseguire con essa l'esperienza ed è perciò che ne abbiamo registrato i dati nella tabella III. Nella quale finalmente abbiamo anco registrato i risultati ottenuti con un piccolo corista che dava il *la*₃. Per le quali cose si intende facilmente come la differenza tra il numero di v.s. per sentire il *sol*₋₁ ed il *re*₁ deve essere minore di quella fra i numeri per ascoltare il *re*₁ e il *do*₂ essendo l'intervallo tra le due prime note una quinta, e quello tra le altre due, una settima.

Laonde noi possiamo ritenere la legge quarta da noi enunciata se non come certissima (atteso lo scarso numero di note da noi adoperate) almeno assai probabile. In ogni modo però le tre prime leggi da noi stabilite risultano sperimentalmente dimostrate con ogni sicurezza. Tali risultati si allontanano molto da quelli ottenuti dal Savart. Questi infatti ammetteva che per sentir qualsiasi nota erano necessarie solo 4 v. s. e noi ne abbiamo sempre avuto bisogno di un maggior numero, il quale poi con ogni sicurezza noi possiamo ritenere crescere con l'altezza delle note. E da ultimo facciamo anco avvertire che tale numero non è assoluto ma è dipendente dalla intensità dei suoni come avviene pel limite delle note udibili.

Questo fatto s'intende chiaramente, perchè per muovere la membrana del timpano abbisogna un numero di vibrazioni che la scuotano, il quale sarà naturalmente tanto minore quanto più esse sono vigorose.

Da ciò che precede è facile argomentare che i risultati delle nostre ricerche sono ancora relativi allo stato fisiologico dell'osservatore che ascolta i suoni. Ed invero nelle giornate burrascose e piovose, nelle quali (come ognun sa) l'orecchio è meno squisito, le nostre esperienze non potevano esser continuate perchè l'orecchio facilmente si stancava e non poteva più distinguere le note attraverso il tubo. Ciò che ebbe al certo non piccola parte a rendere lunghe e penose le nostre ricerche.

Dal secondo principio intanto stabilito da noi risulta che a parità di condizioni una nota acuta viene avvertita dall'orecchio in un tempo più breve che una nota grave. Ciò equivale a dire che, a pari intensità, l'orecchio è più sensibile per le note acute che per le gravi. Laonde se due note di diversa altezza suonassero con eguali intensità per un medesimo tempo l'orecchio dovrà stancarsi prima per la nota acuta che per la grave. Questa è forse la ragione, od almeno una delle ragioni, per cui le note acute riescono tanto intollerabili all'udito. Il Despretz dice che i suoni acutissimi ottenuti da lui coi coristi riescono incomodi oltre ogni dire all'orecchio. E se ciò è vero di leggieri s'intende perchè le note acute sono meno musicali e scartate perciò dalla musica più

di quello che lo sieno le note gravi. Ed infatti l'organo, che è l'istrumento il quale adopera il maggior numero di note musicali, ha una nota bassa risultante da sole 32 vibrazioni al secondo: il quale numero sarebbe secondo l'Helmholtz il limite inferiore degli udibili; e la nota più alta risultante dà 16 mila vibrazioni. Dal che si vede che in musica si adoperano tra le basse tutte le note udibili, e tra le alte tutte quelle che non oltrepassano le 16 mila vibrazioni, e si escludono le più alte fino a 76 mila: certo perchè le acute sono più spiacevoli che le gravi. E questo meglio si scorge quando si pensa che le note generalmente adoperate in musica sono comprese tra 80 e 8000 v. semplici al secondo comprendendo solo 7 ottave (1).

Per rendere intanto manifeste all'occhio le leggi da noi trovate abbiamo coi dati dell'ultima tavola costruite due curve rappresentate nella figura 6. Sulle ordinate son presi i numeri delle vibrazioni semplici eseguite da ciascuna nota in 1" di tempo, e sulle ascisse sono contati i tempi per la curva A B, ed il numero delle vibrazioni semplici, limite della percezione, per la curva C D. Da tale costruzione si vede che tutti i punti corrispondenti alle note sol_{-1} , re_1 , do_2 , do_3 , la_3 si trovano bene sulla curva la quale è, per la proprietà accennata nella legge quarta, una *logaritmica*. Ciò bene inteso pei limiti tra i quali si sono estese le nostre esperienze, intorno alle quali noi ci proponiamo di ritornare per sperimentare (forse con altro metodo onde fare il confronto) sopra un numero maggiore di note, quando avremo a nostra disposizione gli opportuni coristi.

Firenze 5 Maggio 1869.

(1) Vedi Helmholtz *Tonempfindungen*, s. 4, 50 Braunschweig 1869.