**16. Die Skalenwertbestimmung am Unifilar-
magnetometer;
von Paul Schulze.**

An einer früheren Stelle¹⁾ ist gezeigt worden, daß die Ablenkungen und Schwingungen an einem Unifilarmagnetometer, wie es zur Messung der Variationen der Horizontalintensität benutzt wird, unsymmetrisch sind, sei es daß dieselben künstlich hervorgebracht, sei es daß sie durch Variationen der Horizontalintensität veranlaßt werden. Die Skalenwertsbestimmungen, wie sie unter der Annahme symmetrischer Ablenkungen und Schwingungen vorgenommen werden, sind daher nicht zulässig. Im folgenden soll eine Methode für asymmetrische Schwingungen angegeben werden. Die Bezeichnungen sind hier dieselben wie früher. Die Ausgangsgleichung bilde wieder die frühere:

$$\beta^2 \cdot \frac{H \sin \gamma}{2} - \beta \left\{ H \cos \gamma - \delta H \cos \gamma + \frac{H}{\omega - \gamma} \cdot \sin \gamma \right\} + \delta H \cdot \sin \gamma = 0.$$

Hierin ist β die durch Änderung der Horizontalintensität H um den Betrag δH hervorgebrachte Ablenkung, ω der Torsionswinkel, γ der augenblickliche Ablenkungswinkel. Unter Vernachlässigung des Gliedes $\delta H \cos \gamma$ in dem Koeffizienten von β ergibt sich:

$$(1) \quad \delta H = H \left\{ \cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma} \right\} \beta - \frac{H \beta^2}{2}.$$

Hierin ist nun

$$\cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}$$

zu bestimmen. Dies kann durch Beobachtung der Schwingungsdauer geschehen.

F. A. Schulze²⁾ hat für die Schwingungsdauern asymmetrischer Schwingungen die folgenden Werte gefunden.

1) F. Richarz u. P. Schulze, Ann. d. Phys. 8. p. 348. 1902;
P. Schulze, Ann. d. Phys. 8. p. 714. 1902.

2) F. A. Schulze, Ann. d. Phys. 9. p. 1111. 1902.

Die Schwingungsdauer T der ganzen Schwingung:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{c_1}} \left\{ 1 + \frac{5}{12} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \vartheta^2 \right\}.$$

Die halben Schwingungsdauern T_l und T_r links und rechts von der Ruhelage:

$$T_l = \frac{1}{\sqrt{c_1}} \left\{ 1 + \frac{5}{12} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \vartheta^2 \right\} \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \frac{c_2}{c_1} \vartheta \right\},$$

$$T_r = \frac{1}{\sqrt{c_1}} \left\{ 1 + \frac{5}{12} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \vartheta^2 \right\} \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \frac{c_2}{c_1} \vartheta \right\}.$$

Hierin bedeuten für unseren Fall¹⁾:

$$c_1 = - \frac{M H}{K} \left\{ \cos \gamma + \frac{\sin \gamma}{\omega - \gamma} \right\},$$

$$c_2 = - \frac{M H}{2 K} \sin \gamma.$$

M und K sind das magnetische Moment und das Trägheitsmoment des Stabes. ϑ ist die Schwingungsweite nach derjenigen Seite hin, nach welcher tordiert worden ist.

Aus den obigen Gleichungen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{T_l - T_r}{T} &= - \frac{4}{3 \pi} \frac{c_2}{c_1} \vartheta, \\ \frac{c_2}{c_1} &= - \frac{\frac{1}{2} \sin \gamma}{\cos \gamma + \frac{\sin \gamma}{\omega - \gamma}}, \\ &= - \frac{1}{2} \frac{1}{\cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}}. \end{aligned}$$

Mithin:

$$\frac{T_l - T_r}{T} = \frac{2}{3 \pi} \cdot \frac{1}{\cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}} \cdot \vartheta,$$

oder:

$$(2) \quad \cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma} = \frac{2 \vartheta}{3 \pi} \cdot \frac{T}{T_l - T_r}.$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (1) ein, so kann man hieraus nun unmittelbar für $\beta = 1, 2, 3 \dots$ die zugehörigen Werte δH ausrechnen. β und ϑ sind hier noch in Graden ausgedrückt. Die weitere Umrechnung auf Skalenteile hat keine Schwierigkeit.

1) Vgl. P. Schulze, Dissert. p. 29. Greifswald 1900.

Übrigens läßt sich auch der Ausdruck für (2) noch auf eine andere Weise berechnen. Bedeutet nämlich ϑ die Schwingungsweite, von der Ruhelage aus, nach derjenigen Seite, nach welcher tordiert worden ist, so ist diejenige nach der anderen Seite gegeben durch:

$$\alpha = -\vartheta + \frac{1}{\cotg \gamma - \frac{1}{\omega - \gamma}} \vartheta^2.$$

Die Differenz der absoluten Werte ergibt sodann:

$$\frac{3(|\vartheta| - |\alpha|)}{\vartheta^2} = \frac{1}{\cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}},$$

woraus folgt:

$$\cotg \gamma + \frac{1}{\omega - \gamma} = \frac{\vartheta^2}{3(|\vartheta| - |\alpha|)}.$$

Freilich kann diese Bestimmung nicht denselben Grad der Genauigkeit haben, wie die vorige, da bekanntlich die Beobachtung von Umkehrpunkten größeren Fehlern unterliegt, als die Beobachtung von Durchgängen durch die Ruhelage.

Bei der hier angegebenen Methode der Skalenwertbestimmung ist jedoch noch folgendes zu beobachten.

Die für $\beta = 1, 2, 3 \dots, -1, -2, -3 \dots$ gefundenen Werte δH sind noch nicht die gesuchten Skalenwerte, sondern ergeben sich erst aus den Differenzen von $\delta H_n - \delta H_{n-1}$.

Die Skalenwertbestimmung kann bei beliebiger Stellung der Nadel ausgeführt werden. Nur ist dann darauf zu achten, daß die sich bei der zweiten Bestimmung ergebenden Werte δH_n nicht den früheren entsprechen. Aus den Differenzen müssen sich für den Fall, daß der Skalenwert ungeändert geblieben ist, wieder dieselben Werte ergeben.

Meißen, den 6. Juli 1903.

(Eingegangen 7. Juli 1903).