VIII. *Ueber die isodynamischen Flächen um einen verticalen Magnetstab und Anwendung derselben bei einer auf magnetische Messungen gegründeten Untersuchung von Eisenerzlagern;*
von Robert Thalén.

(Mitgetheilt vom Verf. aus *Oefversigt of K. Vetensk. Handling*
 1874, No. 6.)

In einem der Königl. Akademie in ihrer Februarsitzung überlieferten Aufsatz *über eine neue Methode, Eisenerzlager mittelst magnetischer Messungen zu untersuchen*¹⁾, habe ich die Formen *isodynamischer* Flächen angedeutet, welche sich rings um einen verticalen Magnetstab in dem Falle denken lassen, daß sowohl die Anziehungskraft des Stabes als der Erdmagnetismus auf eine in der Horizontalebene bewegliche Magnetnadel wirken. Ich habe daselbst auch, obwohl nur beiläufig, die Formen der für diese Flächen geltenden Gleichungen angegeben, und beabsichtige nun, sie der Vollständigkeit wegen herzuleiten und gewissermaßen zu discutiren. Eine mathematische Behandlung des Problems liegt indeß nicht in meiner Absicht, da ich dieselbe bereits dem Prof. Daug überlassen habe²⁾.

Als Zusatz zu meinem früheren Aufsatz will ich hier nur einen wegen seiner Einfachheit und, wie ich zu hoffen wage, seiner Anwendbarkeit bemerkenswerthen Satz anführen, nach welchem es möglich erscheint, aus den auf Eisenerzlagern angestellten Deviationsmessungen zu bestimmen, *sowohl wie tief unter der Erdoberfläche das Centrum des Erzlagers liegt*³⁾ *als — wenigstens angenähert — wie groß dieses Lager ist.*

1) *Oefversigt of K. Vetensk. Förhandl.* 1874, No. 2.

2) Siehe den folgenden Aufsatz. (P.)

3) Hierbei folgte ich theilweis Airy's *Treatise on magnetism*, Sect VII, p. 126, indem ich die daselbst aufgestellten Formeln anwandte, die zu einem besonders einfachen Resultat führen. Diese Formeln habe ich zusammengestellt mit den in den Gruben gemachten Deviationsmessungen, um daraus die Tiefe des Erzkernes zu berechnen.

I.

Es sey ein cylindrischer Magnetstab von der Länge $2l$ und dem magnetischen Moment M vertical gestellt; es sey ferner der Mittelpunkt des Stabes der Anfang der Coordinaten, die positive z -Axe aufwärts gerichtet, die x -Axe im magnetischen Meridian nach Norden genommen und die y -Axe in horizontaler Lage winkelrecht zur x -Axe. Ferner befinde sich in dem Punkte x, y, z die in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel auf einem magnetischen Theodolith und diese Nadel sey gleichzeitig sowohl der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus als der horizontalen Componente F der Anziehungskraft des eben genannten Magnetstabes unterworfen. Nehmen wir außerdem an, daß F , welches stets längs der zwischen der Nadel und z -Axe hindurchgehenden Horizontalinie gerichtet ist, den Winkel β mit der negativen x -Axe mache, und daß die bewegliche Nadel unter der Einwirkung der genannten Kraft den Winkel δ mit der positiven x -Axe mache, so erhält man für den Fall, daß der Deviationsmagnet entfernt worden ist von seinem Platz auf dem Instrument, die Gleichung

$$\frac{H}{\sin(\beta + \delta)} = \frac{F}{\sin \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Substituirt man hier den unten angegebenen Werth von F , so erhält man die Gleichung für die *isogonischen* Flächen im gegenwärtigen Fall.

Die Resultante R der beiden Kräfte H und F wird also:

$$R^2 = H^2 - 2FH \cos \beta + F^2 \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Wenn dagegen der Diviationsmagnet, dessen magnetisches Moment zu m angenommen seyn mag, aufgelegt wird, wie gewöhnlich bei der Tangentenmethode, mit seinem Mittelpunkt im Abstände e von dem Centrum der Nadel, aber winkelrecht gegen die ebengenannte Stellung der Nadel, so weicht diese Nadel um den Winkel α ab. Beim Gleichgewicht müssen die beiden Drehungsmomente

von R und dem Deviationsmagnete gleich groß seyn, und man erhält also

$$R \sin \alpha = 2 \cdot \frac{m}{e^3} \left(1 + \frac{a}{e^2}\right) \cos \alpha \quad . \quad . \quad (3),$$

worin a eine von der Beschaffenheit des Deviationsmagnets abhängige Constante ist.

Setzen wir

$$A = \frac{F}{H}, \quad B = \frac{2m}{He^3} \left(1 + \frac{a}{e^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und substituiren in (3) aus (2) den Werth von R , so erhalten wir

$$B = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{1 - 2A \cos \beta + A^2} \quad . \quad . \quad (5),$$

welche Formel schon in meinem früheren Aufsatz als Gleichung für die *isodynamischen* Flächen angeführt wurde.

Läßt man überdies r den Horizontal-Abstand der x -Axe von dem Beobachtungsort (Punkt x, y, z) bezeichnen, so folgt

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\cos \beta = \frac{x}{r}, \quad \sin \beta = \frac{y}{r} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und denkt man sich den Magnetismus des Stabes in seinen Endpunkten concentrirt, so erhält man leicht

$$F = M \cdot \frac{r}{2l} \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad . \quad (7).$$

Die Gleichung der isodynamischen Flächen kann also nach (4), (5), (6) und (7) folgendermaßen geschrieben werden

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{M}{H} \cdot \frac{r}{2l} \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (8).$$

Unter allen Flächen, die von dieser Gleichung umfaßt werden, kann man auf Grund der GröÙe des Deviationswinkel folgende drei Arten unterscheiden.

1) $\alpha = \alpha_0$, wo unter α_0 der Deviationswinkel zu verstehen ist, welcher für den in Rede stehenden Beobachtungsort erhalten wird, falls *kein* Magnetstab in der Nähe befindlich ist. Diese Fläche, welche ich in dem folgenden die *neutrale* nennen werde, ist ohne alle Frage die bemerkenswerthe.

2) $\alpha > \alpha_0$, die hiemit bezeichneten Flächen werde ich *Maximalflächen* nennen.

3) $\alpha < \alpha_0$, die entsprechenden Flächen *Minimalflächen* heißen.

Wenn kein Magnetstab auf die bewegliche Nadel einwirkt, hat man:

$$\operatorname{tang} \alpha_0 = \frac{2m}{He^3} \left(1 + \frac{a}{e^2} \right)$$

oder kurz

$$B = \operatorname{tang} \alpha_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Durch Discussion der Formel (5), welche hiebei so geschrieben werden kann:

$$B = \operatorname{tang} \alpha \sqrt{1 + A(A - 2 \cos \beta)},$$

findet man, daß

$$\alpha = \alpha_0,$$

d. h. daß eine neutrale Fläche erhalten wird für

$$A(A - 2 \cos \beta) = 0,$$

welche Gleichung folgende Fälle umfaßt:

1) $A = 0$, was nach (4) und (7) geschieht,

a) Wenn $M = 0$, d. h., wenn kein *Magnetstab* in der Nähe des Beobachtungsortes befindlich ist;

- b) wenn $r=0$, was z auch seyn mag, folglich *längs* der *ganzen* z -Axe;
 c) wenn $z=0$, was r auch seyn mag, längs der durch den Anfangspunkt gehenden Horizontal-ebene ¹⁾).

2) $A = 2 \cos \beta$, welche Fläche die eigentlich *neutrale* ist, deren Intersectionen mit den successiven Horizontal-ebenen die *neutralen* Linien geben, welche ich in meinem früheren Aufsatz angeführt habe.

Für den speciellen Fall, daß $x=0$ und $y=0$, folglich $r=0$, scheint der Werth von A unbestimmt zu bleiben; in Wirklichkeit entspricht er aber dem unter 1, b angegebenen Fall, womit übereinstimmend die z -Axe selbst eine neutrale Linie bildet.

Es giebt folglich eine auf der z -Axe gelegene *neutrale* Linie und zwei *neutrale* Flächen, welche letztere einander längs der y -Axe winkelrecht schneiden, und deren eine von einer *horizontalen* Ebene, die andere dagegen von einer eigenthümlich geformten und *vertical* gestellten Fläche gebildet wird; die Gleichung der letzteren ist

$$\frac{x}{r} = \frac{M}{H} \cdot \frac{r}{4l} \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} . \quad (10).$$

Von den *Maximalflächen* verdient der Fall näher untersucht zu werden, für welchen man hat

$$\alpha = 90^\circ.$$

Durch (8) findet man unmittelbar, daß zur Vermeidung eines imaginären Werths, erforderlich ist, daß

$$y=0 \text{ folglich } x=r.$$

In Folge deß verwandelt sich die Maximalfläche in eine in der Ebene des magnetischen Meridians belegene *Curve*, welche zur Gleichung hat

$$1 = \frac{M}{H} \cdot \frac{x}{2l} \left\{ \frac{1}{[x^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}.$$

1) Diese *horizontal* liegende *neutrale* Fläche entspricht einem schon längst bekannten Fall. Vergl. *Resultate aus d. Beob. d. magnet. Vereins* i. J. 1836, S. 25. §. 13.

Unter den *Minimalflächen* giebt es nur einen bemerkenswerthen Fall, nämlich für den Werth

$$\alpha = 0.$$

Hiebei schrumpft die Fläche zu einem *Punkt* zusammen, der an dem einen oder dem andern Ende des Stabes liegt, kurz

$$x = 0, \quad y = 0; \quad z = l$$

oder

$$x = 0, \quad y = 0; \quad z = -l.$$

Was die wirkliche Form dieser *Maximal-* und *Minimalflächen* betrifft, so habe ich dieselbe schon in meinem früheren Aufsatz angegeben, obwohl bloß für die Theile, welche *über* dem oberen Punkt des Magnetstabes liegen. Was ich dort gesagt habe, hat sich als richtig erwiesen, aber es war natürlicherweise nicht hinreichend, eine Vorstellung zu geben von der Fortsetzung dieser Flächen *unterhalb* der durch das obere Ende des Stabes gehenden Horizontalebene.

Hinsichtlich der vertical stehenden *neutralen* Fläche zeigten meine Messungen ganz deutlich, daß eine solche Fläche wirklich vorkommt; aber da es mir nicht glückte, allein aus den angestellten Messungen eine deutliche Vorstellung von ihrer im höchsten Grade complicirten Form zu erhalten, so überließ ich Hrn. Prof. Daug die Gleichung der isodynamischen Flächen mit der Bitte, sie mathematisch zu untersuchen. Dieser hat dann insoweit meiner Bitte entsprochen, als er für eine Mehrzahl dicht zusammenliegender Horizontalebenen die Durchschnitte der Flächen berechnete und darauf nach den erhaltenen Werthen ein Modell construirte, welches auf eine besonders deutliche Weise die Lage dieser Flächen und ihr Ansehen rings um den Magnetstab veranschaulicht. Eine nähere Auskunft darüber giebt der folgende Aufsatz des Hrn. Prof. Daug, auf welchen ich den Leser verweise, sowohl um in genannter Hinsicht eine nähere Kenntniß der isodynamischen Flächen zu erhalten, als auch um die aus den

Messungen hergeleiteten und in meinem früheren Aufsätze angeführten Schlüsse bestätigt zu sehen.

II.

Eine ungefähre Bestimmung der Tiefe, in welcher sich das *Centrum der Erzmasse* befindet, und der *Größe* derselben, läßt sich folgendermaßen ausführen¹⁾.

Bezeichnet nämlich bei der Frage über den Magnetstab, c den Abstand des im Centrum befindlichen Anfangspunkt von dem Nordende der freien Nadel, und φ den Winkel, welche die genannte Linie mit der positiven z -Axe macht, so wird die Gleichung (7)

$$\begin{aligned} z^2 + (z - l)^2 &= c^2 + l^2 - 2cl \cos \varphi \\ z^2 + (z + l)^2 &= c^2 + l^2 + 2cl \cos \varphi. \end{aligned}$$

Befindet sich der Beobachtungsort so weit entfernt von dem genannten Centrum, daß $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden kann, so erhält man

$$\frac{1}{[r^2 + (z - l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z + l)^2]^{\frac{3}{2}}} = 6 \cdot \frac{l}{c^4} \cos \varphi \quad (12).$$

Da ferner

$$z = c \cos \varphi \text{ und } r = c \sin \varphi,$$

erhält man bei Substitution von (12) in Gleichung (7) folgende Ausdrücke für

$$F = 3 \frac{M}{c^3} \sin \varphi \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$$F = 3 \frac{M}{z^3} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$F = 3 \frac{M}{r^3} \sin^4 \varphi \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und die Gleichung für die isodynamischen Flächen wird hiernach folgende

1) Dief's Problem ist natürlicherweise nahe verwandt mit dem von Airy in seinem oben genannten Werke behandelten Problem, die Einwirkung eines Schiffs auf einen Compafs zu bestimmen. Bei ihm finden sich auch S. 126 die Gleichungen (13) und (15).

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\text{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{3M}{Hx^2} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad (16)$$

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\text{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{2M}{Hr^2} \sin^4 \varphi \cos \varphi \quad (17).$$

Nimmt man an, die Deviationsbeobachtungen seyen angestellt in einer gegebenen Horizontalebene längs dem magnetischen Meridian und *südlich* von der z -Axe, wodurch $y = 0$ und folglich $r = -x$, so geht (16) über in

$$\frac{B}{\text{tg} \alpha} - 1 = \frac{3M}{Hx^2} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad . \quad . \quad (18).$$

Aber man sieht, daß, wenn z constant, der *Minimalwerth* von α dem *Maximalwerth* von $\sin \varphi \cos^4 \varphi$ entspricht. Und weil diese letztgenannte GröÙe ihren *Maximalwerth* erhält für

$$\text{tang } \varphi = \frac{1}{2}$$

und man im Allgemeinen hat

$$r = z \text{ tang } \varphi,$$

so erhält man, falls r_1 den Abstand der z -Axe von dem in der Horizontalebene belegenen Punkt des magnetischen Meridians bezeichnet, für welchen Punkt man aus den Deviationsbeobachtungen in der Horizontalebene den Minimalwerth von α gefunden hat, ganz einfach

$$z_1 = 2r_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

Die Lage des Punktes, der dem *kleinsten* Deviationswinkel entspricht, kann natürlicherweise als hinreichend genau bekannt aus der in Rede stehenden Deviationsmessungen angesehen werden, ebenso die Lage der *neutralen* Linie derselben Horizontalebene, welche bei großen z -Werthen die z -Axe schneidet. Mittelst der Gleichung (19) findet man also, daß *die Tiefe (z_1) der Erzmasse unter der in Rede stehenden Horizontalebene (Erdoberfläche) doppelt so groß ist als der Abstand (r_1) zwischen dem Minimalpunkt und der neutralen Linie.*

Dasselbe kann auch und vielleicht deutlicher auf folgende Weise ausgedrückt werden. Betrachtet man die Erdoberfläche als eine horizontal liegende Tangentenebene

zur isodynamischen Minimalfläche, so muß der Abstand des Berührungspunktes von der z -Axe verdoppelt werden, um die Höhe der Ebene über dem Anfangspunkt oder dem Mittelpunkt der magnetischen Masse zu finden.

Liegt die Erzmasse nicht zu nahe der Erdoberfläche, welche Bedingung wir schon dadurch voraussetzten, daß $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden könne, sondern befindet sich ihr Centrum vielmehr in hinreichender Tiefe, so wissen wir, daß die Maximal- und Minimalpunkte in der Horizontalebene liegen in ungefähr eben so großem Abstand von der neutralen Linie. Man kann deshalb auch sagen, daß der Abstand zwischen diesen beiden Punkten für den größten und den kleinsten Deviationswinkel α in der Horizontalebene (Erdoberfläche) unmittelbar die Tiefe unter der genannten Ebene angiebt, in welcher das Centrum der Erzmasse gelegen ist.

Zu demselben Zweck kann man auch (17) anwenden, vorausgesetzt dabei, daß die Deviationswinkel längs einer im constanten Abstand r von der z -Axe gelegenen Verticallinie gemessen werden. Dieser r -Werth muß jedoch so groß seyn, daß auch nun $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden kann.

Wenn man nun, wie zuvor, der Einfachheit wegen annimmt, daß die Messungen in der Ebene des magnetischen Meridians geschehen, wodurch $y = 0$ und folglich $r = -x$, und man habe entweder direct oder durch die in verschiedener Tiefe längs der in Rede stehender Verticallinie angestellten Beobachtungen die Lage des Minimumswinkels α gefunden, so erhält man in ähnlicher Weise aus (17)

$$\frac{B}{\operatorname{tg} \alpha} - 1 = \frac{3M}{Hr^3} \sin^4 \varphi \cos \varphi.$$

Wo der Minimalwerth von α dem Maximalwerth von $\sin^4 \varphi \cos \varphi$ entspricht.

Weil dieser Maximalwerth entspricht:

$$\operatorname{tang} \varphi = 2 \quad \text{d. h.} \quad x_u = \frac{r_u}{2},$$

so kann auch diese Bestimmung zur Kenntniß der Tiefe der Erzmasse unter dem beobachteten Minimumpunkt führen und folglich zu einer passenden Controle der zuvor angeführten analogen Bestimmung durch Messungen in der Horizontalebene dienen.

Denkt man sich in diesem Falle eine verticale und der yz -Ebene parallele Ebene als Tangentialebene zur isodynamischen Minimalfläche, deren Winkel im Minimumpunkt man erhielt, so wird *die Tiefe (z_n) des Erzcentrums unter dem Tangentialpunkt halb so groß als der Abstand (r_n) zwischen den beiden parallelen Ebenen (yx -Ebene und Tangentialebene).*

Eine fernere Controle zur Bestimmung der Lage des Erzcentrums kann man, bei Messungen in Gruben, dadurch erhalten, daß man mittelst des Deviations-Instruments die *horizontal* liegende *neutrale* Fläche aufsucht, denn diese Fläche geht durch das genannte Centrum und befindet sich also in gleicher Höhe mit diesem Punkt (vergleiche S. 121 1, c).

Natürlicherweise werden die Messungen unten in einer Grube bedeutend schwieriger anzustellen und anzuwenden als über der Erdoberfläche. Die Gegend, wo man sie mit Vortheil anstellen kann, muß in unmittelbarer Nähe des Instruments erzarm seyn. Um die Tiefe des Erzcentrums und die Lage der Masse im Uebrigen kennen zu lernen, scheinen indeß solche unten in der Grube angestellten Messungen von großer Wichtigkeit werden zu können, nachdem man durch das von Prof. Daug gelieferte Modell ein besonders werthvolles Hülfsmittel erhalten hat, die Bedeutung der hiebei gefundenen Werthe des Deviationswinkels α zu erkennen.

Denkt man sich *südlich* von dem Erzstock eine Verticallinie in der Ebene des magnetischen Meridians liegend, so findet man unmittelbar aus dem genannten Modell, daß diese Linie sowohl die *Minimal-* als die *Maximalflächen* durchschneiden muß. Daraus folgt dann, daß bei Deviationsmessungen längs dieser Linie die Winkel α abnehmen

müssen, wenn die Tiefe unter der Erdoberfläche wächst, bis ein Minimumwinkel sich einstellt, in welchem Punkt die Verticallinie die entsprechende isodynamische Fläche berührt. Unter diesem Punkt müssen die Winkel unaufhörlich wachsen, bis der Winkel für die *neutrale* Fläche erhalten wird (S. 121, 1, c), in *welchem Fall der Beobachtungsort in gleicher Höhe mit dem Centrum des Erzker-
nes liegt*. Nachdem ferner die in Rede stehende Vertical-
linie Flächen unter viel größeren und größerm Winkelwer-
then getroffen, kommt sie endlich dazu, diejenige Fläche zu
tangiren, für welche längs der genannten Linie α ein *Ma-
ximum* ist, um später aufs Neue die Maximalflächen zu
durchschneiden, welche sie auf der anderen Seite der ho-
rizontalen Centralebene schon durchschnitten hat ¹⁾.

Um zu zeigen, daß dies mit der Wirklichkeit über-
einstimmt, will ich hier einige Messungen anführen, durch
welche ich die Richtigkeit der vorstehenden Aeußerung
über die Lage der isodynamischen Flächen nachweisen
und zugleich die Anwendbarkeit der angegebenen Methode
zur Bestimmung der Tiefe des Erzcentrums unter der Ho-
rizontalebene (Erdoberfläche) bestätigen kann, so weit diese
letztere sich mit Hülfe eines cylindrischen Magnetstabes
erweisen läßt.

Die Beobachtungen wurden angestellt mittelst eines
Deviations-Instruments, welches ich zum Behufe von Mes-
sungen auf dem Grubenfeld hatte anfertigen lassen; es
war in ganze Grade getheilt und die Zehntel wurden nach
Augenmaafs geschätzt. Bei allen Beobachtungsreihen stand
das Instrument unverrückt und *südlich* von einem verschieb-

- 1) Der Nutzen zu erfahren, ob auch *südlich* von einem Erzstock, obwohl
unter dessen Centrum, Maximalflächen vorkommen, ist in practischer
Hinsicht handgreiflich. Ohne Kenntniß hierüber würde man bei Mes-
sungen auf dem Boden eines Grubenschachtes von bedeutender Tiefe,
im Fall daselbst Maximalcurven vorkämen, zu der Annahme verleitet
werden können, daß sich auch *südlich* und *unterhalb* des Beobach-
tungsortes eine Erzmasse befände, obwohl der Maximalwinkel da-
selbst von dem *nördlich* und *oberhalb* des Beobachtungsortes verur-
sacht wird.

baren Magnetstab, welcher bei den beiden ersten Beobachtungsreihen in einer gegebenen Höhe über den Fußboden längs dem magnetischen Meridian verschoben wurde, bei den beiden letzten Versuchen, bei denen der Stab, der an einer Schnur hing, in einer der durch das Centrum der freien Nadel gehenden Ebene des magnetischen Meridians lothrecht erhöht oder gesenkt wurde.

Der Deviationswinkel des Instruments ging bis

$$36^{\circ}, 14,$$

wenn der Magnetstab aus dem Raum entfernt war. Dieser Winkel entspricht also dem Deviationswinkel der *neutralen* Flächen.

Berechnet man $\left(\frac{l}{c}\right)^2$ für die vier Reihen und wählt als c -Werth den kürzesten Abstand zwischen der Nadel und der Linie, längs welcher der Mittelpunkt des Stabes verschoben worden, so erhält man — wenn die halbe Länge l des Stabes gleich 0,2 Meter ist — respective

$$\left(\frac{200}{745}\right)^2 = 0,072; \quad \left(\frac{200}{965}\right)^2 = 0,043$$

$$\left(\frac{200}{700}\right)^2 = 0,082; \quad \left(\frac{200}{1000}\right)^2 = 0,040.$$

In der Tabelle I ist angegeben, daß der Minimumpunkt in dem Abstand 0,35 Meter südlich von der durch den Magnetstab gehenden Verticallinie liege. Die Gleichung (19) giebt in Folge deß die Tiefe des Magnetcentrums unter der Horizontalebene (z) des Instruments = 0,70 Meter; die directen Messungen ergaben dagegen = 0,745 Met. Die vier Reihen geben sonach folgende z -Werthe und Unterschiede zwischen den direct gemessenen und den aus den Deviationen berechneten z -Werthen.

Tabelle	Werthe von z		Differenz
	aus den Deviationen	aus den directen Messungen	
	Meter	Meter	Meter
1	0,700	0,745	—0,045
2	0,950	0,965	—0,015
3	0,350	0,375	—0,025
4	0,500	0,525	—0,025

Die Differenzen würden kleiner ausgefallen seyn, wenn man den Abstand vergrößert und die Deviationsbeobachtungen wiederholt hätte; aber das Angeführte zeigt schon, daß die Methode zum praktischen Behufe anwendbar ist ¹⁾. Natürlicherweise gilt dieß jedoch nur unter der Voraussetzung, daß was hier bei der Frage um einen cylindrischen Magnetstab gefunden worden, auch, wenigstens in gewissem Maasse, für Erzmassen gelte, ungeachtet deren Form eine ganz andere ist.

Die Tabellen 3 und 4 zeigen übrigens, daß die isodynamischen Flächen in der Ordnung auf einander folgen, wie es oben in Uebereinstimmung mit Prof. Daug's Modell angegeben worden ist.

Um einen Begriff von der *Größe der Erzmasse* zu erhalten, hat man mittelst der Formel (18) das magnetische Moment derselben zu berechnen, welches — obwohl es von einem Erzort zum andern wechselt und daneben von der Form der Masse abhängt — bei einer ersten Approximation als proportional der Masse angesehen werden kann. Setzt man in besagte Formel sowohl den aus den Devia-

1) Ich stelle mir vor, daß diese Art Messungen, verbunden mit Bohrversuchen, zu einem praktisch anwendbaren Resultat führen würden. Durch die Deviationsmessungen würde man nämlich die Tiefe des Centrums unter der Erdoberfläche erfahren, durch die Bohrversuche den *zuoberst* gelegenen Punkt des Erzlagers, falls diese Versuche längs der z -Axe stattfänden. Der Unterschied zwischen beiden Abständen würde also die *halbe* Ausdehnung des Erzkernes in verticaler Richtung angeben.

tionsbeobachtungen berechneten Werth von z als den Maximalwerth

$$\sin \varphi \cos^4 \varphi = \frac{16}{25 \sqrt{5}}$$

auch den für die Gegend geltenden Werth von H , sowie die beiden für α_0 und $\alpha_{\min}$ gefundenen Werthe, so erhält man

$$M = 1,165 H z^3 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_{\min}} - 1 \right).$$

Wäre ferner die Frage: die Größe der Erzmassen zweier *benachbarten* Eisenlager mit einander zu vergleichen, so wird man unabhängig vom Werthe des H und von den Erzorten, vielleicht gleiche Formen bei ihnen annehmen können und mit größerer Sicherheit zwischen der Größe der beiden Erzmassen die Formel

$$\frac{M}{M'} = \left(\frac{z}{z'} \right)^3 \frac{\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_{\min}} - 1}{\frac{\operatorname{tg} \alpha'_0}{\operatorname{tg} \alpha'_{\min}} - 1}.$$

Einen experimentellen Weg zur Controlirung der eben vorgeschlagenen Bestimmungsweise von M kann ich indess zur Zeit nicht geben. Es erfordert nämlich genauere Beobachtungen als ich gegenwärtig anzustellen vermag, weshalb ich diese Untersuchung auf eine andere Gelegenheit verschieben muß. Eine bereits angestellte, obwohl nur ungefähre, Bestimmung von M scheint indess für die vorgeschlagene Methode zu sprechen.

Anmerkung. Um jedem Mißverständniß vorzubeugen, mag hier bemerkt seyn, daß im vorstehenden Aufsatz die Hauptrichtung der Erzmasse als *vertical* angenommen ward. Wäre sie dagegen *horizontal*, würde eine besondere Unterstützung nöthig seyn, welche Formeln dann anzuwenden wären; — doch darüber künftig.

Tabelle 1. $z = 0,745$ Met.

x	α	Anm.
Met.	°	
-0,15	32,85	Min.
-0,20	32,12	
-0,25	31,72	
-0,30	31,45	
-0,35	31,35	
-0,40	31,37	
-0,45	31,50	
-0,50	31,65	
-0,55	32,02	
-0,60	32,32	

Tabelle 2. $z = 0,965$ Met..

x	α	Anm.
Met.	°	
-0,30	34,17	} Min.
-0,35	34,00	
-0,40	33,90	
-0,45	33,87	
-0,50	33,87	
-0,55	33,90	
-0,60	34,02	
-0,65	34,07	
-0,70	34,17	
-0,75	34,33	

Tabelle 3. $x = -0,70$ Meter.

z	α	Anm.	z	α	Anm.
Met.	°		Met.	°	
+0,60	31,85	} Min.	0,00	36,07	Neutr. Fläche
0,55	31,50		-0,05	37,52	} Max.
0,50	31,22		-0,10	38,97	
0,45	31,00		-0,15	40,20	
0,40	30,87		-0,20	41,20	
0,35	30,86		-0,25	42,02	
0,30	31,00		-0,30	42,55	
0,25	31,25		-0,35	42,95	
0,20	31,85		-0,40	42,85	
0,15	32,60		-0,45	42,60	
0,10	33,55		-0,50	42,27	
0,05	34,82		-0,55	41,85	

Tabelle 4. $x = -1,00$ Meter.

z	α	Anm.	z	α	Anm.
Met.	°		Met.	°	
+0,70	34,40	} Min.	-0,05	36,53	} Max.
0,65	34,30		-0,10	36,90	
0,60	34,20		-0,15	37,10	
0,55	34,17		-0,20	37,23	
0,50	34,17		-0,25	37,57	
0,45	34,20		-0,30	37,80	
0,40	34,26		-0,35	38,00	
0,35	34,37		-0,40	38,20	
0,30	34,45		-0,45	38,22	
0,25	34,62		-0,50	38,37	
0,20	34,85		-0,55	38,22	
0,15	35,21		-0,60	38,22	
0,10	35,55		-0,65	38,09	
0,05	35,90		-0,70	38,06	
0,00	36,15	Neutrale Fläche			