die Fortschritte der Chemie zu thun scheint, muss ich entschieden Protest erheben. Es lag nicht in meiner Absicht, einen Bericht über Erscheinungen, welche ihren Ursprung im Feuchtigkeitsgehalt der Körper und dann vielleicht, bei ungleicher Electrodengrösse, in einer mit verschiedener Stromrichtung verschiedenen Polarisirung haben, den Lesern dieses Journales vorzulegen.

**VII. *Zur Theorie der unipolaren Induction
und der Plücker'schen Versuche:*
von *Eduard Riecke.***

(Aus den Göttinger Nachrichten, 1876, Nr. 13, vom Hrn. Verfasser mitgetheilt.)

Die unipolare Induction und die damit zusammenhängenden Plücker'schen Versuche sind in der letzten Zeit mehrfach Gegenstand der Erörterung geworden; Neumann hat diesen Versuchen eine solche Deutung gegeben, dass die Hypothese von der Existenz nur einer einzigen Art electrischer Theilchen, wie sie von Edlund vertreten wird, mit denselben völlig unvereinbar erschien, während auf der anderen Seite Edlund in denselben Versuchen gerade eine Stütze für jene Anschauung zu finden glaubte.

Diese sich widersprechende Auffassung einer und derselben Gruppe von Erscheinungen liess vermuthen, dass die gegenwärtig angenommene Theorie derselben eine Lücke enthalte, und ich habe es daher nicht für überflüssig gehalten, eine Theorie der angeführten Erscheinungen zu entwickeln, von der ich wünsche, dass sie zur Aufklärung der Missverständnisse einiges beitragen möge. Als Fundament für diese Theorie benutze ich, ebenso wie Wilhelm Weber in der im Jahre 1839 veröffentlichten Arbeit über die unipolare Induction, der ersten und einzigen, in welcher eine genaue quantitative experimentelle Untersuchung dieser Erscheinung ausgeführt ist, das Grund-

gesetz der Magnetinduction, und es ist daher die im Folgenden gegebene Theorie in ihrem einen Theile vollständig identisch mit der Weber'schen Theorie; auf der anderen Seite ergibt sich aber, dass in dieser letzteren Theorie eine Art von Kräften nicht berücksichtigt worden ist, welche bei den Plücker'schen Versuchen die allein wirksame ist. Es wird sich zeigen, dass die im Folgenden entwickelte Theorie mit den beobachteten Erscheinungen qualitativ in völlkommener Uebereinstimmung sich befindet, wodurch die Meinung Edlund's widerlegt wird, dass die Plücker'schen Versuche zur Entscheidung der Alternative zu Gunsten seiner Hypothese von der Existenz nur einer einzigen Art electricischer Theilchen etwas beitragen können. Andererseits ist aber auch die Auffassung Neumann's einer genaueren Begründung bedürftig, über welche am Schlusse des vorliegenden Aufsatzes einige Andeutungen gegeben werden sollen.

I. Induction eines bewegten Magnetpols auf einen ruhenden linearen Leiter.

Ist μ die Masse des gegebenen magnetischen Punktes, sind a, b, c seine Coordinaten mit Bezug auf irgend ein rechtwinkliges Coordinatensystem, u, v, w seine Geschwindigkeitscomponenten, so ist die von demselben in dem betrachteten Momente seiner Bewegung an irgend einer Stelle x, y, z hervorgerufene electromotorische Kraft gegeben durch die Componenten:

$$\mathcal{E} = A\mu \frac{w(y-b) - v(z-c)}{r^3}$$

$$H = A\mu \frac{u(z-c) - w(x-a)}{r^3}$$

$$Z = A\mu \frac{v(x-a) - u(y-b)}{r^3}.$$

Diese unmittelbar aus dem Grundgesetz der Magnetinduction sich ergebenden Ausdrücke lassen sich auf zwei verschiedenen Wegen weiter transformiren; die eine Trans-

formation, welche zuerst angewandt werden soll, ist von Vortheil, wenn es sich um die Wirkung eines bewegten Magnetpols auf einen geschlossenen Leiterkreis handelt; während mit Hülfe der zweiten Transformation die bei der Rotation eines gleichförmig magnetisirten Eisencylinders um seine magnetische Axe auftretenden Kräfte in besonders einfacher Weise sich darstellen lassen.

Befindet sich zunächst an der Stelle xyz ein lineares Leiterelement ds , dessen Projectionen auf die drei Coordinatenaxen bezeichnet werden mögen durch dx , dy , dz , so ist die in diesem Element durch den bewegten magnetischen Punkt inducirte electromotorische Kraft gegeben durch:

$$\begin{aligned} & \Xi dx + H dy + Z dz \\ &= u A \mu \frac{(z-c) dy - (y-b) dz}{r^3} \\ &+ v A \mu \frac{(x-a) dz - (z-c) dx}{r^3} \\ &+ w A \mu \frac{(y-b) dx - (x-a) dy}{r^3}. \end{aligned}$$

Denken wir uns andererseits dasselbe Leiterelement ds von einem Strom von der Stärke 1 durchflossen, so lassen sich die Componenten der electromagnetischen Wirkung, welche von demselben ausgeübt wird auf den magnetischen Punkt μ , darstellen durch die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} A &= - A \mu \frac{(z-c) dy - (y-b) dz}{r^3} \\ B &= - A \mu \frac{(x-a) dz - (z-c) dx}{r^3} \\ \Gamma &= - A \mu \frac{(y-b) dx - (x-a) dy}{r^3}. \end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Werthe ergibt sich dann für die auf das Element ds ausgeübte electromotorische Kraft der Ausdruck:

$$\Xi dx + H dy + Z dz = - A u - B v - \Gamma w.$$

Setzen wir:

$$u = \frac{da}{dt}, \quad v = \frac{db}{dt}, \quad w = \frac{dc}{dt}$$

so ergibt sich für die während der Zeit dt ausgeübte electromotorische Kraft:

$$\begin{aligned} & (\Xi dx + H dy + Z dz) dt \\ &= -A da - B db - \Gamma dc. \end{aligned}$$

Gehört das Element ds einem geschlossenen Leiter-
ringe an, so wird die gesammte electromotorische Kraft,
welche in diesem ganzen Ringe während der kleinen Zeit
 dt durch die Bewegung des Magnetspols inducirt wird,
gegeben sein durch:

$$\begin{aligned} & \{ \Sigma (\Xi dx + H dy + Z dz) \} dt \\ &= -\Sigma A da - \Sigma B db - \Sigma \Gamma dc. \end{aligned}$$

Die auf der rechten Seite dieser Formel stehenden
Summen ΣA , ΣB und $\Sigma \Gamma$ sind aber nichts anderes, als
die Componenten der electromagnetischen Wirkung, welche
von dem von einem Strom von der Stärke 1 durchflossenen
Leiterringe ausgeübt werden auf den magnetischen Punkt
 μ . Diese Componenten lassen sich aber darstellen durch
die negativen Differentialquotienten eines von dem Leiter-
ring auf den magnetischen Punkt ausgeübten Potentials
 V , so dass wir erhalten:

$$\begin{aligned} & \{ \Sigma (\Xi dx + H dy + Z dz) \} dt \\ &= \frac{dV}{da} da + \frac{dV}{db} db + \frac{dV}{dc} dc \\ &= dV. \end{aligned}$$

Es ist also die von dem magnetischen Pol bei seiner
Bewegung inducirte electromotorische Kraft gleich dem
Zuwachs, welchen das Potential V bei dieser Bewegung
erleidet.

Es ergibt sich hieraus der Satz, von welchem Weber
bei der Begründung der Theorie der unipolaren Induction

ausgeht und welcher hier nur der Vollständigkeit wegen abgeleitet worden ist:

Wenn ein Magnetpol in einer geschlossenen Curve sich bewegt, so ist die während eines Umlaufs in einem ruhenden geschlossenen Draht ring inducirte electromotorische Kraft gleich Null, wenn die Bahn des magnetischen Punktes jenen Draht ring nicht umschlingt, dagegen gleich:

$$- 4 \pi \mu A,$$

wenn der magnetische Punkt die Fläche des Draht rings bei einem Umlauf einmal durchbricht; hierbei ist vorausgesetzt, dass diese Durchbrechung in der Richtung der positiven Flächennormale erfolgt.

Die zweite der angeführten Transformationen der für die Componenten der electromotorischen Kraft gegebenen Ausdrücke ergibt sich in folgender Weise: Setzen wir wieder die Componenten der Geschwindigkeit des magnetischen Punktes:

$$u = \frac{da}{dt}, \quad v = \frac{db}{dt}, \quad w = \frac{dc}{dt},$$

so ergibt sich für die während der Zeit dt ausgeübten Componenten der electromotorischen Kraft:

$$\Xi dt = A \mu \frac{(y-b) dc - (z-c) db}{r^3}$$

$$H dt = A \mu \frac{(z-c) da - (x-a) dc}{r^3}$$

$$Z dt = A \mu \frac{(x-a) db - (y-b) da}{r^3}.$$

Denken wir uns das von dem Pole μ in der Zeit dt durchlaufene Wegelement durchflossen von einem Strome von der Stärke 1, und bezeichnen wir die Componenten der Kraft, welche von diesem Stromelement ausgeübt würde auf ein an der Stelle xyz befindliches magnetisches Theilchen $+1$, durch A, B, C , so finden, wie man leicht sieht, die Beziehungen statt:

$$\Xi dt = -\mu A, \quad H dt = -\mu B, \quad Z dt = -\mu C.$$

In dem Fall der unipolaren Induction, sowie überhaupt in jedem Fall, in welchem der inducirende Magnet in einem der Axe nach magnetisirten Rotationskörper besteht, der um diese Axe in Rotation versetzt wird, wird nun immer eine ganze Reihe magnetischer Punkte sich so bestimmen lassen, dass sie bei ihrer Bewegung sich längs eines und desselben um die Axe beschriebenen Kreises verschieben. Wir werden überdies bei gleichförmiger Magnetisirung annehmen können, dass der in den einzelnen Polen concentrirte Magnetismus in allen Punkten ein und desselben Kreises derselbe sei, sowie dass diese Pole auf der Peripherie des Kreises gleichförmig vertheilt seien. Unter diesen Voraussetzungen können wir uns aber die Zeit dt stets so gewählt denken, dass das von einem Punkte während dieser Zeit durchlaufene Linienelement gleich dem Abstände zweier benachbarter dem Kreise angehörender Polpunkte ist. Es soll unter dieser Voraussetzung die electromotorische Kraft bestimmt werden, welche von allen auf dem betrachteten Kreis vertheilten magnetischen Polen zusammengenommen in der Zeit dt auf den Punkt xyz ausgeübt wird. Die Componenten dieser electromotorischen Kraft sind:

$$\begin{aligned}\Sigma E dt &= -\mu \Sigma A, & \Sigma H dt &= -\mu \Sigma B, \\ \Sigma Z dt &= -\mu \Sigma C.\end{aligned}$$

ΣA , ΣB , ΣC sind offenbar nichts anderes, als die Componenten derjenigen Kraft, welche von allen Elementen des betrachteten Kreises zusammengenommen auf einen an der Stelle xyz befindlichen magnetischen Punkt $+1$ ausgeübt wird, wenn wir uns den Kreis in der Richtung der Drehung durchflossen denken von einem Strome von der Stärke $+1$. Diese Componenten lassen sich aber darstellen durch die negativen Differentialquotienten des Potentials Ω , welches unter den angenommenen Verhältnissen von dem Kreise auf den Punkt xyz ausgeübt wird. Wir erhalten somit:

$$\Sigma \mathcal{E} dt = \mu \frac{d\Omega}{dx}, \quad \Sigma H dt = \mu \frac{d\Omega}{dy},$$

$$\Sigma Z dt = \mu \frac{d\Omega}{dz}.$$

Für die electromotorische Kraft, welche auf irgend einen linearen Leiter s während der Zeit dt ausgeübt wird, ergibt sich der Werth:

$$\mu \int \frac{d\Omega}{ds} \cdot ds = \mu \{ \Omega_1 - \Omega_0 \},$$

wenn Ω_1 den Werth des Potentials Ω im Endpunkte des Leiters, Ω_0 den Werth im Anfangspunkte desselben bezeichnet.

Es ergeben sich hieraus die folgenden Sätze:

1. Ein um seine Axe rotirender cylindrischer Magnet übt auf einen festliegenden linearen Leiter eine electromotorische Kraft aus, welche allein abhängt von der Lage der Endpunkte dieses Leiters.

2. Ein um seine Axe rotirender cylindrischer Magnet übt auf eine festliegende geschlossene Leiterbahn keine electromotorische Wirkung aus.

3. Wenn ein Kreis, auf dessen Peripherie die magnetische Masse m gleichförmig vertheilt ist, um eine durch seinen Mittelpunkt gegen seine Ebene senkrecht hindurchgehende Axe in Rotation versetzt wird, so ist die gesamte electromotorische Kraft, welche bei einer Umdrehung in einer geschlossenen, den Leiter einmal umschlingenden Leiterbahn inducirt wird, gleich:

$$- 4\pi m A.$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass auf dem linearen Leiter eine Grundrichtung in der Weise markirt sei, dass dieselbe bei der Durchdringung der Kreisfläche mit der positiven Normale der letzteren zusammenfällt.

II. Induction eines ruhenden Magnetspols auf einen rotirenden Leiter.

Bezeichnen wir durch a, b, c wie im Vorhergehenden die Coordinaten des magnetischen Punktes μ , durch x, y, z die Coordinaten des Punktes, für welchen die electromotorische Kraft bestimmt werden soll, durch u, v, w die Componenten der Geschwindigkeit dieses Punktes, so ergeben sich für die in irgend einem Momente inducirte electromotorische Kraft die Componenten:

$$\Xi = A\mu \frac{(z-c)v - (y-b)w}{r^3}$$

$$H = A\mu \frac{(x-a)w - (z-c)u}{r^3}$$

$$Z = A\mu \frac{(y-b)u - (x-a)v}{r^3}.$$

Sind ferner α, β, γ die Richtungscosinusse der Rotationsaxe, ist ω die Winkelgeschwindigkeit, so haben wir für u, v, w die Werthe zu setzen:

$$u = \omega(\gamma y - \beta z), \quad v = \omega(\alpha z - \gamma x),$$

$$w = \omega(\beta x - \alpha y).$$

Substituiren wir diese Werthe, so ergeben sich für die Componenten Ξ, H, Z die Ausdrücke:

$$\Xi = \frac{A\mu\omega}{r^3} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha[x(x-a) + y(y-b) + z(z-c)] \\ -x[\alpha(x-a) + \beta(y-b) + \gamma(z-c)] \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\}$$

Hiernach ergibt sich:

1. Für die Componente der electromotorischen Kraft parallel der Rotationsaxe:

$$A = \frac{A\mu\omega}{r^3}$$

$$\cdot \left\{ \begin{array}{l} [x(x-a) + y(y-b) + z(z-c)] \\ -(\alpha x + \beta y + \gamma z)[\alpha(x-a) + \beta(y-b) + \gamma(z-c)] \end{array} \right\}.$$

2. Die Componente nach der Richtung der Bewegung des Leiterpunktes xyz ist gleich Null.

3. Die Componente in der Richtung des nach dem Punkte xyz hinführenden, zur Rotationsaxe senkrechten Radius Vectors ρ ist:

$$\Gamma = -\frac{A\mu\omega\rho}{r^3} \{ \alpha(x-a) + \beta(y-b) + \gamma(z-c) \}.$$

Es ergeben sich hieraus die Sätze:

1. Die electromotorische Kraft verschwindet, wenn der Punkt xyz auf der Rotationsaxe liegt.

2. Die der Rotationsaxe parallele Componente der electromotorischen Kraft verschwindet, wenn der Leiterpunkt xyz mit dem magnetischen Pol auf einer Parallelen zur Rotationsaxe liegt.

3. Die Componente in der Richtung des Radius Vectors verschwindet, wenn der Punkt xyz mit dem magnetischen Pol in einer und derselben zur Rotationsaxe senkrechten Ebene liegt.

4. Zwei auf einer durch den Punkt xyz hindurchgehenden geraden Linie symmetrisch gegen denselben gelegene, gleich starke Pole üben gleiche, aber entgegengesetzte electromotorische Kräfte auf den Punkt xyz aus.

Es mögen die vorhergehenden Formeln schliesslich angewandt werden auf den speciellen Fall, dass der inducierende Pol auf der Rotationsaxe gelegen ist. Wir wollen gleichzeitig das Coordinatensystem so legen, dass die x Axe desselben mit der Rotationsaxe zusammenfällt. Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich für die Componenten der auf den Punkt xyz ausgeübten electromotorischen Kraft die Werthe:

$$\Xi = \frac{A\mu\omega(y^2+z^2)}{r^3} = A\mu\omega \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x-a}{r} \right)$$

$$H = - \frac{A\mu\omega y(x-a)}{r^3} = A\mu\omega \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x-a}{r} \right)$$

$$Z = - \frac{A\mu\omega z(x-a)}{r^3} = A\mu\omega \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{x-a}{r} \right).$$

Ziehen wir durch den Punkt xyz ein Linien-Element ds , dessen Projectionen auf die drei Coordinatenachsen dx , dy , dz sein mögen, so ergibt sich für die auf dieses Element ausgeübte electromotorische Kraft der Werth:

$$\Xi dx + H dy + Z dz = A\mu\omega d \left(\frac{x-a}{r} \right).$$

Die auf irgend eine Linie von endlicher Länge ausgeübte electromotorische Kraft wird somit gleich:

$$A\mu\omega \left\{ \frac{x_1-a}{r_1} - \frac{x_0-a}{r_0} \right\},$$

wenn x_1 und x_0 die Coordinaten des End- und Anfangspunktes der Linie sind, r_1 und r_0 die Entfernungen dieser Punkte von dem magnetischen Punkt μ .

Es ergeben sich hieraus die Sätze:

1. Wenn eine Linie um eine durch den magnetischen Pol μ hindurchgehende Axe rotirt, so ist die auf dieselbe ausgeübte electromotorische Kraft allein abhängig von der Lage ihrer Endpunkte.

2. Die auf einen geschlossenen, um die Axe rotirenden Leiterring ausgeübte electromotorische Kraft ist gleich Null.

3. Wenn ein geschlossener Leiter aus zwei Stücken A und B besteht, so ist die auf den vorwärts rotirenden Theil A ausgeübte electromotorische Kraft ebenso gross wie die auf den Theil B ausgeübte, wenn dieser mit gleicher Geschwindigkeit rückwärts rotirt.

III. Die Plücker'schen Versuche.

Die Theorie dieser Versuche ergibt sich mit grösster Leichtigkeit aus den vorhergehenden Sätzen, wenn man

noch den Grundsatz zu Hülfe nimmt, dass die durch die Bewegung inducirte electromotorische Kraft sich jederzeit zusammensetzt aus zwei Theilen, der von dem bewegten Magnet in dem ruhend gedachten Leiter inducirten Kraft, und der durch den ruhend gedachten Magnet in dem bewegten Leiter inducirten Kraft.

Aus diesem Grundsatz ergibt sich zunächst die Bemerkung, dass die Drehung des Magnets bei den Plücker'schen Versuchen ohne Einfluss ist, dass die ganze Wirkung hervorgebracht wird durch die Drehung des Kupfercylinders. Die Grösse der in diesem letzteren inducirten electromotorischen Kraft ergibt sich in folgender Weise. Den Magnet ersetzen wir durch seine beiden Pole, deren Magnetismus durch $+\mu$ und $-\mu$ bezeichnet werden möge; dieselben liegen auf der x Axe des Coordinatensystems in dem Abstand a auf beiden Seiten des Anfangspunktes; die x Coordinaten der Ableitungsstellen A und B des Kupfercylinders seien x_1 und x_0 ; der Halbmesser des Kupfercylinders sei ρ , die Entfernungen des Punktes A von den Polen des Magnets seien r_1 und s_1 , die Abstände des Punktes B seien r_0 und s_0 ; die electromotorische Kraft, welche längs einer jeden auf dem Mantel des Cylinders die Punkte A und B verbindenden Linie inducirt wird, ist gegeben durch:

$$A\mu\omega\left\{\frac{x_1-a}{r_1}-\frac{x_1+a}{s_1}-\frac{x_0-a}{r_0}+\frac{x_0+a}{s_0}\right\}.$$

Da die Widerstände aller jener Linien gegen den Widerstand der übrigen Leitung zu vernachlässigen sind, so ist dies gleichzeitig der Ausdruck der ganzen in dem Cylinder inducirten Kraft.

Für x_0 gleich Null, d. h. wenn der eine Ableitungspunkt in der Mitte zwischen den beiden Polen des Magnets liegt, wird die electromotorische Kraft:

$$A\mu\omega\left\{\frac{2a}{r_0}-\frac{x_1+a}{s_1}+\frac{x_1-a}{r_1}\right\}$$

und nähert sich bei wachsendem x_1 dem Grenzwert:

$$A\mu\omega\frac{2a}{r_0}.$$

Ist

$$x_1 = a + l, \quad x_0 = a - l,$$

d. h. liegt der Nordpol μ in der Mitte zwischen den beiden Ableitungsstellen, so ergibt sich für die electromotorische Kraft:

$$A\mu\omega\left\{\frac{2l}{r} - \frac{2a+l}{s_1} + \frac{2a-l}{s_0}\right\};$$

dieselbe erreicht ein Maximum, wenn:

$$\frac{2}{r^3} = \frac{1}{s_1^3} + \frac{1}{s_0^3}.$$

Einer ganz analogen Untersuchung lassen sich diejenigen Versuche unterwerfen, bei welchen die electromotorische Kraft inducirt wird in einer Kreisscheibe, welche um die durch ihren Mittelpunkt senkrecht hindurchgehende Axe des Magnets in Rotation versetzt wird.

Wenn wir die Bezeichnungen des Vorhergehenden beibehalten, so ergibt sich für die inducirte electromotorische Kraft der Ausdruck:

$$A\mu\omega\left\{\frac{x-a}{r_1} - \frac{x+a}{s_1} - \frac{x-a}{r_0} + \frac{x+a}{s_0}\right\},$$

wobei nur zu bemerken ist, dass in dem vorliegenden Fall den beiden Ableitungsstellen A und B dasselbe x , dagegen verschiedenes ρ , nämlich ρ_1 und ρ_0 zukommt.

Die electromotorische Kraft hängt, wie man sieht, wesentlich ab von dem Ausdruck:

$$E = \frac{x-a}{r} - \frac{x+a}{s};$$

welcher seinerseits lediglich eine Function von ρ sein wird, so lange die Scheibe dieselbe Entfernung vom Mittelpunkte des Magnets behält.

Wenn $x > a$ ist, so hat E für $\rho = 0$ und $\rho = \infty$ den Werth Null und erreicht für einen zwischen diesen Grenzen liegenden Werth von ρ ein Maximum. Die irgend

zwei Ableitungspunkten A und B entsprechende electromotorische Kraft ist gleich:

$$E_1 - E_0$$

wenn E_1 den Werth des Ausdruckes E in dem Punkte A bezeichnet, E_0 den Werth desselben in dem Punkte B .

Wenn $x < a$, so ist für $\varrho = 0$:

$$E = -2,$$

für $\varrho = \infty$:

$$E = 0.$$

Wird die Scheibe in ihrem Mittelpunkte abgeleitet, so ist die inducirte electromotorische Kraft:

$$A\mu\omega \left\{ 2 - \frac{a-x}{r_1} + \frac{a+x}{s_1} \right\},$$

ein Ausdruck, der bei gleichbleibendem Radius der Scheibe ein Maximum erreicht, wenn dieselbe sich in der Mitte zwischen den beiden Polen befindet.

IV. Die unipolare Induction Wilhelm Weber's.

Die unipolare Induction unterscheidet sich von den im Vorhergehenden betrachteten Fällen dadurch, dass der rotirende Magnet selber den beweglichen Theil der geschlossenen Leiterbahn bildet. Als electromotorische Linien treten alle möglichen Linien auf, welche im Inneren des Magnets die beiden Ableitungsstellen A und B verbinden; die längs einer jeden solchen Linie entwickelte electromotorische Kraft setzt sich wieder in jedem Augenblicke zusammen aus zwei Bestandtheilen, deren einer repräsentirt wird durch die von dem ruhend gedachten Magnetismus in den bewegten Leiterelementen inducirte Kraft, der andere durch die Kraft, welche die rotirenden magnetischen Theilchen in den ruhend gedachten Leiterelementen induciren.

Was den ersten Theil der electromotorischen Kraft anbelangt, so werden wir zur Berechnung desselben von den im Vorhergehenden abgeleiteten Formeln Gebrauch

machen können, wenn wir annehmen, dass auch für die electromotorische Wirkung, welche der Magnet auf ein in seinem eigenen Inneren befindliches Leiterelement ausübt, die Ersetzung der unbekannten Vertheilung des Magnetismus im Innern durch zwei mit dieser äquivalente Pole gestattet ist. Zur weiteren Begründung dieser Annahme könnte der Satz benutzt werden, dass die electromotorischen Kräfte, welche von zwei gleichartigen, aber entgegengesetzt zu dem betrachteten Leiterelement liegenden magnetischen Theilchen herrühren, sich zerstören; allein es leuchtet ein, dass eine solche Begründung keinen Anspruch auf strenge Gültigkeit machen kann, da jener Satz sich nicht auf moleculare Entfernungen, wie sie hier in Betracht kommen, bezieht.

Für den zweiten Theil der electromotorischen Kraft ergeben sich ganz dieselben Gesetze, welche schon von Weber aufgestellt worden sind, denn dieser zweite Theil ist nichts anderes, als jene unipolare Wirkung, welche Weber zum Fundament seiner Betrachtung gemacht hat. Allerdings ist mit Bezug auf diese Gesetze zu bemerken, dass sie hergeleitet sind auf Grund der Vorstellung von der Existenz zweier magnetischer Flüssigkeiten, und zwar unter Verhältnissen, bei welchen es von vornherein sehr zweifelhaft erscheint, ob die Ersetzung der wirklich stattfindenden Vorgänge durch jene idealen Fluida irgend welche Berechtigung besitzt. Wenn die Messungen Weber's es wahrscheinlich machen, dass jene Ersetzung auch für die unipolare Induction gestattet ist, so wird doch dadurch der Nachweis nicht überflüssig gemacht, dass dieselben Gesetze, welche von Weber auf Grund der idealen Vorstellung der magnetischen Flüssigkeiten abgeleitet worden sind, sich auch dann ergeben, wenn wir an Stelle der magnetischen Moleculè Ampère'sche Molecularströme setzen, von deren realer Existenz wir gegenwärtig mit einer ungleich grösseren Berechtigung sprechen dürfen, als von der der magnetischen Flüssigkeiten; es würde dann an Stelle der unipolaren Induction die Durchbrechung der Leiter-

bahn durch die Bahn des Ampère'schen Molecularstromes treten. Die Lösung dieser Aufgabe soll indess für eine andere Mittheilung vorbehalten werden, welche sich gleichzeitig auch mit dem von Neumann besprochenen Fall unipolarer Induction beschäftigen wird. Indess möge mit Bezug auf diesen Fall schon jetzt Folgendes bemerkt werden. Wenn ein kreisförmiger Leitungsdraht um seine Axe in Rotation versetzt wird, während er von einem galvanischen Strom durchflossen ist, so ist klar, dass die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die beiden electricen Flüssigkeiten in der kreisförmigen Bahn bewegen, auch in dem Fall ungleiche sein werden, wenn sie von Hause aus gleich gross gewesen sind. Die Kräfte, welche in dem von Neumann angezogenen Falle auftreten, fallen also unter eine allgemeinere Klasse von Kräften, nämlich unter diejenigen Kräfte, welche ausgeübt werden von einem geschlossenen Leitungsdrahte, in welchem die beiden Electricitäten sich mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen. Für diesen Fall wurde (Götting. Nachr. 1873 p. 536) nachgewiesen, dass der geschlossene Leiter auf einen electricen Massenpunkt ein Potential ausübt, welches gegeben ist durch:

$$A^2 \cdot c \cdot i \int_s \frac{ds}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial s} \cdot \frac{\partial r}{\partial s}.$$

Hier bezeichnet c den halben Unterschied der Geschwindigkeiten der beiden Electricitäten, ds ein Element des von dem Strome i durchflossenen Leiters, r die Entfernung dieses Elementes von dem Punkte, für welchen das Potential berechnet werden soll.

Wenn nun auf experimentellem Wege sich ergeben sollte, dass ein ruhender, von einem constanten Strome durchflossener kreisförmiger Leiter auf einen ihm genäher-ten Leiter keine vertheilende Wirkung ausübt, dass aber eine solche Wirkung vorhanden ist, sobald jener Leiter um seine geometrische Axe in Rotation versetzt wird, so würde durch dieses Resultat die zwischen den verschiede-

nen Anschauungen bestehende Alternative zu Gunsten der Weber'schen Vorstellung entschieden sein, und zwar nicht allein gegenüber der Vorstellung von Edlund, sondern auch gegenüber der von Neumann vertretenen unitarischen Anschauung, der zufolge das eine Fluidum als im Inneren des Leiters ruhend betrachtet wird.

Die Entscheidung dieses Punktes möge für eine künftige Mittheilung vorbehalten werden, und es soll zum Beschlusse der gegenwärtigen Betrachtungen nur noch auf den Unterschied aufmerksam gemacht werden, welcher zwischen der im Vorhergehenden vorgetragenen Auffassung der unipolaren Induction und derjenigen besteht, welche z. B. in Beer's Lehrbuch sich findet und welche auch sonst verbreitet sein dürfte. Wenn wir die ganze leitende Bahn zerlegen in zwei Theile *A* und *B*, von welchen der erste mit dem Magnet gleichzeitig rotirt, der zweite *B* ohne Unterbrechung der leitenden Verbindung sich in Ruhe befindet, so findet nach Beer die Induction statt in dem Theile *B*; nach dem Vorhergehenden aber findet eine Induction statt sowohl in *B* als in *A*, so zwar, dass die auf *B* ausgeübten electromotorischen Kräfte im Falle der Plücker'schen Versuche zerstört werden durch einen Theil derjenigen Kräfte, welche in *A* inducirt werden, und dass demnach die allein übrigbleibenden wirkamen Kräfte ihren Sitz gerade in dem Leitertheil *A* haben.

Der Gegensatz tritt noch schärfer hervor, wenn wir den Fall der unipolaren Induction in's Auge fassen und dabei nicht einen geschlossenen leitenden Kreis herstellen dadurch, dass wir zwei Punkte des Magnets durch einen Schliessungsdraht verbinden, sondern wenn wir den Magnet für sich rotiren lassen; nach Beer würde dann gar keine Wirkung eintreten; nach der vorhergehenden Theorie würde in jedem Punkt im Inneren des Magnets eine electromotorische Kraft inducirt; diese Kraft wäre gleich der Differenz derjenigen electromotorischen Kräfte, die inducirt werden von dem bewegten Magnetismus in dem ruhenden

Leiterelement und von dem ruhenden Magnetismus in dem bewegten Leiterelement, und es würde somit auf der Oberfläche des Magnets eine statische Vertheilung der Electricität eintreten, entsprechend jenen inneren electromotorischen Kräften. Dabei ergibt sich aus den Versuchen Weber's, dass im allgemeinen die Wirkung der Kräfte erster Art bedeutend überwiegen muss über die der zweiten Art. Es ist von Interesse zu bemerken, dass die Oberfläche der Erde unter der Wirkung dieser Kräfte eine negative Ladung annehmen muss, welche sie nach den Messungen von Hankel in der That besitzt.

VIII. *Die Wärmeleitung im einundeingliedrigen Kupfervitriol; von Carl Pape.*

Durch die Beobachtungen Sénarmont's ist die Verbreitungsart der Wärme in festen Körpern in den verschiedensten Fällen bekannt geworden und die Gesetzmässigkeit der Erscheinung im wesentlichen festgestellt.¹⁾ Danach liegen die Punkte, bis zu welchen von einer im Innern des untersuchten Körpers angenommenen Wärmequelle sich eine gleiche Temperatur fortgepflanzt hat, im allgemeinen auf der Oberfläche eines dreiaxigen Ellipsoides, das sich in den speciellen Fällen eines homogenen unkrystallinischen Körpers und regulärer Krystalle zu einer Kugel, bei viergliedrigen und sechsgliedrigen Krystallen aber zu einem Rotationsellipsoide mit der krystallographischen Hauptaxe als Rotationsaxe vereinfacht. Bei den zweiundzweigliedrigen Krystallen fallen die Axen des

1) Pogg. Ann. Jubelb. p. 344.