**XI. Untersuchungen über die Constitution
gasförmiger Weltkörper;
von A. Ritter in Aachen.**

Achtzehnte Abtheilung.

§ 72. Zustandsänderung eines gasförmigen Weltkörpers von
sehr kleiner Masse.

Für die Untersuchungen der letzteren Paragraphen war die Zustandsänderung der Sonne als Ausgangspunkt gewählt worden, und die Resultate derselben dürfen zunächst nur auf solche Weltkörper angewendet werden, deren Massen eine der Sonnenmasse vergleichbare Grösse besitzen. Das in § 69 gefundene Gesetz, nach welchem die Dauer des Ueberganges vom Culminationspunkte der Wärmeausstrahlung zu dem der Oberflächentemperatur um so grösser ist, je kleiner die Masse des Weltkörpers ist, wurde aus der Voraussetzung abgeleitet, dass während dieses Ueberganges die ganze Masse des Weltkörpers stets im rein gasförmigen Aggregatzustande sich befindet. Diese Voraussetzung darf um so mehr als erfüllt betrachtet werden, je grösser die Masse des Weltkörpers angenommen wird. Die Zustandsänderung eines Weltkörpers, dessen Masse sehr viel kleiner ist als die Sonnenmasse, wird dagegen nach Gesetzen erfolgen, welche von den oben gefundenen wesentlich verschieden sind, insofern die Art der Zustandsänderung eines gasförmigen Weltkörpers von bestimmter Dichtigkeit durch die in demselben auftretenden Condensationsprocesse in um so höherem Grade beeinflusst werden muss, je kleiner die Masse des Weltkörpers ist.

Von der Richtigkeit dieser letzteren Behauptung kann man sich überzeugen, indem man die adiabatische Zustandslinie eines Weltkörpers von sehr grosser Masse mit der adiabatischen Zustandslinie eines Weltkörpers von sehr kleiner Masse vergleicht, und zwar zunächst unter Voraussetzung einer unbeschränkten Gültigkeit des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes. Da es sich bei einer solchen Vergleichung nicht um absolute Zahlenwerthe, sondern nur um Verhältnisszahlen handelt, so ist es hierbei gleichgültig, welche Werthe für die specifische Wärme des Gases und

für das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen angenommen werden.

Wenn man beispielsweise $c_p = 1$ und $k = \frac{5}{3}$ setzt, so ergibt sich in Bezug auf einen gasförmigen Weltkörper von der Grösse und Masse der Sonne aus den Untersuchungen des § 36 für die Mittelpunktstemperatur der Werth $T = 60,1$ Millionen Grad und für die Mittelpunktsdichtigkeit der Werth $\gamma_0 = 8568$ Kil. Nach den Gleichungen (599) und (600) würde man ferner für die Tiefe $z = 0,01 \cdot r$ unter der Oberfläche die Temperatur $T = 445\,200$ Grad und die Dichtigkeit $\gamma = 5,462$ Kil. erhalten. Auf ähnliche Weise würden für einen Weltkörper von grösserer oder kleinerer Masse die Werthe der obigen Grössen berechnet werden können. Wenn mit S die Sonnenmasse und mit M die Masse eines anderen Weltkörpers von derselben mittleren Dichtigkeit bezeichnet wird, so erhält man mit Benutzung der oben gewählten Bezeichnungsweise die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Zahlenwerthe:

$\frac{M}{S} =$	1000	1	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$
$\left\{ \begin{array}{l} T_0 = \\ \gamma_0 = \\ T = \\ \gamma = \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 6010\,000\,000 \\ 8568 \\ 44\,520\,000 \\ 5,462 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 60\,100\,000 \\ 8568 \\ 445\,200 \\ 5,462 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 601\,000 \\ 8568 \\ 4452 \\ 5,462 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 6010 \\ 8568 \\ 44,52 \\ 5,462 \end{array} \right.$

In dieser Tabelle sind für je zwei Punkte der Zustandslinien eines jeden von den vier Weltkörpern die Coordinaten angegeben: der eine Punkt entspricht dem Zustande im Mittelpunkte, der andere dem Zustande in der Tiefe $z = 0,01 \cdot r$ unter der Oberfläche. Die Coordinaten der übrigen Punkte würden auf dieselbe Weise berechnet werden können.

Wenn das Gas, aus welchem die vier Weltkörper bestehen, die Eigenschaft der Condensirbarkeit besässe, so würden die auf solche Weise berechneten Coordinatenwerthe für denjenigen Theil der Zustandslinie, welcher in das Condensationsgebiet der Temperaturfläche hineinfällt, nicht mehr als gültig betrachtet werden dürfen. Die obige Tabelle zeigt jedoch, dass die Möglichkeit eines Condensationsprocesses unter den hier vorausgesetzten Umständen nur bei einem

Weltkörper von sehr kleiner Masse in Frage kommen kann. Man darf mit Sicherheit annehmen, dass in einem Gase, welches im übrigen hinsichtlich seiner Eigenschaften mit dem Stoffe der Sonnenmasse übereinstimmt, bei der Temperatur $T = 44,52$ Millionen Grad und bei der Dichtigkeit $\gamma = 5,462$ kg noch keine Condensation eintreten wird; und mit ebenso grosser Sicherheit darf man annehmen, dass in einem solchen Gase eine Condensation eintreten würde, wenn bei unverändert bleibender Dichtigkeit $\gamma = 5,462$ kg die absolute Temperatur bis auf die Grösse $T = 44,52$ Grad abnähme.

Wenn man sich bei jedem von den vier Weltkörpern den Halbmesser bis auf das Zehnfache oder das Volumen, bis auf das Tausendfache vergrössert denkt, so würden aus der Voraussetzung des rein gasförmigen Aggregatzustandes die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Zahlenwerthe sich ergeben:

$\frac{M}{S} =$	1000	1	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$
$\left\{ \begin{array}{l} T_0 = 601\,000\,000 \\ \gamma_0 = 8,568 \\ T = 4\,452\,009 \\ \gamma = 0,005\,462 \end{array} \right.$		6 010 000	60 100	601
		8,568	8,568	8,568
		44 520	445,2	4,452
		0,005 462	0,005 462	0,005 462

Diese Tabelle zeigt, dass bei einem Weltkörper von der Masse $M = 1000 \cdot S$, und höchst wahrscheinlich auch noch bei einem Weltkörper von der Masse $M = S$, die Zustandslinie der ganzen Masse — mit Ausnahme einer Oberflächenschicht von verschwindend geringer Stärke — immer noch ausserhalb des Condensationsgebietes liegen würde, während bei einem Weltkörper von der Masse $M = S/1\,000\,000$ die Zustandslinie ohne Zweifel ganz in das Condensationsgebiet hineinfallen, und infolge dessen die wirkliche Zustandslinie eine von der obigen abweichende Form annehmen würde. Man überzeugt sich auf diese Weise von der Richtigkeit der folgenden beide Sätze:

Bei gegebener **Mittelpunktsdichtigkeit** des Weltkörpers fällt ein um so grösserer Theil der Zustandslinie in das Condensationsgebiet hinein, je kleiner die **Masse** derselben ist.

Bei gegebener Masse des Weltkörpers fällt ein um so grösserer Theil der Zustandslinie in das Condensationsgebiet hinein, je grösser das Volumen desselben ist.

Wenn aber die Zustandslinie ganz in das Condensationsgebiet hineinfällt, d. h. wenn das Auftreten von Condensationsprocessen bis zum Mittelpunkte des Weltkörpers sich erstreckt, so wird nicht nur die Zustandslinie desselben eine andere Form annehmen, sondern auch die Zustandsänderung desselben nach Gesetzen erfolgen müssen, welche von den oben aus der Voraussetzung des rein gasförmigen Aggregatzustandes abgeleiteten Gesetzen wesentlich verschiedenen sind.

In § 27 wurde an dem Beispiele des Wasserdampfes gezeigt, dass die Eigenschaft der Condensirbarkeit eines Gases denselben Einfluss hat, welchen bei einem idealen Gase eine beträchtliche Verkleinerung des Werthes von k , verbunden mit einer beträchtlichen Vergrösserung des Werthes von c_p haben würde. In § 33 wurde ferner gezeigt, dass der adiabatische Gleichgewichtszustand nur dann als ein stabiler Gleichgewichtszustand gelten kann, wenn k grösser als $\frac{4}{3}$ ist, und dass überhaupt kein adiabatischer Gleichgewichtszustand mehr möglich ist, wenn k kleiner als $\frac{6}{5}$ ist. Da es kaum einem Zweifel unterliegen kann, dass nicht nur bei dem Wasserdampfe, sondern auch bei anderen condensirbaren Gasen die Grösse k innerhalb des Condensationsgebietes einen Werth annimmt, welcher beträchtlich kleiner als $\frac{4}{3}$ ist, so ergibt sich hieraus der folgende Satz:

Wenn die ganze Zustandslinie in das Condensationsgebiet hineinfällt, so ist der adiabatische Gleichgewichtszustand, soweit ein solcher überhaupt möglich ist, stets ein labiler Gleichgewichtszustand.

In diesem Falle wird der Weltkörper aus dem labilen in den nächstliegenden stabilen Gleichgewichtszustand übergehen und nach Schwingungen von abnehmender Amplitude in demselben zur Ruhe gelangen. Die Contraction wird anfangs mit Beschleunigung stattfinden. Hierbei wird ein

Theil der Gravitationsarbeit unmittelbar in Wärme, der andere Theil aber zunächst in lebendige Kraft und erst später in Wärme umgewandelt. Infolge der fortgesetzten Wärmeerzeugung wird später ein allmählich wachsender rein gasförmiger Kern sich bilden, und die Zustandslinie immer mehr derjenigen Form sich nähern, welche dem stabilen Gleichgewichtszustande des rein gasförmigen Weltkörpers entspricht.

Eine solche Zustandsänderung kann eine „dynamische“ Contraction genannt werden, im Gegensatze zu der früher stets vorausgesetzten „statischen“ Contraction, bei welcher die Bedingungen des Gleichgewichtes auch für jeden Zwischenzustand stets als erfüllt betrachtet werden durften. Während die Voraussetzung einer sehr grossen Masse des Weltkörpers in § 69 zu dem Resultate führte, dass die Contraction um so langsamer stattfindet, je kleiner die Masse ist, wird also in dem hier vorausgesetzten Falle das gerade Gegentheil stattfinden, insofern die Contraction einer sehr kleinen Masse während jenes Ueberganges aus dem labilen in den stabilen Gleichgewichtszustand nahezu plötzlich stattfinden, oder wenigstens in verhältnissmässig sehr kurzer Zeit sich vollziehen muss.

Nach Beendigung der dynamischen Contraction wird zwar die weitere Zustandsänderung der kleinen Masse im allgemeinen ebenfalls den Gesetzen der statischen Contraction gemäss erfolgen; doch wird hinsichtlich der Art dieser Zustandsänderung zwischen dem kleinen Weltkörper und einem grossen Weltkörper von derselben mittleren Dichtigkeit immer noch ein Unterschied stattfinden, weil bei dem kleinen Weltkörper das Condensationsgebiet bis zu einer verhältnissmässig grösseren Tiefe hinab sich erstreckt, und die ausstrahlende Oberflächenschicht stets eine verhältnissmässig grössere Quantität von Condensationsproducten enthalten wird. Durch die abkühlende Wirkung der beständig nach dem Mittelpunkte hinabsinkenden Condensationsproducte wird in dem centralen Theile des Weltkörpers eine Annäherung an die isothermische Zustandslinie, und hierdurch zugleich (nach § 54) eine Vergrösserung der Mittelpunktsdichtigkeit hervorgebracht. Infolge dessen wird die Mittel-

punktsdichtigkeit des kleinen Weltkörpers schon verhältnissmässig früh diejenige Grenze erreichen, bei welcher das fernere Wachsen derselben, und damit zugleich (nach § 35, Fig. 16) die Wärme erzeugende Wirkung der Gravitationsarbeit nahezu ganz aufhört.

§ 73. Isentropische Gaskugeln von ungleichen Massen und gleichen Entropiewerthen.

Der adiabatische oder isentropische Gleichgewichtszustand eines vollkommen gasförmigen Weltkörpers entspricht der Bedingungsgleichung:

$$(653) \quad \frac{T}{\gamma^{k-1}} = E = \frac{T_0}{\gamma_0^{k-1}},$$

in welcher E die Constante der isentropischen Zustandslinie bedeutet. Diese Constante kann aus dem gegebenen Zustande im Mittelpunkte für den im vorigen Paragraphen angenommenen Fall berechnet werden nach der Gleichung:

$$(654) \quad E = \frac{T_0}{\gamma_0^{\frac{2}{3}}}.$$

Indem man diese Gleichung auf die im vorigen Paragraphen miteinander verglichenen vier Weltkörper anwendet, erhält man zunächst für den Zustand, auf welchen die erste von den beiden Tabellen desselben sich bezieht, die Werthe:

$\frac{M}{S} =$	1000	1	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$
$E =$	14 353 000	143 530	1435,3	14,353

Diese Tabelle zeigt, dass bei gegebener Mittelpunktsdichtigkeit die isentropische Constante einen um so grösseren Werth annimmt, je grösser die Masse des Weltkörpers ist.

Für den (der tausendfachen Volumenvergrösserung entsprechenden) Zustand, auf welchen die zweite Tabelle des vorigen Paragraphen sich bezieht, erhält man die Werthe:

$\frac{M}{S} =$	1000	1	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$
$E =$	143 530 000	1 435 300	14 353	143,53

Die Vergleichung dieser letzteren Tabelle mit der vorigen zeigt, dass bei gegebener Masse die isentropische Constante einen um so grösseren Werth annimmt, je grösser das

Volumen des Weltkörpers ist, dass also bei hinreichender Volumenvergrösserung einer kleinen Masse die isentropische Constante desselben ebenso gross werden kann wie die einer grossen Masse von gegebenem Volumen.

Wenn mit E' die isentropische Constante eines Weltkörpers von der Mittelpunktstemperatur T'_0 und von der Mittelpunktsdichtigkeit γ'_0 bezeichnet wird, so hat (nach Gleichung 654) das Verhältniss der beiden isentropischen Constanten E und E' die Grösse:

$$(655) \quad \frac{E}{E'} = \frac{T_0}{T'_0} \cdot \left(\frac{\gamma_0}{\gamma'_0} \right)^{-\frac{2}{3}}.$$

Wenn ferner die Masse des ersteren Weltkörpers n -mal so gross ist als die Masse des letzteren, und das Volumen des ersteren ε -mal so gross als das Volumen des letzteren, so ist:

$$(656) \quad \frac{\gamma_0}{\gamma'_0} = \frac{n}{\varepsilon}$$

zu setzen, weil die Mittelpunktsdichtigkeiten wie die mittleren Dichtigkeiten sich verhalten, und die mittlere Dichtigkeit dem Quotienten: „Masse dividirt durch Volumen“ gleich ist.

Die Mittelpunktstemperatur ist (nach Gleichung 89) proportional dem Producte Nr oder dem Quotienten: „Masse dividirt durch Halbmesser“, und da die Grösse des letzteren der Cubikwurzel aus dem Volumen proportional ist, so hat das Verhältniss der beiden Mittelpunktstemperaturen die Grösse:

$$(657) \quad \frac{T_0}{T'_0} = \frac{n}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}}.$$

Nach Substitution der obigen beiden Ausdrücke erhält man für das Verhältniss der beiden isentropischen Constanten den Werth:

$$(658) \quad \frac{E}{E'} = (n \varepsilon)^{\frac{1}{3}},$$

und für die Bedingung, welche erfüllt sein muss, wenn diese beiden Constanten gleiche Werthe annehmen sollen, die Gleichung:

$$(659) \quad n \varepsilon = 1, \text{ oder: } \varepsilon = \frac{1}{n}.$$

Für ein Gas von der hier vorausgesetzten (dem Werthe $k = \frac{5}{3}$ entsprechenden) Beschaffenheit gilt also der folgende Satz:

Die Volumina zweier isentropischer Gaskugeln von gleicher Entropie verhalten sich umgekehrt wie ihre Massen.

Da man sich die kleinere Masse aus der grösseren durch Theilung der letzteren in n gleiche Theile entstanden denken kann, indem man annimmt, dass jeder von diesen n Theilen ohne Aenderung seiner Entropie (d. h. ohne Wärme-Zuführung oder -Entziehung) allmählich in den Zustand einer isolirt im Raume schwebenden Kugel übergeführt wird, so kann man unter den hier gemachten Voraussetzungen dem obigen Satze auch die folgende Form geben:

Wenn die Masse der Gaskugel in n gleiche Theile zerlegt wird, so nimmt jeder Theil ein Volumen an, welches n -mal so gross ist, als das ursprüngliche Volumen des Ganzen.

§ 74. Zustandsänderungen der Planeten.

Nach der Kant-Laplace'schen Hypothese würden die Sonne und ihre Planeten in gewissem Sinne als gleichalterige Weltkörper betrachtet werden können, insofern eine jede Planetenmasse vor dem Zeitpunkte, als dieselbe nach obiger Hypothese in Form eines Ringes von der Sonnenmasse sich trennte, an den Zustandsänderungen der letzteren theilgenommen und im Entstehungsmomente dieselbe Entropie erreicht hatte, wie die Sonnenmasse. Wenn also die Voraussetzung zulässig wäre, dass die Sonnenmasse zur Zeit der Trennung die Eigenschaften einer im adiabatischen Gleichgewichtszustande befindlichen idealen Gaskugel besass, und dass der Planetenmasse während des nach der Trennung erfolgenden Ueberganges aus der Ringform in die Kugelform keine Wärme entzogen wurde, so müsste aus dem am Schlusse des vorigen Paragraphen gefundenen Satze gefolgert werden, dass die Planetenmasse nach der Trennung zunächst ein Volumen annahm, welches — dem umgekehrten Massenverhältniss entsprechend — beträchtlich grösser war als das

Volumen, welches die Sonnenmasse in jenem Zeitpunkte besass. Eine solche Voraussetzung würde jedoch in mehrfacher Hinsicht der Wirklichkeit nur ungenügend entsprechen.

Zunächst ist zu berücksichtigen, dass der Planet aus einem Theile derjenigen Masse entstand, welcher vor der Trennung die Oberflächenschicht der Sonnenmasse bildete. Da nach der Theorie des adiabatischen Gleichgewichtszustandes die mittlere Temperatur der Oberflächenschicht von dem Nullpunkte der absoluten Temperatur nur wenig verschieden sein konnte, und da bei niedriger Temperatur einer geringen Wärmeabgabe schon eine verhältnissmässig grosse Entropieabnahme entspricht, so ist anzunehmen, dass die Planetenmasse während ihres Verweilens in der Ringform und während des nachherigen Ueberganges in die Kugelform eine beträchtliche Entropieabnahme erleiden musste, und dass infolge dessen die neu entstehende Kugel bei weitem nicht dasjenige Volumen erreichen konnte, welches nach dem Gesetze des vorigen Paragraphen sich ergeben würde.

Ausserdem ist zu berücksichtigen, dass zur Zeit der Trennung die Sonnenmasse jedenfalls infolge ihrer Rotationsbewegung eine von der Kugelgestalt weit abweichende sphäroidische Form hatte, und dass in dem sich ablösenden Ringe die Schwerkraft durch die Centrifugalkraft vollständig aufgehoben wurde, wodurch eine beträchtliche Abweichung von der adiabatischen Zustandslinie bedingt werden musste. Während in Bezug auf eine ruhende Gaskugel angenommen werden darf, dass bei sehr grosser Masse derselben die in der Oberflächenschicht entstehenden Condensationsproducte sofort in heissere Regionen herabsinken und gleich nach dem Entstehen sich wieder auflösen, würde in Bezug auf den vorliegenden Fall vielmehr anzunehmen sein, dass die Condensationsproducte vor dem Augenblicke der Trennung schon in dem Ringe sich angehäuft hatten, weil einerseits bei den schon entstandenen Condensationsproducten die Tendenz zum Herabsinken fehlte, und weil andererseits das grössere Emissionsvermögen derselben eine verstärkte Wärmeausstrahlung bedingte, wodurch das Entstehen neuer Condensationsproducte begünstigt wurde.

Hieraus folgt, dass die Ringmasse unmittelbar nach der Trennung schon eine verhältnissmässig grosse Quantität von Condensationsproducten enthalten und demgemäss eine verhältnissmässig geringe Entropie besitzen musste. Dass unter besonders günstigen Umständen — insbesondere bei längerer Dauer des Verweilens in der Ringform — dieses Vorherrschen von Condensationsproducten eine nahezu vollständige Condensation der Ringmasse und einen Uebergang derselben in einen Schwarm von kleinen festen Weltkörpern zur Folge haben konnte, scheinen der Planetoïdenring und der Ring des Saturn als Beispiele zu beweisen.

Unmittelbar nach dem Uebergange aus der Ringform in die Kugelform befand sich die Planetenmasse höchst wahrscheinlich in einem Zustande, bei welchem zunächst die am Schlusse des § 72 als „dynamische Contraction“ definirte Art der Zustandsänderung eintreten musste. Bei einem Planeten von sehr kleiner Masse konnte während dieser sehr rasch sich vollziehenden dynamischen Contraction die Mittelpunktsdichtigkeit bereits nahezu ihre obere Grenze erreichen, und die fernere Zustandsänderung erfolgte alsdann nach den Gesetzen der Abkühlung, welche bei der kleinen Masse ebenfalls verhältnissmässig rasch fortschreiten musste.

Wenn dagegen die Masse des Planeten so gross war, dass unmittelbar nach Beendigung der dynamischen Contraction die Mittelpunktsdichtigkeit noch verhältnissmässig weit von ihrer oberen Grenze entfernt war, so musste auf die dynamische Contraction zunächst noch eine Periode der langsamen, mit Wärmeerzeugung und Temperaturzunahme verbundenen, statischen Contraction folgen, und hierbei annäherungsweise das Gesetz des § 69 zur Geltung kommen, nach welchem die Contraction der kleineren Planetenmasse langsamer als die Contraction der grösseren Sonnenmasse — die Contraction der grösseren Jupitermasse rascher als die der kleineren Saturnmasse — erfolgen musste.

Soweit die Kant-Laplace'sche Theorie der Planetenentstehung überhaupt als einwurfsfrei gelten kann, würde auf diese Weise vielleicht zu erklären sein, dass die kleinen Planeten in ihrer Zustandsänderung die Sonne bereits überholt

haben, während die grossen Planeten noch hinter derselben zurückgeblieben sind, insofern die letzteren den gegenwärtigen Dichtigkeitszustand der Sonne noch nicht ganz erreicht haben.

Da jedoch die Entwicklungsdauer der Planeten theilweise von Umständen abhing, welche — wie z. B. die Dauer des Verweilens im Zustande der Ringform — aller Berechnung sich entziehen, so darf ein streng gesetzmässiges Hervortreten des Einflusses der Massengrösse auf die Entwicklungsdauer von vornherein nicht erwartet werden. Dass z. B. der Saturn in seiner Entwicklung von den kleineren Massen des Uranus und des Neptun bereits überholt wurde, könnte vielleicht theilweise von der schützenden Wirkung des Ringes herrühren, welcher einen Theil der von den Planeten ausgehenden Wärmestrahlen wieder zurücksendete und dadurch eine Verminderung der Contractionsgeschwindigkeit desselben verursachte.

§ 75. Hypothesen über den gegenwärtigen Zustand des Jupiters.

Dass der Jupiter die Entwicklungsstufe der dynamischen Contraction bereits in längst vergangener Zeit überschritten haben musste, scheint aus dem gegenwärtigen Zustande der kleineren Masse des Saturns geschlossen werden zu dürfen, insofern der letztere jedenfalls schon seit längerer Zeit im stabilen Gleichgewichtszustande sich befindet und bei diesem Zustande eine Dichtigkeit besitzt, welche nur ungefähr halb so gross ist, als die des Jupiters. Man darf hieraus schliessen, dass seit Beendigung der dynamischen Contraction die Dichtigkeit des Jupiters während der später folgenden langsamen statischen Contraction mindestens bis auf das Doppelte gewachsen ist, wozu jedenfalls ein sehr langer Zeitraum erforderlich war.

Da die Dichtigkeit des Jupiters gegenwärtig nahezu die Dichtigkeit der Sonne erreicht hat, und die Masse desselben nahezu den tausendsten Theil von der Sonnenmasse beträgt, so können für die Beurtheilung der muthmasslichen gegenwärtigen Beschaffenheit der Jupitermasse die in der ersten

Tabelle des § 72 für einen gasförmigen Weltkörper von der Masse $M = S_{/1000}$ angegebenen Zahlenwerthe als vorläufige Anhaltspunkte benutzt werden. Wenn man den Jupiter zunächst als eine ideale Gaskugel betrachtet und annimmt, dass die Masse desselben aus einem Gase besteht, welches die in § 72 vorausgesetzten Eigenschaften besitzt, so würde aus jener Tabelle sich ergeben, dass in der Tiefe $z = r/100$ die Temperatur nahezu 4500 Grad und die Dichtigkeit etwa 5,5 kg beträgt. Nach dem Mittelpunkte hin würde die Temperatur bis auf etwa 600 000 Grad und die Dichtigkeit bis auf etwa 8500 kg zunehmen. Aus Gleichung (634) würde ferner sich ergeben, dass die Oberflächentemperatur des Jupiters etwa den vierzigsten Theil von der Oberflächentemperatur der Sonne beträgt, und nach Gleichung (644) müsste die Wärmeausstrahlung des Jupiters ungefähr den 100 000 000-sten Theil von der Wärmeausstrahlung der Sonne betragen. Wenn also die Lichtausstrahlung der Wärmeausstrahlung proportional vorausgesetzt werden dürfte — was freilich bei so grossem Temperaturunterschiede keineswegs zulässig sein würde —, so müsste der Jupiter, aus einer Entfernung von 100 Millionen Meilen betrachtet, ohne Sonnenbeleuchtung schon heller als ein Fixstern erster Grösse erscheinen. Zugleich würde aus den Untersuchungen des § 66 zu folgern sein, dass der gegenwärtige Zustand des Jupiters, ebenso wie der gegenwärtige Zustand der Sonne, nicht wesentlich verschieden sein kann von demjenigen Zustande, welcher dem Culminationspunkte der Oberflächentemperatur entspricht.

Da jedoch in Wirklichkeit der Stoff, aus welchem die Jupitermasse besteht, die Eigenschaft der Condensirbarkeit besitzt, so wird innerhalb der mit Condensationsproducten erfüllten Oberflächenschicht jedenfalls die Form der Zustandslinie von der in § 72 aus der Voraussetzung des rein gasförmigen Aggregatzustandes abgeleiteten Form beträchtlich abweichen müssen. Wenn man beispielsweise annähme, dass den Werthen $T = 4500$ und $\gamma = 5,5$ ein Zustandspunkt entspricht, welcher gerade in die Grenzlinie des Condensationsgebietes der Temperaturfläche hineinfällt, dass also die Entstehung von Condensationsproducten in derjenigen Schicht

beginnt, welche bei rein gasförmigem Aggregatzustande in einer Tiefe von etwa hundert Meilen unter der Oberfläche liegen würde, so ist anzunehmen, dass die wirkliche Stärke der oberhalb dieser Schicht befindlichen Oberflächenschicht beträchtlich mehr als hundert Meilen betragen muss, weil innerhalb des Condensationsgebietes für die Grösse c_p ein beträchtlich grösserer Werth in Rechnung zu bringen sein würde. Da diese Oberflächenschicht als eine Atmosphäre betrachtet werden kann, so würde aus dem in § 1 gefundenen Satze sich ergeben, dass z. B. dem Werthe $c_p = 3$ (welcher in § 27 für das Condensationsgebiet des Wasserdampfes als Annäherungswerth sich ergab) eine Atmosphärenhöhe entsprechen würde, welche dreimal so gross ist als diejenige Atmosphärenhöhe, welche dem in § 72 angenommenen Werthe $c_p = 1$ entsprach, dass also die wirkliche Tiefe, bis zu welcher das Condensationsgebiet hinab sich erstreckt, etwa dreihundert Meilen betragen würde.

Da die wirklichen Eigenschaften des Stoffes, aus welchem die Jupitermasse besteht, nicht bekannt sind, so kann von einer genaueren numerischen Bestimmung der wirklichen Tiefe des Condensationsgebietes vorläufig nicht die Rede sein. Indessen darf nach obiger Untersuchung in Uebereinstimmung mit den Resultaten directer Beobachtungen als durchaus wahrscheinlich angenommen werden, dass bis zu einer Tiefe von mehreren hundert Meilen unter der Oberfläche des Jupiters noch Condensationsproducte entstehen können, und dass bis zu dieser Tiefe die ganze Oberflächenschicht desselben eine wolkenartige Beschaffenheit besitzt. Auch ist es keineswegs als unwahrscheinlich zu betrachten, dass der Jupiter gegenwärtig eine Mittelpunktstemperatur von einigen hunderttausend Graden erreicht hat.

Infolge des wolkenartigen Aggregatzustandes der Oberflächenschicht wird die wirkliche Intensität der Wärmeausstrahlung höchst wahrscheinlich geringer sein als diejenige, welche dem rein gasförmigen Aggregatzustande der Oberflächenschicht entsprechen würde. Das grössere Emissionsvermögen der Condensationsproducte würde zwar bei gleicher Temperatur eine Verstärkung der Wärmeausstrahlung be-

dingen. Da jedoch die Wolkenhülle eine für Wärmestrahlen nahezu undurchdringliche Decke bildet, welche die tiefer liegenden heisseren Schichten vor directer Ausstrahlung schützt, so wird die Tiefe der ausstrahlenden Oberflächenschicht und demgemäss auch die mittlere Temperatur derselben beträchtlich kleiner sein, als dieselbe bei rein gasförmigem Aggregatzustande sein würde. Infolge dessen kann die Aussendung von leuchtenden Wärmestrahlen nur an solchen Stellen stattfinden, wo die aus dem heissen Inneren aufsteigenden Ströme die Wolkenschicht durchbrechen.

Eine Vergleichung der für die beiden Massengrössen $M = S/1000$ und $M = S$ in der ersten Tabelle des § 72 angegebenen Zahlenwerthes zeigt zugleich, dass in Betreff des Aggregatzustandes der Oberflächenschicht ein bemerkenswerther Unterschied zwischen dem Jupiter und der Sonne stattfindet. Denn bei der in § 72 vorausgesetzten Zustandslinie würde der Temperatur $T = 4452$ Grad in dem Weltkörper von der Masse $M = S/1000$ die Dichtigkeit $\gamma = 5,5$ Kilogramm und die Tiefe $z = r/100$, in dem Weltkörper von der Masse $M = S$ dagegen die Dichtigkeit $\gamma = 0,0055$ Kilogramm und die Tiefe $z = r/10000$ unter der Oberfläche entsprechen. Soweit also die Anwendung der Theorie des adiabatischen Gleichgewichtes auf die Oberflächenschicht der Sonne überhaupt als zulässig betrachtet werden darf, muss angenommen werden, dass die an der Sonnenoberfläche beobachteten Erscheinungen durch etwaige Condensationsprocesse — falls solche überhaupt vorkommen — nur in verschwindend geringem Maasse beeinflusst werden können.

§ 76. Zustandsänderung eines gasförmigen Weltkörpers von sehr grosser Masse und sehr grossem Volumen.

Der in § 69 gefundene Satz, nach welchem die Contractionsgeschwindigkeit annäherungsweise der Massengrösse proportional gesetzt werden darf, verliert seine Gültigkeit nicht nur dann, wenn die Masse des Weltkörpers sehr viel kleiner ist, sondern auch dann, wenn die Masse desselben sehr viel grösser ist als die Sonnenmasse.

Von der Richtigkeit dieser letzteren Behauptung kann

man sich überzeugen, indem man die Gleichungen des § 65 z. B. auf einen Weltkörper anwendet, dessen Masse tausendmal so gross ist als die Sonnenmasse. In Bezug auf die Sonnenmasse selbst würde den Werthen $k = 5/3$ und $r/r_0 = 215$ nach den Gleichungen (621) und (622) der Werth $\sigma = 1400$ Millionen Meter entsprechen als jährliche Abnahme des Halbmessers. Hiernach erhält man für die Grösse u , um welche der Halbmesser pro Secunde abnimmt, oder für die Geschwindigkeit, mit welcher die der Oberflächenschicht angehörenden Massentheile dem Mittelpunkte sich nähern, den Werth:

$$u = \frac{1400\,000\,000}{31\,536\,000} = 44,36 \text{ m.}$$

Nach dem Satze des § 69 würde für einen Weltkörper von der Masse $M = 1000 S$ unter sonst gleichen Umständen die Verhältnisszahl σ/r einen tausendmal so grossen, und die Grösse σ selbst einen zehntausendmal so grossen Werth annehmen. Für den letzteren Weltkörper würde also eine theoretische Contractionsgeschwindigkeit von 443 600 Metern oder von etwa 60 Meilen pro Secunde sich ergeben. Da jedoch bei einem solchen Weltkörper die — nach § 37 aus der Gleichung $u' = \sqrt{2 N g r}$ zu berechnende — Endgeschwindigkeit eines aus unendlicher Höhe auf die Oberfläche desselben herabfallenden Körpers nur etwa 56 Meilen betragen würde, und die Geschwindigkeit des Herabsinkens eines der Oberflächenschicht angehörenden Massentheilchens unmöglich grösser sein kann als diejenige Endgeschwindigkeit, welche dasselbe bei freiem Falle aus unendlicher Höhe erreicht haben würde, so folgt hieraus, dass die Gleichungen des § 65 für den vorliegenden Fall, sowie überhaupt für Weltkörper von sehr grosser Masse und von sehr grossem Volumen, nicht mehr gültig sind.

Aber auch selbst dann, wenn für die nach § 65 berechnete theoretische Contractionsgeschwindigkeit ein Werth sich ergeben hätte, welcher jenen oberen Grenzwert u' nicht ganz erreichte, so würde doch die Zustandsänderung der Masse $M = 1000 S$ bei dem hier vorausgesetzten grossen Volumen nicht mehr nach den Gesetzen der in § 65 voraus-

gesetzten statischen Contraction erfolgen können — schon allein aus dem Grunde nicht, weil bei so grossen Contractionsgeschwindigkeiten die Annahme nicht mehr zulässig sein würde, dass die ganze Gravitationsarbeit unmittelbar in Wärme umgewandelt wird, wie in § 65 stets vorausgesetzt wurde. Ein beträchtlicher Theil jener Arbeit wird im vorliegenden Falle — anstatt in Wärme — vielmehr zunächst in lebendige Kraft umgewandelt, und infolge dessen wird die Intensität der Wärmeausstrahlung stets geringer sein, als bei jener früheren Untersuchung vorausgesetzt wurde.

Nach § 65 würde die theoretische Contractionsgeschwindigkeit u mit wachsenden Werthen von r beständig zunehmen, und da die Grösse u' , als oberer Grenzwert für die wirkliche Contractionsgeschwindigkeit, mit wachsenden Werthen von r beständig abnimmt, so folgt hieraus mit Nothwendigkeit, dass in einem bestimmten Zeitpunkte und bei einer bestimmten Volumengrösse die wirkliche Contractionsgeschwindigkeit ein Maximum erreichen musste. Dieser Zeitpunkt, welchen man den Culminationspunkt der Contractionsgeschwindigkeit nennen kann, bildet also den Endpunkt einer Periode, in welcher die Contractionsbewegung mit Beschleunigung stattfinden musste, und den Anfangspunkt einer Periode, in welcher die Contractionsbewegung mit Verzögerung stattfindet. Hieraus ergibt sich der folgende Satz:

Solange das Volumen des Weltkörpers eine bestimmte Grenze überschreitet, ist die Contraction stets eine *beschleunigte*.

Die während der beschleunigten Contraction angesammelte lebendige Kraft wird später während der verzögerten Contraction in Wärme umgewandelt. Infolge dessen wird dasjenige Volumen, welchem der Culminationspunkt der Wärmeausstrahlung entspricht, kleiner sein müssen, als aus den Gleichungen des § 65 sich ergeben würde.

Ausser der oben genannten ist noch eine andere Ursache vorhanden, welche bei sehr grossem Volumen unter allen Umständen eine beschleunigte Contraction bedingt, nämlich die bei einem wirklich existirenden Gase stets vor-

aus zu setzende Eigenschaft der Condensirbarkeit. Die Vergleichung der beiden Tabellen des § 72 zeigte, dass bei dem Weltkörper von der Masse $M = S/1\,000\,000$ eine Vergrösserung des Halbmessers auf das Zehnfache schon ausreichte, um einen Zustand herbeizuführen, bei welchem die Entstehung von Condensationsproducten bis zum Mittelpunkte sich erstreckte. Ein Weltkörper von der Masse $M = 1000\,S$ würde allerdings erst bei einer beträchtlich grösseren Zunahme des Halbmessers einen solchen Zustand erreichen. Wie gross aber auch die Masse des Weltkörpers sein möge; immer wird einer bestimmten Volumengrösse desselben ein Zustand entsprechen, bei welchem das Condensationsgebiet bis zum Mittelpunkte desselben sich erstreckt, und bei diesem Zustande wird an die Stelle der statischen stets die mit Beschleunigung verbundene dynamische Contraction treten müssen, wie bereits in § 35 und § 72 nachgewiesen wurde.

Je grösser das Volumen des Weltkörpers ist, um so weniger wird überhaupt von einer bestimmten Form der Zustandslinie die Rede sein können, und um so mehr wird die wirkliche Form der Zustandslinie von den Zufälligkeiten der Entstehungsweise abhängen. Die Zustandsänderung eines Nebelfleckes wird daher nach Gesetzen erfolgen, welche von den für die Fixsterne geltenden wesentlich verschieden sind.

Da die Endgeschwindigkeit des freien Falles aus der dem Anfangsvolumen entsprechenden Fallhöhe stets als oberer Grenzwert für die wirkliche Geschwindigkeit des Sinkens der Oberflächentheile anzusehen ist, so kann man einen unteren Grenzwert für die Dauer jener beschleunigten Contraction aus der Annahme ableiten, dass während der ganzen Dauer dieser Periode das Sinken der Oberflächentheile stets mit der Geschwindigkeit des freien Falles erfolgte.

Die Fallbahn eines aus sehr grosser Höhe a auf die Sonne herabfallenden Körpers kann als eine Ellipse angesehen werden, deren grosse Axe gleich a , und deren kleine Axe gleich Null ist. Zur Berechnung der Falldauer kann daher das dritte Kepler'sche Gesetz benutzt werden, nach welchem die Quadrate der Umlaufzeiten wie die dritten Potenzen der grossen Axen sich verhalten. Da die Erde ein

halbes Jahr gebraucht, um die Hälfte einer Ellipse zu durchlaufen, deren grosse Axe etwa 40 Millionen Meilen beträgt, so wird die Zeit, welche ein anfänglich im Abstände a = vier Billionen Meilen von der Sonne befindlicher Körper gebraucht, um auf die Sonne herab zu fallen:

$$\sqrt{\left(\frac{4 \cdot 10^{12}}{40 \cdot 10^6}\right)^3}$$

halbe Jahre, also etwa 16 Millionen Jahre betragen.

Die Zeit, nach welcher der Abstand des fallenden Körpers bis auf die Grösse des Neptunsbahnhalbmessers abgenommen hatte, wird von der oben berechneten Falldauer verhältnissmässig sehr wenig verschieden sein, da der Neptunsbahnhalbmesser nur etwa den 67 000-sten Theil von der ganzen Fallhöhe beträgt, und der letzte Theil der Fallbahn mit sehr grosser Geschwindigkeit durchlaufen wird. Wenn man also annähme, dass der Sonnenhalbmesser anfangs eine Grösse hatte, welche ungefähr mit dem halben Abstände des nächstliegenden Fixsternes übereinstimmte, so würde als Resultat aus den obigen Untersuchungen sich ergeben, dass der Sonnenhalbmesser jedenfalls mehr als 16 Millionen Jahre gebraucht haben musste, um bis auf die Grösse des Neptunsbahnhalbmessers oder bis auf irgend eine zwischen dem letzteren und dem Erdbahnhalbmesser liegende Grösse abzunehmen.

Für die ganze Erscheinungsdauer eines Fixsternes von der Masse der Sonne würde man aus den obigen Hypothesen mit Zuziehung der in § 65 und § 70 gefundenen Resultate, als unteren Grenzwert einen Zeitraum von etwa 58 Millionen Jahren erhalten, von denen etwa 16 Millionen Jahre auf die Nebelfleckperiode, vier Millionen Jahre auf die zwischen dem Culminationspunkte der Wärmeausstrahlung und dem Culminationspunkte der Oberflächentemperatur liegende Periode der mit Temperaturzunahme verbundenen statischen Contraction, und etwa 38 Millionen Jahre auf den der Fortdauer des Leuchtens entsprechenden Theil der Abkühlungsperiode zu rechnen sein würden.