VII. *Ueber eine neue Methode zur Bestimmung
der Schwingungsdauer von Magnetstäben;
von Gustav Hansemann.*

(Hierzu Taf. III Fig. 5—9.)

Bei Beobachtung der Durchgänge eines schwingenden Magnetstabes durch seine Gleichgewichtslage mittelst Fernrohr, Spiegel und Scala und Bestimmung der den Durchgängen entsprechenden Zeiten, in der Gauss'schen Weise oder mit Hülfe eines Chronographen, kommen leicht Fehler von einigen Zehntel Secunden vor. Wenn daher die Schwingungsdauer einigermassen genau ermittelt werden soll, so ist es nöthig, eine relativ grosse Anzahl von Schwingungen in Betracht zu ziehen und dadurch eine Zeit in Anspruch zu nehmen, während welcher die die Schwingungsdauer bestimmenden Verhältnisse sich in einer oft schwer zu controlirenden Weise ändern können. Dieser Umstand veranlasste mich, zu versuchen, inwieweit bei der Bestimmung der Schwingungsdauer die unsichere persönliche Beobachtung und Handlung, durch Zuhülfenahme der Photographie beseitigt werden könne, und die in dieser Richtung angestellten Versuche haben zu der hier zu beschreibenden, allgemein anwendbaren Methode geführt, welche, bei gleicher Genauigkeit der Resultate, eine wesentlich geringere Zeit beansprucht.

Zunächst möge mit Hülfe der schematischen, bis auf einzelne kleine Theile in $\frac{1}{75}$ der natürlichen Grösse ausgeführten Darstellung (Taf. III Fig. 5) die in meinem Laboratorium getroffene Anordnung der Apparate gezeigt werden.

S ist der an dem Magnetstab eines Magnetometers befestigte und mit demselben schwingende Spiegel; *F* das gewöhnliche Beobachtungsfernrohr mit Scala; *P* ein Glasprisma in Messingfassung; *A* der photographische Apparat; *U* ein Spiegelchen, welches an dem Secundenpendel einer Uhr angebracht ist und dessen Schwingungen mitbeschreibt; *L* die Laterne einer electrischen Lampe und endlich *O* eine achromatische Projectionslinse. Das Magnetometer, das Prisma und die Uhr sind an den massiven Mauern des Laborato-

riums, das Beobachtungsfernrohr und der photographische Apparat auf vom Fussboden isolirten Pfeilern befestigt; nur die Lampe steht mittelst einer Gipssäule und die Linse mittelst eines Tischchens mit dem Fussboden in Verbindung. Besser, wenn auch nicht gerade nothwendig, ist es natürlich, wenn diese beiden Theile des Apparates ebenfalls auf fester Unterlage stehen.

Das Magnetspiegelchen ist kreisförmig und hat 3 cm Durchmesser; es besteht aus gutem, planparallelem Glase mit Quecksilberbelag. Aus eben solchem Glase besteht die das Gehäuse des Magnetometers schliessende, vor dem Spiegelchen befindliche Scheibe, was wegen der Schärfe und Klarheit der Bilder sehr wesentlich ist.

Die Scala befindet sich oberhalb des Fernrohrs. Es ist eine gewöhnliche, gedruckte, auf Holz geklebte Papierscala mit Theilungen von 0 bis 1000 Millimeter. Die Beleuchtung derselben geschieht mit Gasflammen, deren Licht durch rothe Lampengläser und Schirme für den photographischen Apparat unschädlich gemacht ist. Die senkrechte Ebene der Visirlinie des Fernrohrs durchschneidet die Scala rechtwinklig bei dem Theilstriche 500. Ein an dem festen Theile des Magnetometers angebrachtes Spiegelchen dient in bekannter Weise zur Controle der Unveränderlichkeit des Positionsverhältnisses zwischen Magnetometer, Fernrohr und Scala.

Die Messingfassung des rechtwinkligen Prismas, dessen Katheten beide 2,7 cm gross sind, ist auf der dem Magnetspiegel zugewendeten Fläche ganz offen, auf der Hypotenusenfläche ganz geschlossen, und auf der dritten Fläche befinden sich zwei gleich grosse Oeffnungen, welche durch einen 0,2 cm breiten Stab getrennt sind, und die zusammen mit diesem Stab ein Quadratcentimeter bilden. Diese Doppelöffnung werde ich von jetzt ab einfach das Fenster nennen. Es ist das Object, welches photographirt wird. Die Fassung des Prismas steht durch verschiebbare und drehbare Zwischenstücke so mit dem an der Mauer befestigten Träger in Verbindung, dass dasselbe in seiner Lage nach allen Richtungen hin etwas veränderlich ist, aber trotzdem in jeder Lage durch Schrauben festgestellt werden kann.

Der photographische Apparat *A* besteht aus einer Messingröhre, an welche vorn, d. h. auf der dem Magnetspiegel zugewendeten Seite, ein Ansatzrohr aufgeschraubt ist, welches ein achromatisches Objectiv von 30 Zoll Brennweite trägt. An der hinteren Seite ist die Messingröhre mit der durch die Fig. 6 bis 8 in $\frac{1}{3}$ der natürlichen Grösse gezeichneten Einrichtung versehen. An der starken Messingplatte *M*, Fig. 6 und 7, mit dem horizontalen, 0,2 cm breiten Spalt *s*, sind die beiden Schienen *R*₁ und *R*₂ so befestigt, dass dieselben möglichst genau vertical stehen. An der Innenseite der einen Schiene ist die Metallfeder *F* angebracht; die andere Schiene ist an der Innenseite eben geschliffen. Unten befindet sich sodann noch das Ansatzstück *a* mit der Schraube *G*. Ein Schraubengang beträgt 0,2 cm, und Schraube wie Mutter sind so gearbeitet, dass die Drehung sehr leicht und gleichmässig vonstatten geht. Die Schienen *R*₁ und *R*₂ dienen zum Halten und zur Sicherung einer ausschliesslichen Verticalverschiebung der in den Fig. 8 und 9 dargestellten Cassette durch die Schraube *G*. Diese zur Aufnahme der photographischen Glasplatte bestimmte Cassette ist, wie alle derartige Einrichtungen, mit einem Schieber *D* und der Thüre *T*, mit der die Glasplatte andrückenden Metallfeder *f*₁, versehen. Ausserdem befindet sich daran noch die Doppelfeder *f*₂, durch welche die Glasplatte gegen die gegenüberstehende, ebene Messingfläche gepresst und so in einer bestimmten Lage festgehalten wird. Um die Constanz in der Stellung des photographischen Apparates während einer Bestimmung der Schwingungsdauer durch Oeffnen und Schliessen nicht zu gefährden, steht die hierzu vor dem Objectiv angebrachte Einrichtung in keiner unmittelbaren festen Verbindung mit den übrigen Haupttheilen desselben und dem diese Theile tragenden Pfeiler. Der vordere Theil der Röhre ragt nämlich durch eine reichlich grosse Oeffnung in einen Holzkasten hinein, der auf einem mit dem Fussboden fest verbundenen Gestell befestigt ist, und dessen vor dem Objectiv stehende Seite mit der Hand rasch geöffnet und geschlossen werden kann. Der ringförmige, offen bleibende Raum zwischen Rohr und Kasten wird durch Aufschieben eines auf dem

Rohre befindlichen, ganz weichen Ringes aus Sammet geschlossen.

Durch die Mitwirkung des 1,7 cm hohen und 3,9 cm breiten Spiegelchen, *U* Fig. 5, welches mit dem Uhrpendel in der Richtung der gezeichneten Pfeile hin und her schwingt, soll das Licht der electricischen Lampe zu bestimmten Zeiten das Fenster momentan, d. h. während einer Dauer von ungefähr 0,005 Secunden, beleuchten. Es ist am unteren Theile des Pendels mittelst einer bequemen und sicheren Einstellungs-*vorrichtung* befestigt. Die Uhr selbst hat einen vorzüglich regelmässigen Gang. Ihr Pendel ist mit Quecksilber-compensation und mit electricischer Contact-*vorrichtung* versehen; letzteres in der Weise, dass ein Contact in den Momenten stattfinden kann, wo das Pendel das eine oder das andere Ende seiner Schwingung erreicht.

An der Laterne *L* befindet sich der verschiebbare Ansatz p_1 , mit horizontal stehendem Spalt und Sammellinse; sodann der zweite Ansatz p_2 , der eine Projectionslinse, ein rothes Glas und den verstellbaren Spiegel *k* trägt, sodass ein rothes Bild der glühenden Kohlenspitzen der electricischen Lampe auf eine unter dem Prisma *P* befindliche weisse Fläche, welche mit einer dicken, schwarzen Horizontallinie durchzogen ist, projicirt werden kann. Die electricische Lampe hat keinen Magnet, um uncontrolirbare Einflüsse auf dem schwingenden Magnetstabe zu vermeiden. Sie ist mit einem Uhrwerk versehen, welches die Kohlenspitzen im richtigen Verhältniss einander nähert, in der Weise der alten Duboscq'schen Lampen, und dieses Werk kann von aussen durch Anziehen einer Schnur leicht in Thätigkeit gesetzt und arretirt werden, sodass eine Regulirung mit der Hand von irgend einer Stelle des Laboratoriums aus bequem stattfinden kann, indem die projicirten Kohlenspitzen in einer bestimmten Stellung zu der auf der Projectionsfläche befindlichen Linie erhalten werden.

Die Projectionslinse *O*, Fig. 5, ist ein Fernrohrobjectiv von 36 Zoll Brennweite.

Das Prisma mit dem Fenster, der photographische Apparat, das Pendelspiegelchen, die electricische Lampe mit

dem Spalt und die Projectionslinse werden so eingestellt, dass bei der Gleichgewichtslage des Pendels ein scharfes, 1 cm breites Spaltbild in der Mitte seiner Längsausdehnung das Fenster bedeckt, und dass alsdann bei der mittleren Gleichgewichtslage des Magnetstabes durch Reflexion am Prisma und am Magnetspiegel ein scharfes Bild des Fensters auf der eingelegten matten Glasplatte des photographischen Apparates, und zwar in der Mitte ihrer Horizontalausdehnung, erscheint.

Der durch zwei kleine, hintereinander geschaltete Dynamomaschinen von Siemens und Halske gebildete stromerregende Apparat befindet sich in einem anderen Gebäude, in einer Entfernung von ca. 24 m vom Magnetometer. Die magnetischen Axen der beiden Maschinen stehen entgegengesetzt, sodass ihr Einfluss auf die Schwingungsdauer des Magnetometers sich fast ganz compensirt. Wo dies nicht, wie bei mir, durch das Zusammenwirken zweier Maschinen geschieht, kann es durch einen Hülfelectromagnet bewerkstelligt, oder es kann, sicherer freilich, aber weniger bequem, eine galvanische Batterie angewandt werden.

Es sind nun noch folgende Vorrichtungen zu erwähnen. In der Nähe des Fernrohres, für den hier stehenden Beobachter erreichbar, sind zwei Schlüssel befestigt, mit denen zwei Stromkreise bequem kurz oder lang geschlossen werden können. Jeder dieser Kreise führt durch einen Drahttring um den Stab des Magnetometers, und in jeden derselben können leicht Widerstände ein- und ausgeschaltet werden. Der eine Strom wird erzeugt durch ein Leclanché'sches Element; er dient dazu, den schwingenden Magnetstab zu arretiren, was durch Einschaltung eines zweckmässigen, von den Elongationen abhängigen Widerstandes, bei einiger Uebung, innerhalb einer einzigen Schwingung zu erreichen ist. Der andere Stromkreis, in welchem sich 3 Leclanché'sche Elemente befinden, ist noch durch die Uhr geführt, sodass nach dem Schliessen durch den Beobachter am Fernrohr erst durch Vermittelung des Uhrpendels ein momentaner vollständiger Stromschluss erfolgt. Die ganze Einrichtung dieses zweiten Stromkreises hat den Zweck, zu einer genau bestimmbaren Zeit den ruhenden oder doch nur ganz schwach

schwingenden Magnetstab in Schwingungen von bestimmter Stärke zu versetzen.

Die Momentanphotographien des ruhenden oder mit dem Magnetspiegel schwingenden Spiegelbildes des Fensters werden auf der Platte in verticaler Richtung voneinander getrennt, indem die Platte durch Drehung der erwähnten Schraube nach jeder Aufnahme etwas nach oben verschoben wird. Die den Unterschieden in der Lage des Magnetstabes entsprechenden horizontalen Abstände der Bilder voneinander müssen auf Theile der Scala übertragen und deshalb sehr genau gemessen werden. Zu diesem Zweck wird die Glasplatte mit den fertigen negativen Fensterbildern in einen Rahmen gelegt, welcher genau so gearbeitet ist, wie der, in dem sich dieselbe beim Photographiren befand (Fig. 9), und zwar so, dass hier wie dort die gleiche Glaskante von der Metallfeder gedrückt wird. Der Rahmen lässt sich parallel der Ebene der Bilder in der Richtung der Verticalabstände derselben zwischen Schienen auf einem zweiten Rahmen verstellen, und dieser zweite ist mittelst einer feinen Mikrometerschraube rechtwinklig zum ersten, also in der Richtung der Horizontalabstände der Bilder ebenfalls zwischen Schienen verschiebbar. An der Schraube befindet sich eine Scheibe, deren Rand in 100 Theile getheilt ist, welche beim Drehen eine feststehende Marke passiren. Der ganze doppelte Schlittenapparat ist auf dem Objecttisch eines mit Fadenkreuz versehenen Mikroskops angeschraubt. Die Grösse eines Fensterbildes beträgt 0,9 mm im Quadrat; die Vergrösserung, welche ich anwende, ist eine 46fache. Eine Drehung der Schraube entspricht einer Verschiebung von 0,33 mm, also ein Theil der Scheibe einer Verschiebung von 0,0033 mm. Der Mikroskopfaden wird beim Messen der Horizontalabstände der Bilder auf die Mitte des hellen Fensterstabes eingestellt, was bis auf 3 Scheibentheile, also bis auf 0,01 mm mit Sicherheit geschehen kann.

Mit den in dem Vorhergehenden beschriebenen Apparaten und Einrichtungen können nun durch einen Beobachter am Fernrohr und einen Gehülfen, welcher neben dem photo-

graphischen Apparat steht, folgende Bestimmungen und Ver-
richtungen ausgeführt werden.

Der Gehülfe, welcher vor sich das Bild der glühenden Kohlenspitzen und das mit grosser Amplitude auf- und abschwingende Bild des Spaltes sieht, hält die Kohlenspitzen durch Regulirung der Lampe mittelst der in seiner Hand befindlichen Schnur an derselben Stelle. Zugleich kann er zwischen je zwei Elongationen des schwingenden Spaltbildes den photographischen Apparat öffnen, sodass eine Momentphotographie des Fensters durch die kurze, in diesem Intervall stattfindende Beleuchtung desselben entsteht; er kann dies also, indem er die Schwingungen des Spaltbildes zählt, ebenfalls zu genau bestimmten Zeiten, jedoch nur nach ganzen Secunden gerechnet, bewerkstelligen.

Der Beobachter kann den Magnetstab zur Ruhe bringen und an der Scala seine Stellung bestimmen für den Augenblick, wo eine Photographie bei ruhendem Magnetstabe entworfen wird. Geschieht dies bei verschiedenen Gleichgewichtslagen des Magnetstabes, so entstehen Bilder auf einer Platte, deren Horizontalabstände bekannten Abständen an der Scala entsprechen, und die daher den Reductionsfactor ergeben zur Verwandlung der in Scheibentheilen ausgedrückten mikroskopischen Messungen jener Abstände in Theilen der Scala.

Sodann kann der am Fernrohr stehende Beobachter zu einer bestimmten Zeit, $n \pm \frac{1}{2}$, wo n eine ganze Zahl von Secunden ist, den Magnetstab von der Gleichgewichtslage aus in Schwingungen von bestimmter Grösse versetzen; er verfolgt die Schwingungen, bestimmt und notirt die Elongationen, insoweit diese bekannt sein müssen, und besorgt schliesslich noch die nöthigen Drehungen der Schraube am photographischen Apparat, durch welche die zeitlich aufeinander folgenden Bilder in verticaler Richtung räumlich voneinander getrennt werden.

Damit wären im allgemeinen die Manipulationen angedeutet, welche bei der experimentellen Bestimmung der Schwingungsdauer nöthig sind. Wie dieselben im einzelnen anzuordnen sind, um den beabsichtigten Zweck möglichst voll-

kommen zu erfüllen, wird sich am einfachsten aus der Theorie der Bewegung des schwingenden Magnetstabes ergeben. Nach Gauss ist diese Bewegung bestimmt durch die Gleichung¹⁾:

$$(1) \quad x = p - \frac{2\alpha s}{n'^2} + \alpha t + Ae^{-\epsilon t} \sin n(t - B).$$

Darin ist x der die Lage des Magnets bestimmende Scalentheil zur Zeit t , p die Ruhelage zur Zeit 0, α die der Zeit proportional angenommene Veränderung der Ruhelage für die Zeiteinheit. Ferner ist:

$$n = \frac{\pi}{T} \quad \text{und} \quad n' = \frac{\pi}{T'},$$

unter T und T' die Schwingungsdauer des gedämpften und ungedämpften Magnets verstanden; sodann:

$$\epsilon = \frac{\lambda}{mT},$$

wo λ das logarithmische Decrement und m den Modulus des Logarithmensystems bezeichnet. $Ae^{-\epsilon t}$ kann betrachtet werden als Amplitude (halber Schwingungsbogen) zur Zeit t ; die Constante B endlich bedeutet einen Zeitpunkt des Durchgangs des Magnets durch die Gleichgewichtslage.

In der obigen Gleichung lassen sich, durch Beobachtung von Umkehrpunkten des schwingenden Magnets vor und nach der Zeit t , die Grössen $p + \alpha t$ und $Ae^{-\epsilon t}$ bestimmen. In dem sehr kleinen Correctionsglied:

$$\frac{2\alpha s}{n'^2} = \frac{2\alpha \lambda T'^2}{m\pi^2 T},$$

können T und T' einem Näherungswerthe, der T_n genannt werden möge, gleich gesetzt, und es kann alsdann seine Grösse ebenfalls experimentell bestimmt werden. Der Scalentheil x ergibt sich aus einem zur Zeit t photographirten Fensterbild, wenn auf derselben Platte ein solches Bild sich befindet, welches bei ruhendem Magnet, unter gleichzeitiger Beobachtung des entsprechenden Scalentheils, entworfen wurde. Alle Grössen bis auf T und B lassen sich also bestimmen, und

1) Anleitung zur Bestimmung der Schwingungsdauer einer Magnetnadel. Gauss' Werke 5. p. 393. Die Bezeichnungen n und n' in der obigen Gleichung haben die Bedeutung von n' und n in der Gauss'schen.

es genügen daher zwei Photographien bei schwingendem Stabe, um die Schwingungsdauer T zu finden.

Da die Photographie während der wenn auch sehr kleinen, so doch immer noch endlichen Beleuchtungsdauer des Fensters entsteht, so entspricht derselben kein einzelner Zeitpunkt; der Begriff der Zeit des Photographirens bedarf deshalb einer näheren Bestimmung. Jeder Punkt des Fensterbildes beschreibt infolge der Bewegung des Magnetspiegels eine horizontale Linie, und als solche erscheint denn auch der Punkt auf dem photographischen Bilde. Da nun die Bewegung des Punktes während der sehr kleinen Expositionszeit äusserst gering ist — bei mir beträgt sie an der Scala im Maximum noch keine $0,2^{\text{se}}$ —, so darf dieselbe, für alle Fälle wenigstens, welche hier vorkommen, der Geschwindigkeit und Richtung nach während jener Zeit als constant angenommen werden. Unter dieser Voraussetzung entspricht die Mitte der Linie der Mitte der Expositionsdauer, und da beim Messen der Abstände zwischen den Photographien das Fadenkreuz auf die Mitten der Bilder eingestellt wird, so muss als Zeitpunkt der Exposition auch die Mitte ihrer Dauer angenommen werden.

Bezeichnet man nun mit 0 und t die so bestimmten Zeiten zweier bei schwingendem Magnetstab entstandenen Photographien; sodann die entsprechenden Werthe von x mit s' und s'' , die der Ruhelagen mit s_0' und s_0'' , die der Amplituden mit a' und a'' , und führt man den sich ergebenden Werth:

$$\alpha = \frac{s_0'' - s_0'}{t}$$

ein, so gelten für die beiden Zeitpunkte die Gleichungen:

$$(2) \quad s' = s_0' - \frac{2\lambda(s_0'' - s_0')T_n}{m\pi^2 t} + a' \sin \frac{\pi}{T}(-B) \quad \text{und}$$

$$(3) \quad s'' = s_0'' - \frac{2\lambda(s_0'' - s_0')T_n}{m\pi^2 t} + a'' \sin \frac{\pi}{T}(t - B).$$

Ist ferner s der beobachtete Theilstrich der Scala, welcher der bei ruhendem Magnet entworfenen Photographie entspricht; sind e' und e'' die beiden, je nach der Lage, negativen oder positiven, in Theilen der Mikrometerscheibe

gemessenen Horizontalabstände der beiden anderen Photographien von jener, und ist q der Factor zur Reduction der Scheibentheile in Scalentheile, so folgt:

$$(4) \quad s' = s + qe' \quad \text{und} \quad (5) \quad s'' = s + qe''.$$

Setzt man noch das kleine Correctionsglied in den Gleichungen (2) und (3):

$$(6) \quad \frac{2\lambda(s_0'' - s_0') T_n}{m\pi^2 t} = k$$

und ferner:

$$(7) \quad \frac{t}{T} = 2n + \delta,$$

unter n die nächstliegende ganze Zahl von Doppelschwingungen verstanden, so ergibt sich aus den Gleichungen (2) und (3):

$$(8) \quad \delta = \pm \frac{\text{Arc}\left(\sin = \frac{s - s_0'' + qe'' + k}{a''}\right) - \text{Arc}\left(\sin = \frac{s - s_0' + qe' - k}{a'}\right)}{\pi}.$$

Hierin ist das positive oder negative Vorzeichen zu nehmen, je nachdem beide Photographien bei zunehmenden oder beide bei abnehmenden Scalentheilen gemacht wurden, und für die Bogen sind, der Bedingung $-1 < \delta < +1$ entsprechend, die absolut kleinsten Werthe zu wählen. Es ist dem Vorhergehenden gemäss also vorausgesetzt, dass die zwei Photographien bei derselben Richtung der Bewegung des schwingenden Magnets entworfen werden.

Mit Hülfe des Werthes von δ findet man schliesslich die Schwingungsdauer:

$$(9) \quad T = \frac{t}{2n + \delta}.$$

Es kommen hier Fehlerquellen in Betracht bei der Zeit t und bei δ . Was die Zeit anbetrifft, so sind, abgesehen von Fehlern im Gang der Uhr, andere Fehler nur möglich: entweder, wenn eine Verrückung der Gleichgewichtslage des auf und ab schwingenden Spaltbildes, also eine Lagenveränderung desselben in Bezug auf das zu beleuchtende Fenster während der Zeit t stattfände; oder wenn das Spaltbild in seiner Gleichgewichtslage sich über oder unter dem Fenster befindet. Die erste Fehlerquelle fällt fort, wenn

dafür gesorgt wird, dass die Apparate in ihren relativen Stellungen erhalten bleiben, was innerhalb der nur einige Minuten dauernden Zeit t gewiss in genügender Weise geschehen kann. Der zweite Umstand bewirkt überhaupt einen Fehler nur dann, wenn die Zeiten 0 und t Schwingungen des Secundenpendels entsprechen, deren Bewegungsrichtungen entgegengesetzt sind. Dieser Fehler ist also leicht zu vermeiden, indem die Bedingung erfüllt wird, dass t eine *gerade* Zahl von Secunden sei.

Alle eigentlichen Beobachtungsfehler liegen in dem Werthe für δ ; sie wirken deshalb bei einem bestimmten Werthe von n um so weniger auf die Bestimmung der Schwingungsdauer ein, je kleiner δ ist. δ ist aber um so kleiner, abgesehen von dem Einfluss der Amplituden, je näher sich die den photographischen Aufnahmen zur Zeit 0 und t entsprechenden Scalentheile bei der Gleichgewichtslage des Magnets und je näher diese Scalentheile sich bei einander befinden. Aber auch der Einfluss der einzelnen Beobachtungsfehler auf den Werth von δ ist im allgemeinen um so geringer, je mehr diese Verhältnisse eintreten; wie man findet, wenn δ nach seinen verschiedenen der Beobachtung unterworfenen Bestandtheilen differenzirt wird. Es erwächst hieraus die Aufgabe, so zu verfahren, dass der schwingende Magnet sich zur Zeit Null und zur Zeit t möglichst nahe der Gleichgewichtslage befindet, dass mithin:

$$\sin \frac{\pi}{T_n} (-B) \quad \text{und} \quad \sin \frac{\pi}{T_n} (t - B)$$

möglichst nahe gleich Null sind. Ersteres ist der Fall für:

$$B = 0, T_n, 2T_n, 3T_n \text{ u. s. f.}$$

Der Beobachter am Fernrohr kann nun, indem er den Schlüssel des durch die Uhr geführten Stromkreises so lange schliesst, bis ein Contact durch die Bewegung des Pendels stattgefunden hat, zu den Zeiten:

$$B' = 0,5, 1,5, 2,5, 3,5 \text{ u. s. f.}$$

den Magnetstab von der Gleichgewichtslage aus in Schwingungen versetzen. Angenommen, einer dieser Werthe B' sei einem der Werthe B gleich, dann würde:

$$\sin \frac{\pi}{T_n} (t - B') = 0$$

für $t - B' = 0, T_n, 2 T_n, 3 T_n$ u. s. f.

Es sind daher die ganze gerade Zahl t und der specielle Werth von B' so zu wählen, dass sowohl $t - B'$ wie auch B' möglichst nahe einem Vielfachen von T_n liegen. Ausserdem ist aber zu beachten: erstens, dass B' nicht wesentlich kleiner sei, als $4 T_n$, damit die Schwingungen zur Zeit Null nicht mehr unter dem Einflusse etwaiger, bei dem Anstoss entstandener Unregelmässigkeiten stehen; und andererseits möglichst wenig grösser, damit kein unnöthiger Zeitverbrauch stattfinde; zweitens, dass t so gross sei, als für den verlangten Grad der Genauigkeit nöthig ist; und endlich, dass t so nahe wie möglich eine ganze Zahl von *Doppelschwingungen* des Magnetstabes enthalte, damit die beiden Photographien bei gleicher Bewegungsrichtung des Fensterbildes entworfen werden.

Es mögen jetzt noch die einzelnen in Gl. (8) vorkommenden Grössen etwas näher betrachtet werden.

Das Correctionsglied k , welches der Gl. (6) gemäss von der Aenderung der Declination während der Zeit t abhängig ist, erreichte im Falle einer aussergewöhnlich grossen Aenderung, $s_0'' - s_0' = 2^\circ$, bei meinen Versuchen noch nicht den hundertsten Theil der Grösse 0,2, welche als mittlerer Beobachtungsfehler bei s anzunehmen ist. Das Correctionsglied konnte daher ohne Bedenken vernachlässigt werden.

s ist der vom Beobachter am Fernrohr bei möglichst ruhendem Magnetstabe für den Moment des Photographirens zu bestimmende Scalentheil. Da das Bild der Scala dabei immer noch ganz kleine Schwingungen beschreibt, so ist es zweckmässig, wenn der Augenblick des Photographirens möglichst mit einer Umkehrzeit, wo die Scala sich am langsamsten bewegt, zusammenfällt, was durch Verständigung und Zeichengeben zwischen dem Beobachter und Gehülfen leicht erreicht werden kann.

Von der grössten Wichtigkeit ist es, dass die Hori-

zontallage der photographischen Glasplatte, nachdem das dem Scalentheile s entsprechende Fensterbild aufgenommen wurde, unverrückt bleibt. Da nun die Verticallage derselben vermittelst der Schraube mehrmals geändert, der Apparat also angefasst wird, so ist es nothwendig, nach jeder Bestimmung der Schwingungsdauer, zur Controle noch einmal bei ruhendem Magnet, unter gleichzeitiger Beobachtung des Standes der Scala zu photographiren. Zur Prüfung der Unverrückbarkeit des Apparates wurden auf einer Platte 27 Bilder bei festgestelltem Magnetspiegel entworfen. Die Untersuchung mit dem Messapparate ergab, dass diese Bilder, soweit es die Beobachtungsgenauigkeit festzustellen gestattete, alle in derselben Verticallinie lagen.

Die Gleichgewichtslage s_0 des schwingenden Magnets wird aus drei nach einander folgenden Umkehrpunkten in bekannter Weise berechnet. Sind diese u_1, u_2, u_3 , und liegt der Anfang oder das Ende der Zeit t zwischen den u_1 und u_2 entsprechenden Zeiten, so ist mit genügender Genauigkeit:

$$(10) \quad s_0 = \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{4}(u_1 + u_3) - \frac{\alpha T_n}{2},$$

worin, wie früher, $\alpha = (s_0'' - s_0')/t$ gesetzt werden kann, unter s_0'' und s_0' hier die ohne die kleine Correction $\alpha T_n/2$ sich ergebenden Werthe verstanden. Beobachtungsfehler bei den Umkehrpunkten üben, insoweit diese zur Berechnung von s_0 dienen, auf den Werth von δ einen grösseren Einfluss aus, als irgend welche anderen. Es ist deshalb wesentlich, dass eine über drei hinausgehende Anzahl von Umkehrpunkten bestimmt und mit Hülfe derselben s_0 controlirt werde.

Die Amplitude a erhält man hinglänglich genau aus der halben Differenz der beiden Umkehrpunkte u_1 und u_2 . Fehler in der Bestimmung von a haben viel weniger Einfluss auf δ als Fehler bei s_0 .

Was die Grösse von a anbetrifft, so ist bei der Wahl derselben zu beachten, dass die Gl. (1) streng genommen nur für unendlich kleine Schwingungen gilt, und dass die Amplituden daher gewisse Grenzen nicht überschreiten dürfen; aber auch abgesehen hiervon ist es zweckmässig, kleine

Schwingungen zu wählen, weil der Nutzen der grösseren durch die Steigerung der Unsicherheit in der Beobachtung der Umkehrpunkte mehr wie ausgeglichen wird. Bei meinen Versuchen betrugen die Amplituden meist zwischen 60 und 90°, was Ablenkungswinkeln von 20 und 30 Minuten entspricht.

Die Horizontalabstände e zwischen den photographischen Bildern können, wie bereits bei der Beschreibung des Messapparates erwähnt wurde, bis auf 0,01 mm genau bestimmt werden. Dies entspricht einer Genauigkeit bis auf 0,1 Scalentheil. Man ersieht hieraus recht deutlich die Ueberlegenheit der photographischen Methode gegenüber der chronographischen, denn um mit der letzteren denselben Grad von Genauigkeit zu erreichen, müsste der Beobachter der Scala, bei der für die Gleichgewichtslage mässigen Geschwindigkeit von 20 Scalentheilen, den Moment, wo eine Linie den Faden des Fernrohres erreicht, zu einer bestimmten Zeit, bis auf $\frac{1}{200}$ Secunde genau, am Chronographen markiren.

Der Reductionsfactor q wird berechnet aus den Horizontalabständen von Fensterphotographien, welche auf einer Platte bei ruhendem Magnetstabe und mittelst eines Hülfmagnets veränderten Gleichgewichtslagen desselben entworfen wurden, und aus den gleichzeitig gemachten Ablesungen der Scala. Ist e der absolute Horizontalabstand zwischen zwei aufeinander folgenden Photographien in Theilen der Mikrometerscheibe und d die absolute Differenz der beiden, diesen Photographien entsprechenden Scalentheilen, so kanh:

$$(11) \quad q = \frac{\sum d}{\sum e}$$

gesetzt werden. Der Reductionsfactor q ist natürlich nur ein für alle mal zu bestimmen, so lange die relativen Stellungen der Apparate unverrückt bleiben. Ich lasse die Einzelheiten einer solchen Bestimmung folgen. Die sich entsprechenden Werthe von e und d sind dabei nach ihrer Grösse und, je nachdem sie mehr auf der einen oder der anderen Seite des Theilstriches 500 lagen, geordnet, um dadurch ein Urtheil zu erhalten über die stillschweigend gemachte Voraussetzung der Constanz von q .

$e \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \right\}$	13	190	222	245	260	282	292	382	528	803	1136	1216
	12	184	222	244	259	278	292	381	528	803	1134	1215
	12,5	187,0	222,0	244,5	259,5	280,0	292,0	381,5	528,0	803,0	1135,0	1215,5
	Mittel											
Scalenththeile {	506,5	529,0	527,0	509,8	512,3	519,3	522,3	519,3	519,5	522,7	529,0	527,0
	506,0	522,7	519,5	501,7	503,3	509,8	512,3	506,5	501,3	495,2	490,3	485,5
	d	0,5	6,3	7,5	8,1	9,0	9,5	10,0	12,8	27,5	38,7	41,5
	qe	0,42	6,38	7,57	8,34	8,85	9,55	9,96	13,1	27,39	38,72	41,46
$d - qe$	+0,08	-0,08	-0,07	-0,24	+0,15	-0,05	+0,04	-0,21	+0,19	+0,11	-0,02	+0,04

$e \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \right\}$	155	160	257	282	291	304	305	363	507	—	—	—
	157	164	257	285	292	305	307	363	507	—	—	—
	156,0	162,0	257,0	283,5	291,5	304,5	306,0	363,0	507,0	$\Sigma e = 8191,0$	—	—
	Mittel											
Scalenththeile {	501,7	496,3	501,3	492,6	482,9	490,8	503,3	492,8	507,6	—	—	—
	496,3	490,8	492,6	482,9	472,8	480,5	492,8	480,5	490,3	—	—	—
	d	5,4	8,7	9,7	10,1	10,3	10,5	12,3	17,3	$\Sigma d = 279,4$	—	—
	qe	5,32	8,77	9,67	9,94	10,39	10,43	12,38	17,29	—	—	—
$d - qe$	+0,08	-0,03	-0,07	+0,03	+0,16	-0,09	+0,07	-0,08	+0,01	—	—	—

Es ergibt sich hieraus nach Gleichung (11):

$$q = 0,03411,$$

und die Annahme der Constanz von q erscheint durch die ziemlich gleichmässige Vertheilung der negativen und positiven Differenzen, $d - qe$, hinlänglich gerechtfertigt. In etwas geringerem Maasse würde das der Fall sein, wollte man nur die Werthe von e ad I oder nur die ad II, statt des Mittels, zur Berechnung verwenden. Es sind dies nämlich Bestimmungen von e , die gemacht wurden, während der Schlitten mit der Glasplatte sich in verschiedenen Lagen auf dem durch die Mikrometerschraube verschiebbaren Rahmen befand. Einmal, ad I, standen die Messungen der den höheren Scalentheilen entsprechenden Abstände unter dem Einfluss der grösseren Spannung der Metallfeder, welche den Gang der Schraube regulirt; und einmal, ad II, war dies, nach Umlegen des Schlittens, bei den den kleineren Scalentheilen entsprechenden Messungen der Fall. Ist nun die Veränderung, welche die Federkraft bei einer gleich grossen Verschiebung erleidet, grösser, wenn die Verschiebung unter starkem Druck stattfindet, als wenn dies unter schwachem Druck geschieht, wie es nach den Einrichtungen meines Messapparates zu erwarten war, so sind die kleinen Differenzen zwischen den Messungen ad I und II erklärlich, und man vermeidet durch Benutzung des Mittels aus beiden eine kleine Fehlerquelle, wenn in gleicher Weise bei den Bestimmungen von e' und e'' verfahren wird.

Es erübrigt jetzt noch, einige Bestimmungen der Schwingungsdauer mitzutheilen, um die Leistungsfähigkeit der photographischen Methode zu zeigen. Die ausführliche Wiedergabe des Protocolls einer derselben wird nach dem, was darüber schon gesagt worden ist, vollends genügen, den Gang des Versuchs zu veranschaulichen:

4. März 1886.

$$T_n = 17,68''; B' = 70,5''; t = 212'', \text{ also } n = 6.$$

I. Zeit: 10^h 35' abends.

Bifilarmagnetometer (zur Controle des Erdmagnetismus).

Umkehrpunkte: 549,5. 550,0. 549,3. Stand: 549,7.

Zimmertemperatur: 17,9°.

Positionsspiegel des Magnetometers: 528,4.

Beleuchtungsstrom geschlossen.

Schwingender Magnet beruhigt.

Photographirt, dem Scalentheil $s = 499,0$ entsprechend.

Eine halbe Umdrehung der Schraube am photographischen Apparat gemacht.

Magnet in Schwingung versetzt. (Ein Zeichen sagt dem Gehülften, dass er, bei dem zunächst folgenden Durchgang des mit dem Sekundenpendel schwingenden Lichtspaltes durch die Gewichtslage mit Null beginnend, die Doppelsekunden zu zählen hat.)

Umkehrpunkte an der Scala.

	links		rechts
1)	—	2)	571,6
3)	424,3	4)	570,1

Photographirt zur Zeit: $t = 0$ (für den Gehülften die 35. Doppelsekunde)

5)	426,0	6)	568,5
7)	427,8	8)	566,8
9)	429,5	10)	—

Eine halbe Umdrehung der Schraube.

11)	—	12)	—
13)	432,1	14)	562,3
15)	433,8	16)	560,7

Photographirt zur Zeit $t = 212$ (für den Gehülften die 141. Doppelsekunde).

17)	435,4	18)	559,2
-----	-------	-----	-------

Beleuchtungsstrom geöffnet.

Eine ganze Drehung der Schraube (für den Versuch II).

II. Zeit 10^h 44'.

Bifilarmagnetometer.

Umkehrpunkte: 556,0. 547,2. 555,8. Stand: 551,6.

Temperatur: 17,9°.

Positionsspiegel: 528,4.

Beleuchtungsstrom geschlossen.

Magnetstab beruhigt.

Photographirt, dem Scalentheile $s = 495,8$ entsprechend.

u. s. f.

In dieser Weise wurden hintereinander in einer Zeit von 61 Minuten die sieben Bestimmungen ausgeführt, deren Hauptdaten in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind.

Nr.	Temp.	Bifilar- magnet. Mittel	a'	a''	s_0'	s_0''	s	e'	e''	T	T auf I reducirt	Abweichung vom Mittel
I.	17,9	550,6	72,1	62,7	497,6	497,7	499,0	-14	-64	17,6541''	17,6541''	-0,0009'
II.	17,9	551,6	78,7	68,5	498,2	498,4	495,8	134	84	17,6555	17,6558	+0,0008
III.	18,0	551,0	75,5	65,6	498,4	498,2	499,0	24	-38	17,6543	17,6544	-0,0006
IV.	18,0	548,9	78,8	68,4	497,6	497,8	499,1	25	-28	17,6558	17,6553	+0,0003
V.	18,0	547,4	78,5	68,2	497,4	497,3	496,9	64	12	17,6567	17,6557	-0,0007
VI.	18,0	546,8	77,4	67,3	497,2	497,2	498,0	31	-21	17,6560	17,6548	-0,0002
VII.	18,0	545,7	77,0	67,0	497,1	497,1	497,9	26	-23	17,6565	17,6551	+0,0001
Mittel											17,6550	

Die vorletzte Columnne enthält die auf die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus zur Zeit des Versuchs I reducirten Werthe der Schwingungsdauer. Aus den Abweichungen dieser Werthe vom Mittel ergibt sich der mittlere Fehler der einzelnen Bestimmung:

$$\Delta T = \pm 0,00064''$$

und das Verhältniss:

$$\frac{\Delta T}{T} = \pm 0,000036.$$

Nach den Voraussetzungen von H. Wild¹⁾ müssten, um durch Notirung zweier Zeitmomente die Schwingungsdauer bis auf $\pm 0,0001$ ihres Werthes genau zu erhalten, so viel Schwingungen n beobachtet werden, dass:

$$nT = 2000''$$

ist. Durch Notirung einer grösseren Anzahl von Zeitmomenten liesse sich jedoch diese Zeit beinahe auf die Hälfte reduciren. Nimmt man dementsprechend:

1) H. Wild, Repertorium für Meteorologie. 8. Nr. 7. p. 5. 1883.

$$nT = 1000''$$

an, so würde bei dem obigen Werthe von T :

$$n = 59 \text{ Schwingungen}$$

sein, während schon 12 Schwingungen genügten, um mit Hülfe der photographischen Methode eine wesentlich grössere Genauigkeit zu erzielen, als die oben geforderte.

VIII. *Ueber die Erhaltung der Kraft im Luftmeere der Erde; von Werner Siemens.*

In meiner Mittheilung an die Academie „Ueber die Zulässigkeit der Annahme eines electrischen Sonnenpotentials und dessen Bedeutung zur Erklärung terrestrischer Phänomene“¹⁾ versuchte ich einige noch räthselhafte meteorologische Erscheinungen auf Störungen des mechanischen Gleichgewichtes der Atmosphäre zurückzuführen. Ein weiteres Eingehen auf diese interessanten Fragen hat mir gezeigt, dass die consequente Anwendung des Grundsatzes der Erhaltung der Kraft im Luftmeere in noch viel höherem Maasse zu ihrer Klärung führt, als ich es früher erkannte.

Die Abhängigkeit der meteorologischen Erscheinungen von einander ist in den letzten Decennien von den Meteorologen sehr eingehend studirt. Es liegt darüber ein fast unübersehbares Beobachtungsmaterial vor, auf welches viele geistreiche Theorien aufgebaut sind. Diese knüpfen aber meist an secundäre Erscheinungen an und ruhen daher auf einer engen Grundlage. Es will sogar scheinen, als wenn die moderne Meteorologie über diesen Specialstudien die Erforschung der ersten Ursachen der beobachteten Erscheinungen etwas vernachlässigt hätte. Dove suchte in seiner Theorie der Winde und Stürme ihre Ursache doch noch ganz in dem aufsteigenden Luftstrome der heissen Zone, der über derselben einen höheren Luftring bilde, welcher nach

1) W. Siemens, Sitzungsber. vom 31. März 1883; Wied. Ann. 20. p. 108. 1883.