25. Ueber den Extrastrom beim Unterbrechen eines electrischen Stromkreises; von Leo Arons.

In den Lehrbüchern der Physik und der Electrotechnik pflegt die gewaltige Spannung, welche sich beim schnellen Unterbrechen eines Stromkreises mit erheblicher Selbstinduction zeigt, nur indirect behandelt zu werden. Man leitet die Formeln her, welche das Ansteigen des Stromes für den Fall darstellen, dass man in einem gegebenen Leiterkreis mit Selbstinduction plötzlich eine constante electromotorische Kraft wirken lässt. Man zeigt, dass beim Ausschalten der electromotorischen Kraft ein entsprechender Stromabfall erfolgt und schliesst dann, dass bei sehr rascher *Unterbrechung* des Stromes die Electricitätsbewegung unter sehr grosser Spannung vor sich gehen muss, unter einer Spannung, die um so höhere Werthe erreicht, in je kürzerer Zeit der Ablauf des Stromes erzwungen wird. Bei der Bedeutung, die dieser Vorgang für die Technik besitzt und bei dem Mangel an Verständniss für die aus unbedachtem Vorgehen entspringenden Gefahren für die Isolation der Leitung, welchen wissenschaftlich durchgebildete Electrotechniker lebhaft beklagen¹⁾, sei es gestattet eine analytische Darstellung zu geben, die sich — wenn auch nicht von Willkürlichkeiten frei — doch viel enger an die wirklichen Verhältnisse anschliesst, als die bisherigen Ableitungen.

Wir wollen nicht mehr von der Voraussetzung ausgehen, dass die electromotorische Kraft plötzlich ausgeschaltet wird, sondern den Fall betrachten, dass der Stromkreis plötzlich unterbrochen, d. h. dass der Widerstand desselben in äusserst kurzer Zeit auf unendlich gebracht wird. Bezeichnen wir mit τ die Zeit, innerhalb deren der Widerstand von seinem Anfangswerth W auf den Werth unendlich ansteigt, so können wir den Werth desselben zu irgend einer Zeit t , gerechnet vom ersten Augenblick der Bewegung des Stromschlüssels, am ein-

1) Vgl. z. B. Forbes, *Electrische Wechselströme*. Deutsch v. Kollert, p. 55 f. Leipzig 1896.

fachsten durch die Function $w = W(\tau/\tau - t)$ ausdrücken. Der Ausdruck, welcher für $t = 0$ $w = W$, für $t = \tau$ $w = \infty$ liefert, kommt nur für dieses Intervall (0 bis τ) in Betracht. Er ist willkürlich gewählt, kann aber ganz gut als typisches Beispiel gelten.

Den Verlauf der Function $\tau/\tau - t$, welche den Werth des Widerstandes w in jedem Augenblick des Oeffnungsvorganges als Vielfaches des Ausgangswerthes W angiebt, charakterisirt folgende kleine Tabelle, die in den oberen Columnen die Werthe von t in Bruchtheilen von τ , in den unteren die entsprechenden von $\tau/\tau - t$ enthält.

t/τ	0	0,1	0,5	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999	1
$\frac{\tau}{\tau - t}$	1	1,1	2	5	10	20	100	1000	∞

Wir werden sehen, dass es auf den absoluten Werth von τ nicht ankommt, sondern ausschliesslich auf das Verhältniss von τ zu der Zeitconstante des Stromkreises $\vartheta = p/W$, worin p den Coefficienten der Selbstinduction bezeichnet.

Bedeutet E die constante electromotorische Kraft des Stromkreises, i die zur Zeit t ($0 < t < \tau$) herrschende Stromintensität, so gilt vom Augenblick des Beginnes der Unterbrechung die Gleichung

$$p \frac{di}{dt} + W \frac{\tau}{\tau - t} i = E$$

mit der Bedingung $i = J$ für $t = 0$, deren vollständige Lösung

$$i = \frac{E}{p - W\tau} \left\{ \frac{p}{W} \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{W\tau}{p}} - (\tau - t) \right\}$$

ist. Schreiben wir ϑ für p/W , so erhalten wir

$$i = \frac{E}{W} \frac{\vartheta}{\vartheta - \tau} \left\{ \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{\tau}{\vartheta}} - \frac{\tau - t}{\vartheta} \right\}$$

und für die electromotorische Kraft der Selbstinduction η den Werth

$$\eta = -p \frac{di}{dt} = E \frac{\vartheta}{\vartheta - \tau} \left\{ \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{\tau - \vartheta}{\vartheta}} - 1 \right\}.$$

Wir unterscheiden die beiden Fälle $\tau \geq \vartheta$.

a) $\tau > \vartheta$

$$i = \frac{E}{W} \frac{\vartheta}{\tau - \vartheta} \left\{ \frac{\tau - t}{\vartheta} - \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{\tau}{\vartheta}} \right\}$$

$$\eta = E \frac{\vartheta}{\tau - \vartheta} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{\tau - \vartheta}{\vartheta}} \right\}.$$

i nimmt stetig von $J = E/W$ bis 0 ab; η wächst von 0 bis $E(\vartheta/\tau - \vartheta)$; sein Grenzwert bleibt endlich; er wird um so grösser, je weniger der Werth von τ über dem von ϑ liegt.

b) $\tau < \vartheta$; wir schreiben wie oben

$$i = \frac{E}{w} \frac{\vartheta}{\vartheta - \tau} \left\{ \left(\frac{\tau - t}{\tau} \right)^{\frac{\tau}{\vartheta}} - \frac{\tau - t}{\vartheta} \right\}$$

aber

$$\eta = E \frac{\vartheta}{\vartheta - \tau} \left\{ \left(\frac{\tau}{\tau - t} \right)^{\frac{\vartheta - \tau}{\vartheta}} - 1 \right\};$$

auch hier¹⁾ sinkt i stetig von $J = E/W$ auf 0 ab, dagegen wächst η von seinem Anfangswert 0 auf den Wert ∞ — in der Praxis trifft das natürlich nicht zu; wird der Ausgleich durch Funkenstrom an der Unterbrechungsstelle verhindert, so wird η soweit anwachsen, bis es an irgend einer Stelle der Leitung die Isolation durchschlägt. Eine solche einmal beschädigte Stelle der Leitung wird natürlich bei späteren Wiederholungen des Vorganges leicht von neuem als Entladungsstelle beansprucht werden und kann mit der Zeit in einen Zustand gerathen, der dauernde Störungen hervorruft. Zu beachten bleibt ferner, dass das Durchschlagen der Isolirung an einer uncontrollirbaren Stelle der Leitung die Ursache von Feuerbrünsten²⁾ werden kann.

1) Im Grenzfall $\tau = \vartheta$ erscheinen die Ausdrücke für i und η unter a) und b) in der Form 0/0. Nach der Umformung ergibt sich

$$i = \frac{E}{w} \frac{\tau - t}{\tau} \left(1 - \lg \frac{\tau - t}{\tau} \right) \quad \text{und} \quad \eta = E \lg \frac{\tau}{\tau - t};$$

η wird hier logarithmisch ∞ .

2) Man denke z. B. an die vor einigen Jahren erfolgte Gasexplosion auf der Kaiser-Wilhelm-Brücke in Berlin. Die Entzündung kann durch einen solchen Vorgang erfolgt sein; die Starkstromleitungen lagen neben den Gasröhren.

Wie sich das Anwachsen von η bei unserer Annahme über den Verlauf des Widerstandswerthes gestaltet, wollen wir an einem einfachen Beispiel erläutern.

Ein Ring von mittlerem Umfang = 100 cm bei 20 cm² Querschnitt trägt 2500 Drahtwindungen von ca. 80 Ohm Widerstand. Dann wird — falls das Material des Ringes unmagnetisch — $p_u = 0,016$ Henry; ist der Ring aus Eisen, für welches wir eine *constante* Permeabilität $\mu = 300$ annehmen wollen, so wird $p_m = 4,8$ Henry. Hieraus ergeben sich die Zeitconstanten für unmagnetisches Material: $\vartheta_u = 0,0002$ sec = $2 \cdot 10^{-4}$ sec; für den Eisenring: $\vartheta_m = 0,06$ sec = $600 \cdot 10^{-4}$ sec. In beiden Fällen befinde sich im Stromkreis von 80 Ohm Widerstand eine electromotorische Kraft von 100 Volt; die Unterbrechungszeit sei $\tau = 30 \cdot 10^{-4}$ sec, sodass $\vartheta_u < \tau < \vartheta_m$.

Die Rechnung ergibt, dass im ersten Fall (unmagnetisches Material) die electromotorische Kraft der Selbstinduction schon in der ersten tausendstel Secunde den Werth von 7,145 Volt erreicht, den sie bis zum Schluss beibehält; dieser Werth ($\eta = E(\vartheta/\tau - \vartheta)$) ist kleiner als das constante E ; die Gesamtspannung an der Oeffnungsstelle wächst in diesem Fall höchstens auf 107,15 Volt; der Strom, der anfangs 1,25 Amp. stark war, ist nach $28 \cdot 10^{-4}$ sec unter 0,1 Amp. gesunken. Seine ungefähre Stärke bestimmt sich einfach aus dem Quotienten

$$\frac{107}{w} = \frac{107}{W} \cdot \frac{\tau - t}{\tau}.$$

Ganz anders im Fall des Eisenrings.

Hier ergibt sich folgende Tabelle:

$t \cdot 10^4$ sec	w Ohm	i Amp.	η Volt
0	80	1,25	0
20	240	1,22	194
29	2 400	1,11	2 560
29,7	8 000	1,04	8 260
29,9	24 000	0,99	23 600
29,98	120 000	0,91	109 000
29,99	240 000	0,88	212 000
29,999	$2,4 \cdot 10^6$	0,79	1 890 000
30	∞	0	∞

Wir bemerken das steile Anwachsen der electromotorischen Kraft der Selbstinduction in dem letzten Drittel der Unterbrechungsdauer; dieses Anwachsen hält dem Anschwellen des Widerstandswerthes fast Schritt, sodass die Stromintensität bis zum letzten Augenblick nur wenig sinkt. Dass die grösseren der in der letzten Columnne berechneten Werthe der electromotorischen Kraft der Selbstinduction nie erreicht werden können, da keine Isolation ihnen Stand halten würde, ist selbstverständlich. Der Verlauf von η in unserem Fall veranschaulicht aber recht gut die Gefahren der allzu plötzlichen Stromunterbrechung in Stromkreisen mit erheblicher Selbstinduction.¹⁾ Die Technik hat längst Mittel angegeben, diese Gefahren auszuschliessen; Silvanus P. Thompson widmet ihnen in seinem Werk

1) Bemerkt sei, dass auch die Entstehung des Stromes bei Stromschluss durch die der obigen völlig entsprechende Annahme über die Aenderung des Widerstandes während der Schliessungszeit τ' von ∞ bis W

$$w = W \frac{\tau'}{t} \quad \text{zwischen} \quad t = 0 \quad \text{und} \quad t = \tau'$$

$$w = W \quad \text{von} \quad t = \tau' \quad \text{bis} \quad t = t_c \quad (t_c > \tau')$$

gut dargestellt wird. Wir haben von

$$t = 0 \quad \text{bis} \quad t = \tau': \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{\vartheta} \frac{\tau'}{t} i = \frac{E}{p}, \quad \text{für} \quad t = 0, \quad i = 0.$$

Die vollständige Lösung ist:

$$i = \frac{E}{p} \frac{\vartheta}{\tau' + \vartheta} t = J \frac{t}{\tau' + \vartheta},$$

woraus

$$\eta = -p \frac{di}{dt} = -E \frac{\vartheta}{\tau' + \vartheta}$$

von

$$t = \tau' \quad \text{bis} \quad t = t_c: \quad \frac{di}{dt} + \frac{i}{\vartheta} = \frac{E}{p}, \quad \text{für} \quad t = \tau' \quad \frac{di}{dt} = \frac{E}{p} \frac{\vartheta}{\tau' + \vartheta} = \frac{J}{\tau' + \vartheta}.$$

Die vollständige Lösung ist:

$$i = J \left(1 - \frac{\vartheta}{\tau' + \vartheta} e^{-\frac{t - \tau'}{\vartheta}} \right).$$

Je kleiner τ' ist — und τ' wird bei gewöhnlichen Stromschlüsseln sehr klein sein —, desto näher kommt die letzte Gleichung der gewöhnlich für das Entstehen des Stromes abgeleiteten

$$i = J \left(1 - e^{-\frac{t}{\vartheta}} \right).$$

„Dynamo-electric. Machinery“ ein besonderes Capitel. Vielfach bedient sich aber der Techniker — selbst in grossen Berliner Anlagen — noch des gewöhnlichen Unterbrechers, zu dessen Schutz er den entstehenden mächtigen Funkenstrom fortblasen muss. Mit diesem Schutz des Unterbrechers gefährdet er aber, wie wir gesehen, auf das Bedenklichste die viel wichtigere Isolation der Anlage.