symmetrisch lagen. Sollte diese Art, den Versuch anzu-
stellen, nicht die einwurffreie seyn, so würde es mich
freuen, wenn die, welche vorgeben, die centrale Franse
sey *immer weiß*, mich belehrten, und mir zeigten, wie
man verfahren müsse, um diesen so wichtigen Gegenstand
zu erledigen.

VIII. *Ueber die undulatorische Durchgangszeit
des Lichts durch ein Prisma;*

von W. R. Hamilton.

(*Phil. Mag. Ser. III Vol. II p. 284*)

Seit der Bekanntmachung meines kleinen Aufsatzes über
die Aberration bei prismatischer Interferenz (S. 316) habe
ich Professor Airy's Bemerkungen über Hrn. Potter's
Versuch gelesen, in welchen angenommen wird, daß die
beobachteten centralen Punkte, die nach der Basis des
Prisma neigen, nicht die Punkte der gleichzeitigen An-
kunft zweier homogenen Lichtbündel seyen. Aus der
wohlbekannten Erfahrung und Geschicklichkeit des
Prof. Airy als Beobachter halte ich es für wahrscheinlich,
daß er die richtige physikalische Erklärung von Hrn.
Potter's lehrreichem Versuch gegeben habe, wiewohl ich
wünschte, daß dieser Versuch mit sorgfältigen mikrome-
trischen Messungen wiederholt würde.

Doch halte ich auch die mathematische Berichtigung,
welche ich in meinem Aufsatz aufstellte, für richtig. In
jenem Aufsatz hielt ich mich an Hrn. Potter's eigene
Beschreibung seines Versuchs, nach welcher er in der
auf der Kante senkrechten Ebene, in dem Orte der
Punkte gleichzeitiger Ankunft der beiden nahe homogenen
Lichtbündel, ein Streben *nach der* Basis des Prisma hin,
von einer gewissen intermediären Linie *ab*, gefunden hat.

Ich bemühte mich zu zeigen, dafs nach der Undulations-theorie dieser Ort auf eine beträchtliche Strecke in dieser Richtung, und nicht in der entgegengesetzten herüberneigen *müsse*; ein mathematisches Resultat, welches dem von Hrn. Potter widersprach. Es wird, hoffe ich, unnöthig seyn, dem Herrn, von dessen mathematischer Untersuchung ich mich gezwungen fühlte abzuweichen, hier abermals meine aufrichtige Hochachtung zu bezeugen. Doch da ich in meinem Aufsatz nur zu seiner Formel für den Unterschied der Ankunftszeit zweier homogenen Lichtbündel die Berichtigung gab, wie sie aus der prismatischen Aberration wegen der Gestalt hervorgeht, und ich dabei den Einfluß dieser Berichtigung auf den Lauf des gesuchten Ortes zeigte, ohne nachzuweisen, wie ich diese Berichtigung auffand, so wird es nützlich seyn, hier einen Abrifs von den Methoden zu geben, welche ich anwende, um diese und ähnliche Aufgaben zu lösen. Wegen des Details muß ich auf den letzten und die künftigen Bände der *Transactions of the Royal Irish Academy* verweisen.

Angenommen das Licht gehe in einem geknickten Wege $ABCD$ von dem Punkte A zu dem Punkte D durch ein ordentlich oder außerordentlich brechendes Prisma, erleide eine erste Refraction am Eintrittspunkt B , und eine zweite am Austrittspunkt C . Das Prisma befinde sich im Vacuo und sein brechender Winkel sey klein oder groß. Die Lage des Endpunktes D sey ausgedrückt durch die drei rechtwinklichen Coordinaten x, y, z , deren Anfangspunkt auf die Kante des Prisma verlegt werde. Die Lage des Ausgangspunktes A sey gegeben durch drei andere rechtwinkliche Coordinaten x', y', z' , welche gleichen Anfang, aber nicht nothwendig gleiche Axen mit ersteren haben. Es seyen α, β, γ die Cosinus der Winkel, welche der ausfahrende Strahl CD mit den rechtwinklichen Axen von x, y, z macht, und α', β', γ' die Cosinus der Winkel, welche der ein-

fallende Strahl AB mit den rechtwinklichen Axen von x', y', z' bildet. Endlich sey V die undulatorische Fortpflanzungszeit vom Ausgangspunkt A zum Endpunkt D , gemessen durch den gleichwerthigen Weg im Vacuo, und zwar sey sie betrachtet als eine Function der Coordinaten des Ausgangs- und des Endpunkts, welche vermöge der Lage, die wir den Anfangspunkt der Coordinaten gegeben haben, homogen und von erstem Grade ist. Aus meinen allgemeinen Methoden haben wir dann die folgenden Gleichungen:

$$V = \alpha x + \beta y + \gamma z - \alpha' x' - \beta' y' - \gamma' z' \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$0 = x \delta \alpha + y \delta \beta + z \delta \gamma - x' \delta \alpha' - y' \delta \beta' - z' \delta \gamma' \quad . \quad (2)$$

d. h. V wird bestimmt als eine Function der äußersten Coordinaten $xyzx'y'z'$, welche ich in meiner Theorie der Strahlensysteme die *charakteristische Function* genannt habe, durch die Bedingung, daß es in Bezug auf die Größen $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ der Gleichung (1) ein Minimum oder Maximum werden soll, wobei zu beachten die beiden allgemeinen Beziehungen:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \quad \alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1 \quad . \quad . \quad (3)$$

und die beiden anderen Beziehungen, durch die in jedem besonderen Fall vermöge des prismatischen Zusammenhangs zwischen der Eintritts- und Austrittsrichtung die Cosinus $\alpha \beta \gamma \alpha' \beta' \gamma'$ mit einander verknüpft sind. Wenn die Form der *charakteristischen Function* V bekannt ist, können aus ihr die sechs äußersten Cosinus der Richtung durch Differentiation auf folgende Weise gefunden werden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\delta V}{\delta x}, \quad \beta = \frac{\delta V}{\delta y}, \quad \gamma = \frac{\delta V}{\delta z} \\ \alpha' &= -\frac{\delta V}{\delta x'}, \quad \beta' = -\frac{\delta V}{\delta y'}, \quad \gamma' = -\frac{\delta V}{\delta z'} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Wenn das Prisma ein gewöhnlich brechendes, ein Glas-Prisma ist, oder falls es ein doppeltbrechendes wäre, seine Kante eine Elasticitätsaxe ist, und wenn man die Kante als Axe der z und z' nimmt und nur die Strah-

len in der auf der Kante senkrechten Ebene betrachtet, so kann man machen:

$$\left. \begin{array}{llll} z=0 & z'=0 & \gamma=0 & \gamma'=0 \\ \alpha=\cos \vartheta & \beta=\sin \vartheta & \alpha'=\cos \vartheta' & \beta'=\sin \vartheta' \end{array} \right\} \quad (5)$$

wo ϑ die Neigung des ausfahrenden Strahls gegen die Axe der x , und ϑ' die Neigung des einfallenden Strahls gegen die Axe der x' ist. Die Undulationszeit V , welche irgend gegebenen Coordinaten x, γ, x', γ' entspricht, ist dann das Maximum oder Minimum in Bezug auf ϑ des Ausdrucks:

$$V = x \cos \vartheta + \gamma \sin \vartheta - x' \cos \vartheta' - \gamma' \sin \vartheta' \dots (6)$$

worin ϑ' als Function von ϑ zu betrachten ist, die von dem prismatischen Connex zwischen der ersten und letzten Richtung des Strahles abhängt.

Für ein einfach brechendes, im Vacuo befindliches Prisma, dessen brechender Winkel $=\omega$ und dessen Brechungsverhältniſs $=\mu$ ist, hat man:

$$\sin i = \mu \sin \frac{1}{2} \omega,$$

worin i der Winkel der äußeren, dem Minimo der Ablenkung entsprechenden Incidenz ist. Die Beziehung zwischen ϑ und ϑ' ist:

$$\left. \begin{array}{l} \mu^2 \sin^2 \omega = \sin^2 (i + \vartheta) + \sin^2 (i - \vartheta') \\ + 2 \cos \omega \cdot \sin (i + \vartheta) \sin (i - \vartheta') \end{array} \right\} \dots (8)$$

wenn die positive Halbaxe der x ein ausfahrender Strahl im Minimo der Ablenkung und die positive Halbaxe der x' der verlängerte entsprechende einfallende Strahl ist, während die positiven Halbaxen der γ und γ' an derselben Seite der Axen der x und x' liegen als das Prisma. Die Relation (8) kann unter die approximative Form

$$\vartheta' = \vartheta - \frac{1}{2} m \cdot \vartheta^2 \dots (9)$$

gebracht werden, wenn die Winkel ϑ, ϑ' klein sind, d. h. wenn wir die Strahlen als nahe im Minimo der Ablenkung befindlich annehmen, und m dieselbe positive Zahl als in meinem letzten Aufsatz bedeutet, nämlich:

$$m = \frac{8 \sin (i + \frac{1}{2} \omega) \sin (i - \frac{1}{2} \omega)}{\sin 2i \cdot \cos^2 \frac{1}{2} \omega} \dots (10)$$

Betrachten wir außerdem die Ordinaten y, y' als klein, d. h. nehmen wir an, das Licht gehe nahe an der Kante durch das Prisma, und vernachlässigen die Glieder der vierten Potenz in Bezug auf die kleinen Größen y, y', ϑ , so haben wir die Undulationszeit oder die charakteristische Function $V =$ dem Maximo oder Minimo in Bezug auf ϑ des Ausdrucks:

$$V = x - x' + (y - y')\vartheta - \frac{1}{2}(x - x' - \frac{1}{2}my')\vartheta^2 - \frac{1}{4}mx'\vartheta^3 \dots (11)$$

In dieser Weise finden wir mit demselben Grade von Annäherung:

$$V = x - x' + \frac{1}{2} \frac{(y - y')^2}{x - x'} + \frac{1}{2}m \cdot \frac{(xy' - x'y)(y - y')^2}{(x - x')^3} \dots (12)$$

ein Resultat, welches so ausgedrückt werden kann:

$$V = \frac{m}{2}y' + V[(x - x' - \frac{1}{2}my')^2 + (y - y')^2] - \frac{mx'}{4} \left(\frac{y - y'}{x - x'} \right)^3 \dots (13)$$

Vernachlässigen wir das letzte Glied dieses Ausdrucks, so giebt er, mittelst (4) und (5), die folgende Formel für die Tangente der Neigung des ausfahrenden Strahls:

$$\tan \vartheta = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{y - y'}{x - x' - \frac{1}{2}my'}, \dots (14)$$

und würde daher sagen, daß alle Strahlen, welche vor der Incidenz von einem leuchtenden Punkt oder primären Bilde $x'y'$ divergiren, nach der Emergenz von einem prismatischen Focus oder secundären Bilde, dessen Coordinaten

$$x = x' + \frac{1}{2}my' \quad y = y' \dots (15)$$

sind, divergiren. Man kann daher das letzte Glied

$$- \frac{mx'}{4} \left(\frac{y - y'}{x - x'} \right)^3$$

des Ausdrucks (13) für die Undulationszeit V als ein Aberrationsglied betrachten, erzeugt und bestimmt durch die Aberration (der Gestalt, nicht der Farbe) des Prismas. Indem Hr. Potter die Aberration der Gestalt vernachlässigte, nahm er dieß Glied nicht in dem Ausdruck für die Undulationszeit gewahr, und ward dadurch

in Bezug auf den Ort der Punkte gleichzeitiger Ankunft zweier beinahe homogener Strahlen zu den Resultaten geführt, welche ich in meinem letzten Aufsatz zu berichtigen suchte. Beim Vergleiche meiner gegenwärtigen Bezeichnung mit meiner früheren hat man $x' = -l$ und $y' = \pm a$ zu machen; auch ist zu bemerken, daß der gegenwärtige Anfangspunkt auf die Kante des Prisma's verlegt ist.

Es schien mir nützlich, diesen gegenwärtigen Umriss als eine Probe der in meinem früheren Aufsatz aufgestellten Resultate zu geben, weil die Methoden, welche ich zur Lösung optischer Probleme eingeführt habe, sehr von den herkömmlichen abweichen, und weil es vielleicht schwierig seyn würde, den Einfluß der prismatischen Aberration der Gestalt auf die undulatorische Fortpflanzungszeit von homogenem Licht durch die üblichen Methoden zu erforschen.

IX. *Erwiederung auf Hrn. Potter's Antwort;
von W. R. Hamilton.*

(*Phil. Magaz. Ser. III Vol. II p. 371.*)

Aus Hrn. Potter's Antwort (S. 319) lerne ich nachträglich einige Thatsachen in Betreff seines Versuchs über prismatische Interferenz kennen, welche er nicht in seinem ersten Bericht von jenem Versuche angegeben zu haben scheint. In seinem ersten Versuch schien Herr Potter als Haupteinwand gegen die Undulationstheorie die *beobachtete Richtung* einer gewissen Ablenkung zu betrachten, welcher er seine *berechnete Abnahme* der Ordinate einer gewissen hyperbolischen Curve entgegenstellte. Ich zeigte, daß *diese* beobachtete Thatsache, die Ablenkung in der beobachteten Richtung (nach der Ba-